



SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

FÜNFZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

L. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1864. — HEFT I BIS V.

(Mit 9 Tafeln.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND. I. HEFT.

Jahrgang 1864. — Juni.

(Mit 1 Tafel.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER KAIS. KÖN. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1864.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

6.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XIV. SITZUNG VOM 9. JUNI 1864.

Herr Prof. H. Hlasiwetz übermittelt eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn L. Pfaundler verfasste Abhandlung: „Über das Morin, Maclurin und Quercetin".

Herr L. v. West, Techniker, hinterlegt ein versiegeltes Schreiben zur Sicherung seiner Priorität.

Herr Prof. A. Winckler spricht über ein neues auf die homogenen Functionen sich beziehendes Theorem.

Herr Hofrath A. Ritter v. Burg berichtet über den vom Capitän A. A. Humphreys und Lieutenant H. L. Abbot (des topographischen Ingenieur-Corps der Vereinigten Staaten von N.-A.) im Jahre 1861 zu Philadelphia unter der Autoritat des Kriegs-Departements der Vereinigten Staaten veröffentlichten und der kais. Akademie der Wissenschaften übermittelten „Report" bezüglich der von den genannten Ingenieuren in den Jahren 1851, 1858 und 1859 ausgeführten Vermessungen des Mississippi-Delta.

Die Classe beschliesst, diesen Bericht als abgesonderte Schrift in Druck erscheinen zu lassen.

Herr Director E. Fenzl übergibt die XIII. Folge der „Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Pflanzen", enthaltend „Studien zur Kenntniss des Saftlaufes in den Pflanzen" von Herrn Prof. F. Unger.

Herr G. Blažek, Eleve des k. k. physikalischen Institutes, überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Transformation und Berechnung einiger bestimmter Integrale".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academia, Real, de Ciencias de Madrid: Libros del saber de Astronomia del Rey D. Alfonso X. de Castilla, copilados anotados y comentados por Don Manuel Rico y Sinobas. Tomos I & II. Madrid 1863; Folio.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1864. I. Heft 1 & 2. München, 1863; 8°.

American Journal of Science and Arts. Second Series. Vol. XXXVII, No. 109—111. New Haven, 1864; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie, von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Band LIII, Heft 3. Leipzig und Heidelberg, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1473—1476. Altona, 1864; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XIX. No. 75. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1864; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII, No. 18—21. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 24e Volume, 20e—22e Livraisons. Paris, 1864; 8°.

Heidelberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863 & 1864. 4° & 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von Vorwerk. Bd. XXI, Heft 3 & 4. Speyer, 1864; 8°.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863 & 1864. 4° & 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg. Nr. 15—16. Wien, 1864; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1864. Heft IV. Gotha; 4°.

Mondes. 2e Année, Tome V, 2e, 3e, 4e et 6e Livraisons. Paris, Leipzig, Tournai, 1864; 8°.

Moniteur scientifique. 178e—179e Livraisons. Tome VIe, Année 1864. Paris; 4°.

Reader. No. 73—75, Vol. III. London, 1864; Folio.

Reichsanstalt, k. k. geologische, in Wien: Jahrbuch 1864. XIV. Bd. Nr. 1. Jänner, Februar, März. Wien; Kl. 4°.

Schmidt, Oscar, Supplement der Spongien des adriatischen Meeres, enthaltend die Histiologie und systematische Ergänzungen. (Herausgegeben mit Unterstützung der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien.) Leipzig, 1864; 4°.

Société des sciences naturelles de Neuchatel: Bulletin. Tome VI. 2d Cahier. Neuchatel, 1863; 8°.

— Linnéenne de Normandie: Memoires. Année 1862 — 1863. XIII. Volume. Caen & Paris, 1864; 4°. — Bulletin. VIII. Volume. Année 1862—1863. Caen & Paris, 1863; 8°.

Society, The Chemical, of London: Journal. Ser. 2. Vol. I. Supplementary Number. London, 1863. Vol. II. January—March. London, 1864; 8°.

— Royal Dublin: Journal. Vol IV. No. 30. Dublin, 1863; 8°.

Verein, naturhistorisch-medizinischer, zu Heidelberg: Verhandlungen. Bd. III, 3. 8°.

— physikalischer zu Frankfurt a. M.: Jahresbericht für 1862 bis 1863; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 20—23. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrg. Nr. 14—15. Gratz, 1864; 4°.

Zeitschrift für Chemie und Pharmacie von Erlenmeyer. VII. Jahrg., Heft 7—9. Heidelberg, 1864; 8°.

Über das Morin, Maclurin und Quercitrin.

Von H. Hlasiwetz und L. Pfaundler.

Wir theilen im Folgenden eine Reihe neuer Erfahrungen über diese Körper mit, auf deren nahen Zusammenhang wir schon in einigen vorläufigen Berichten aufmerksam gemacht haben.

Je mehr wir in unserer Arbeit fortschritten, desto mehr mussten wir uns überzeugen, dass wir uns auf einem Gebiete bewegen, wo für eine sichere Orientirung nur erst die dürftigsten Anhaltspunkte vorhanden sind, und statt, wie wir wünschten, den Gegenstand thatsächlich und formell einigermassen abschliessen zu können, war uns nichts anderes möglich, als hierzu wieder nur eine, wenn auch vielleicht die bis jetzt umfassendste Vorarbeit zu liefern.

Es wird wahrscheinlich noch lange währen, bis man mit jener Bestimmtheit die Verhältnisse der Substanzen, denen unsere Untersuchung galt, auf ihre letzten Gründe so genau wird zurückführen können, wie es bei jenen einfacheren möglich ist, an denen vorzugsweise sich unsere Theorien und Speculationen entwickeln, allein weniger lange wird es brauchen, um die grosse Rolle dieser, zum Theil so hoch zusammengesetzten Körper einzusehen und zu würdigen, die sie in dem Leben der Pflanzen zu spielen scheinen.

Wir würden darum leicht darauf verzichten, die Resultate unserer Untersuchung in rationellen Formeln wiedergeben zu können, wenn es uns nur gelungen wäre, durch dieselbe diesen Punkt der physiologischen Bedeutung fester gestützt zu haben, als es bisher der Fall war, und wir wollen nach der Darlegung unserer Versuche einige der Beziehungen andeuten, die wir hier besonders im Auge haben und weiter hin zu verfolgen gedenken.

Morin.

Von der Gewinnung, Reinigung und den Eigenschaften dieses Körpers war in unserer Abhandlung „über das Morin und die

Moringerbsäure" [1]) schon die Rede, und wir können darauf verweisen.

Das Morin enthält Wasser, welches es beim Trocknen nur theilweise verliert. Es verträgt ausserordentlich hohe Temperaturen, ohne es ganz abzugeben.

Erhitzt man zerriebenes Morin in einem Luftbade, welches einen gläsernen Aufsatz hat, um den Verlauf der Erscheinung beobachten zu können, so bemerkt man, dass das Präparat anfangs gelber wird, weiterhin wieder verblasst, und bis 250° C. erhitzt, sein Äusseres kaum weiter verändert.

Allmählich wachsen dann aus der höher erhitzten Masse kleine, gelbliche Krystalle von sublimirtem Morin aus, die sie nach und nach wollig überkleiden.

Der grösste Theil des Morins aber wird dabei in ein missfarbiges Pulver verwandelt, oder schmilzt an heisseren Stellen zu brauner Masse.

Die Temperatur des anfangenden Sublimirens liegt nahe bei 300° C. Während dieser entweicht allmählich wohl auch die letzte Wassermenge, allein es rückt dabei der Punkt der Zersetzung auch schon so nahe, dass es leider fast unmöglich ist, eine für die Elementaranalyse genügende Menge sublimirten Morins zu gewinnen.

Die Höhe der Temperatur kann anderntheils auch durch die Dauer einer niedrigeren ersetzt werden, und wir erhielten z. B. einmal von einer Substanz, die 40 Stunden lang bei 100° getrocknet war, dieselben Zahlen, wie von einer andern, die bis 200° erhitzt worden war.

Wir nehmen für das Morinanhydrid die Formel $\Theta_{12}H_8\Theta_5$ an, wenn wir gleich das sublimirte Präparat, welches, wie bemerkt, wir allein für wasserfrei halten müssen, nicht analysiren konnten.

Daneben unterscheiden wir das gewöhnliche Morin als Morinhydrat durch die Formel $\Theta_{12}H_{10}\Theta_6$ oder $\Theta_{12}H_8\Theta_5 \cdot H_2\Theta$. Für diese lassen sich einige Verbindungen und ein Bromsubstitutionsproduct als Belege anführen.

---

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akad. Bd. 47, S. 10. — Annalen der Chem. 127, S. 351.

(Davon, dass die sublimirten Krystalle wirklich Morin und nicht etwa ein sublimirtes Zersetzungsproduct sind, haben wir uns besonders überzeugt.)

Nur unter der Annahme dieser beiden Formeln erklären sich die scheinbaren Differenzen der sehr zahlreichen Verbrennungen, die wir mit möglichst gereinigten Präparaten, die bei verschiedenen Temperaturen getrocknet waren, ausgeführt haben.

Wir stellen sie nach der Dauer und der Höhe der Temperatur beim Trocknen zusammen [1]).

a) Lufttrockene Substanz:

I. 0·275 Grm. Substanz gaben 0·551 Grm. Kohlens. und 0·101 Grm. Wasser.
II. 0·244 „ „ „ 0·493 „ „ „ 0·092 „ „
III. 0·3067 „ „ „ 0·619 „ „ „ 0·1132 „ „

	I.	II.	III.
C	55·0	55·1	55·0
H	4·1	4·2	4·1

(Dieselben Zahlen fand Wagner für sein allerdings getrocknetes Morin, nämlich C 55·17 und H 4·15 im Mittel [2]).

b) Nach 3—4stündigem Trocknen bei 100°:

IV. 0·348 Grm. Substanz gaben 0·7324 Grm. Kohlens. und 0·128 Grm. Wasser.
V. 0·300 „ „ „ 0·631 „ „ „ 0·116 „ „
VI. 0·280 „ „ „ 0·589 „ „ „ 0·108 „ „

	IV.	V.	VI.
C	57·4	57·4	57·3
H	4·1	4·2	4·3

c) Nach 5—10stündigem Trocknen bei 100°:

VII. 0·2896 Grm. Subst. gaben 0·6233 Grm. Kohlens. und 0·103 Grm. Wasser.
VIII. 0·3206 „ „ „ 0·687 „ „ „ 0·1155 „ „
IX. 0·3266 „ „ „ 0·699 „ „ „ 0·1142 „ „

	VII.	VIII.	IX.
C	58·7	58·4	58·4
H	3·9	4·0	3·9

d) Nach 40stündigem Trocknen bei 100°, im Luftstrom:

---

1) Alle Verbrennungen sind nach der sehr zu empfehlenden Piria'schen Methode ausgeführt. Vergl. Jahresbericht der Chem. 1855, S. 772.

2) Annalen der Chem. Bd. 76, S. 349.

X. 0·3295 Grm. Subst. gaben 0·7204 Grm. Kohlens. und 0·1127 Grm. Wasser.
XI. 0·3257 „ „ „ 0·7076 „ „ „ 0·116 „ „

	X.	XI.
C	59·6	59·3
H	3·8	3·9

e) Zwischen 120—200° getrocknet:

XII. 0·2238 Grm. Subst. (bei 120°) gab. 0·4861 Grm. Kohlens. u. 0·0742 Grm. W.
XIII. 0·3996 „ „ („ 130°) „ 0·8723 „ „ „ 0·1431 „ „
XIV. 0·3205 „ „ („ 140°) „ 0·7000 „ „ „ 0·1048 „ „
XV. 0·2770 „ „ („ 160°) „ 0·6073 „ „ „ 0·0956 „ „
XVI. 0·3812 „ „ („ 200°) „ 0·8310 „ „ „ 0·1305 „ „

	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.
C	59·2	59·5	59·5	59 8	59·4
H	3·7	3·9	3·6	3·8	3·8

f) Zwischen 250—298° getrocknet:

XVII. 0·3123 Grm. Subst. gaben 0·6898 Grm. Kohlens. und 0·100 Grm. Wasser.
XVIII. 0·3010 „ „ „ 0·6650 „ „ „ 0·105 „ „
XIX. 0·3126 „ „ „ 0·6960 „ „ „ 0·105 „ „

	XVII	XVIII.	XIX.
C	60·2	60·3	60·7
H	3·6	3·8	3·7

Hieraus lässt sich berechnen:

	Berechnet	Gefunden im Mittel
a)	$C_{12}H_8O_5 + 1\frac{1}{2}\,H_2O$	
C	55·6	55·0
H	4·2	4·1
b)	$C_{12}H_8O_5 + H_2O$	
C	57·6	57·4
H	4·0	4·2
c)	$2\,(C_{12}H_8O_5 + 1\frac{1}{2}\,H_2O)$	
C	58·6	58·5
H	3·7	3·9
d) und *e)*	$C_{12}H_8O_5 + \frac{1}{2}\,H_2O$	
C	59·7	55·5
H	3·7	3·7
f)	$2\,(C_{12}H_8O_5) + \frac{1}{2}\,H_2O$	
C	60·9	60·4
H	3·6	3·7

Die wasserfreie Substanz $= C_{12}H_8O_5$ würde verlangen: C 61·9; H 3·4.

Die Formel ($C_{12}H_8O_5 + 1^1/_2 H_2O$) verlangt ferner 10·4 Pct. Wasser. Wir fanden bei den angegebenen Temperaturen den Wasserverlust zwischen 6 und 10 Pct.

Die Schwierigkeit, das Wasser völlig und ohne sich dabei zu zersetzen, abzugeben, theilt das Morin mit dem Quercetin [1]).

Morinverbindungen. Das Morin geht einige Verbindungen ein, die jedoch schwierig chemisch rein darstellbar und sehr zersetzlich sind. Gleichwohl lässt sich das Atomgewicht des Morins durch sie einigermassen controliren.

Morinkali. Löst man 1 Theil Morin in einer concentrirten Lösung von 3 Theilen kohlensaurem Kali in der Wärme, und giesst die klare Flüssigkeit in eine Schale aus, so krystallisirt während des Abkühlens die Verbindung in kleinen gelben weichen Nadeln, die man durch Abpressen in einer Schraubenpresse von der Mutterlauge befreit.

Die Verbindung lässt sich nicht ohne theilweise Zersetzung umkrystallisiren, wenn man der Lösung nicht wieder etwas kohlensaures Kali zusetzt. Bei der Unmöglichkeit, sie von den alkalihaltigen Mutterlaugen anders als durch Pressen zu befreien, ist es schwer, genau stimmende Zahlen zu erhalten. Zudem verändert sie sich auch ein wenig an der Luft und beim Trocknen, und wird, ursprünglich sattgelb, grünlichbraun. Sie wurde bei 160° getrocknet; weiter erhitzt, beginnt sie sich zu zersetzen.

0·3082 Grm. Substanz gaben 0·5635 Grm. Kohlensäure und 0·0913 Grm. Wasser.
0·3608 „ „ „ 0·1118 „ schwefelsaures Kali.

$C_{12}H_9KO_6$		Berechnet	Gefunden
C_{12}	144	50·0	49·9
H_9	9	3·3	3·3
K	39	13·5	13·9
O_6	96		
	288		

Andere Präparate, nur durch Trockenpressen von der Mutterlauge befreit, gaben bis zu 2 Pct. höhere Kaligehalte, und im Verhältniss verminderte *C* und *H*-Beträge.

Morinnatron. Aus einer, mit kohlensaurem Natron in denselben Verhältnissen bereiteten Morinlösung krystallisirt langsamer als die

---

[1]) Vergl. Sitzungsberichte der kais. Akad. Bd. 36, S. 408. — Annalen der Chem. Bd. 112. S. 104.

vorige, diese Verbindung von sehr ähnlichem Äussern, welche der Reinigung dieselben Schwierigkeiten bietet.

Die Analyse lieferte nur annähernde Zahlen.

0·4694 Grm. bei 160° getr. Subst. gab. 0·8788 Grm. Kohlens. u. 0·131 Grm. W.
0·6866 „ „ „ „ „ „ 0·1996 „ schwefelsaures Natron.

$\Theta_{12}H_9Na\Theta_6$				Berechnet		Gefunden
Θ_{12}	—	144	—	52·9	—	51·1
H_9	—	9	—	3·3	—	3·1
Na	—	23	—	8·4	—	9·4
Θ_6	—	96	—		—	
		272				

Morinkalk. Durch Fällen einer Morinkalilösung mit Chlorcalcium als gelber Niederschlag erhalten, mit Wasser gewaschen und bei 140° getrocknet. Er gab im Mittel von zwei Bestimmungen 7·3 Pct. Ca. Die Formel $\Theta_{12}H_8Ca\Theta_6$ verlangt 7·6 Pct. Ca. Wagner fand in dem, aus Gelbholzdecoct erhaltenen Morinkalk, der sich nach seiner Angabe aus Weingeist in kleinen, schwefelgelben Krystallen ausscheidet, 6·8 Pct. Kalk. Vielleicht enthielt dieses Präparat noch etwas Maclurinkalk (moringerbsauren Kalk).

Morinbaryt. Gleichfalls von Wagner untersucht. Er kochte Morin mit frisch gefälltem kohlensaurem Baryt, und fand in dem rothbraunen Pulver, welches das Filtrat beim Verdunsten hinterliess, im Mittel mehrerer Bestimmungen 22·2 Pct. Baryt. Die Rechnung verlangt für die Formel $\Theta_{12}H_8Ba\Theta_6$ 22·1 Pct.

Morinbleioxyd. Der gelbe Niederschlag, den alkoholische Bleizuckerlösung in einer alkoholischen Lösung von Morin hervorbringt, ist nicht von gleich bleibender Zusammensetzung.

Nach der Formel $\Theta_{12}H_8Pb\Theta_6$ berechnen sich:

C 31·7 ; H 1·7 ; $Pb_2\Theta$ 48·9. Wagner fand zwischen 44·1 und 47·2 Bleioxyd. Wir erhielten 44·3 und 45·8 Pct.

Dazu bei der Verbrennung 32·9 Kohlenstoff und 1·9 Wasserstoff.

Morinzink. Bei Versuchen, die Wirkung des aus Zink und Schwefelsäure entwickelten Wasserstoffes auf das Morin kennen zu lernen, erhielten wir auffallender Weise diese Verbindung.

Kocht man eine alkoholische, mit Schwefelsäure versetzte Lösung von Morin in einem, mit einem Kühlapparate zum Condensiren des verdunstenden Weingeistes versehenen Kolben mit granulirtem Zink, so scheiden sich nach einiger Zeit aus der früher dunkleren,

später ganz lichtgelb gewordenen Flüssigkeit citronengelbe, seidenglänzende Nadeln aus, die, abfiltrirt, zuerst mit Alkohol, dann mit warmem Wasser gewaschen und getrocknet bei der Analyse Zahlen gaben, welche der Formel $\underbrace{C_{12}H_9ZcO_6}$ nahe kommen. Sie lösen sich wenig in kaltem Alkohol, völlig in siedendem, und sind unlöslich in Wasser. Verdünnte Alkalien bewirken schnell ihre Lösung mit sattgelber Farbe. Säuren zersetzen sie unter Abscheidung des Morins.

0·3466	Grm. Subst. gab. bei 140° getr.	0·6531	Grm. Kohlens. u.	0·1125	Grm. W.
0·422	„ „ „ „ „	0·790	„ „ „	0·140	„ „
0·366	„ „ „ „ „	0·0456	„ Zinkoxyd.		
0·4209	„ lufttrockene Substanz verloren bei 140°			0·050	„ „

$C_{12}H_9ZcO_6$		Berechnet	Gefunden	
C_{12}	144	51·2	51·4	51·1
H_9	9	3·2	3·6	3·6
Zc	32·5	11·5	11·1	„
O_6	96	„	„	„
	281·5			

		Berechnet	Gefunden
$C_{12}H_9ZcO_6$	281·5	„	„
$2H_2O$	36·0	11·3	11·8
	317·5		

Die Bildung dieser Verbindung ist ganz ungewöhnlich, und man kann für ihre Erklärung in Verlegenheit sein.

Wir haben den Versuch mehrmals mit demselben Erfolge wiederholt, besassen aber zuletzt nicht mehr Material genug, ihn, wie er es verdient, theoretisch zu verfolgen.

Wir zeigen später, dass der mit Natrium entwickelte Wasserstoff völlig verschieden auf das Morin einwirkt. Dort ist die Reaction sehr verständlich; sie erfolgt so wie bei dem Übergange des Aldehyds in Alkohol durch Wasserstoff [1]).

Hier liesse sich in Ermangelung einer besseren Erklärung vielleicht annehmen, dass der Bildung des Morinzinksalzes die eines basisch schwefelsauren Zinkoxydes vorausgeht, welches sich mit dem Morin in Morinzink, Wasser und neutrales schwefelsaures Zinkoxyd umsetzt.

---

1) Wurtz. Comptes rendus. LIV. 915.

Morinammoniak. Leitet man über, bei 100° getrocknetes, in einer Kugelröhre befindliches, im Wasserbade erwärmtes Morin trockenes Ammoniak, so nimmt es eine intensiv gelbe Farbe an, und zeigt, nachdem zuletzt Luft durch die Röhre geleitet wurde, eine Gewichtszunahme von 12·3 Pct.

Ist das Product der Reaction $Є_{12}H_{10}Θ_6 + 2\,NH_3 - H_2Θ$, so berechnet sich 12·7 Pct. Gewichtszunahme.

Brommorin. Brom wirkt auf Morin heftig ein. Die Reaction wurde in einer Reibschale vorgenommen und mit dem Bromzusatze so lange fortgefahren, als noch eine Einwirkung bemerkbar war. Das Ganze wurde mit dem Pistill gut durcheinander gearbeitet, dann auf dem Wasserbade bis zum Fortgehen des Bromwasserstoffes erhitzt, zerrieben und aus Alkohol umkrystallisirt. Die Substanz ist ziemlich schwer löslich und fällt bald nach dem Auskühlen der Lösung heraus.

Sie bildet kurze, mikroskopische, meist büschelförmig gruppirte Nadeln.

Der Analyse nach enthält das Brommorin Br_3 an der Stelle von H_3:

0·3476 Grm. Subst. gaben (bei 130°) 0·3683 Grm. Kohlens. und 0·0774 Grm. W.
0·4350 „ „ „ 0·5082 Grm. Bromsilber.

$Є_{12}H_7Br_3Θ_6$			Berechnet		Gefunden
$Є_{12}$	—	144	— 29·6	—	28·9
H_7	—	7	— 1·4	—	1·5
Br_3	—	240	— 49·3	—	49·7
$Θ_6$	—	96	—	—	
		487			

Die ausgesprochenste Beziehung des Morins ist die zum Phloroglucin. In dieses kann es mit Leichtigkeit übergeführt werden, sowohl durch die Einwirkung des Wasserstoffes, den man mittelst Natrium entwickelt (unter Umständen auch des, aus Zink- und Schwefelsäure entwickelten) und endlich durch die Einwirkung schmelzender Alkalien.

Löst man Morin in Wasser auf, dem man einige Tropfen Lauge zugesetzt hat, und bringt dann Natriumamalgam dazu, so bemerkt man, dass da, wo das Amalgam mit der Flüssigkeit in nächster Berührung steht, diese eine indigoblaue Färbung annimmt.

Da, wo sich diese Flüssigkeit mit der übrigen gelben mischt, erscheint sie in verschiedenen Nüancen des Grün.

Erwärmt man nun, so mischt sich durch das entwickelte Gas das Ganze zu einer grünen Flüssigkeit. Im Verlaufe der Einwirkung geht diese Färbung durch die entsprechenden Töne in ein durchsichtiges Gelbbraun über.

Nimmt man während des Versuches von Zeit zu Zeit Proben heraus, die man auf einem Uhrglase mit Salzsäure absättigt, so sieht man, wie die im Anfange noch ziemlich copiösen Ausscheidungen unzersetzten Morins immer geringer werden. Man bemerkt zugleich, dass Proben der blauen Flüssigkeit roth werden. Die Reaction ist zu Ende, wenn gar keine Ausscheidung mehr erfolgt, und in diesem Zeitpunkte findet man die Flüssigkeit bis zum lichten Strohgelb entfärbt. War das zum Versuche verwendete Morin ganz rein, so verändert sich diese Flüssigkeit auch an der Luft nicht. Weniger reine Präparate geben an der Luft sich färbende Flüssigkeiten, und beim nachherigen Absättigen geringe flockige, bräunliche Ausscheidungen.

Die abgesättigte Flüssigkeit ist noch etwas lichter von Farbe, und enthält nunmehr nichts als Phloroglucin.

Man kann dieses daraus mit Äther ausschütteln, oder es aus der eingedampften Salzmasse mit Alkohol ausziehen.

Nach dem Umkrystallisiren haben wir es analysirt.

I. 0·260 lufttrockene Substanz verloren (bei 110°) 0·058 Grm. Wasser.
II. 0·2588 getrocknete „ gaben 0·540 Grm. Kohlens. u. 0·113 Grm. W.

$C_6H_6O_3$		Gefunden
57·1	—	56·9
4·8	—	4·9

		Berechnet		Gefunden
$C_6H_6O_3$	—	„	—	„
H_2O	—	22·2	—	22·3

Wir haben diesen Versuch unter verschiedenen Vorsichtsmassregeln zum öfteren wiederholt, und uns überzeugt, dass hierbei weder Kohlensäure, noch ein anderes flüchtiges Product, noch überhaupt ein weiteres Zersetzungsproduct gebildet wird. Wir haben daher Anfangs vermuthet, die Umwandlung des Morins in Phloroglucin würde ausdrückbar sein durch:

$$\underbrace{C_6H_4O_3}_{\text{Morin}} + H_2 = \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}}$$

und die beiden Körper in dem Verhältnisse eines Aldehyds zu seinem Alkohol stehen.

Dieser Ansicht, der sich die für das Morin gefundenen Zahlen nicht fügen wollten, verdanken wir die zahlreichen Analysen dieses Körpers und die zeitraubenden Versuche über seine Entwässerung.

Es bleibt nach diesen nur der Ausdruck

$$\underbrace{C_{12}H_{10}O_6} + H_2 = \underbrace{2\,C_6H_6O_3}$$

für den Vorgang übrig.

Mit demselben Enderfolg, wenn auch der äusseren Erscheinung nach verschieden, wirkt das Natriumamalgam auf eine alkoholische mit Salzsäure angesäuerte Morinlösung.

Schnell nach dem Einbringen des Amalgams nimmt die Flüssigkeit (die man fortwährend sauer erhalten muss) eine allmählich immer intensiver werdende Purpurfarbe an, die nach und nach in rothgelb, gelb und gelblich übergeht. Das Morin ist dann ganz in Phloroglucin umgewandelt. Unterbricht man jedoch die Einwirkung, wenn die rothe Farbe den höchsten Grad von Intensität erreicht hat, indem man die Flüssigkeit vom Amalgam abgiesst und von dem meistens ausgeschiedenen Kochsalz abfiltrirt, so erhält man nach der vorsichtigen Concentration derselben auf dem Wasserbade eine Ausscheidung von glänzenden purpurrothen Prismen, welche sich durch Umkrystallisiren reinigen lassen. Sie lösen sich leicht in Alkohol mit intensiver Purpurfarbe, und Wasser fällt eine solche Lösung in röthlichen Flocken. Äther löst weniger leicht und mit einer in's Blaue schillernden Farbe.

Die rothe alkoholische Lösung der Substanz wird auf Zusatz von Ätzalkalien oder Ammoniak grasgrün; erwärmt man solche Lösungen, oder lässt sie eine zeitlang stehen, so werden sie immer gelber, zuletzt ganz weingelb, und sättigt man sie dann mit einer Säure ab, so erhält man reines Morin wieder. Weniger schnell, aber eben so vollständig wird dieser rothe Körper auch durch blosses Kochen seiner verdünnten alkoholischen Lösung in Morin zurück verwandelt.

Er erfährt ferner dieselbe Umwandlung beim Erhitzen im trockenen Zustande, und fällt man endlich seine rothe Lösung mit alkoholischer Bleizuckerlösung, filtrirt den gelben Niederschlag ab und

zersetzt ihn unter Alkohol mit Schwefelwasserstoff oder Schwefelsäure, so enthält die Flüssigkeit ebenfalls nur gewöhnliches Morin.

Charakteristisch für diese rothen Krystalle ist ein höchst intensiver Dichroismus, den ihre alkoholische Lösung zeigt, wenn man sie mit etwas Alaunlösung versetzt.

Besonders in grosser Verdünnung erscheint die Flüssigkeit dann mit der gelben Farbe und dem grünen Reflex des Uranglases.

Wir haben von diesem Körper nach verschiedenen Darstellungen eine Anzahl Analysen ausgeführt, aus denen hervorgeht, dass er dem Morin gleich zusammengesetzt ist, und nicht, wie man vermuthen könnte, sich zu diesem verhält etwa wie Hydrochinon zu Chinon, u. s. w.

I. 0·3218 Grm. Subst. (bei 100° getr.)	gaben	0·677 Kohlens.	und	0·1154 W.
II. 0·3539 „ „ „ „ „	„	0·744 „	„	0·1274 „
III. 0·300 „ „ „ 130 „	„	0·6474 „	„	0·1009 „
IV. 0·2835 „ „ „ „ „	„	0·6093 „	„	0·0977 „

$C_{12}H_8O_5\ H_2O$		I.		II.
C 57·6	—	57·4	—	57·3
H 4·2	—	4·0	—	4·0

$2\,(C_{12}H_8O_5) + 1^1/_2\ H_2O$				III.		IV.
C	—	58·6	—	58·8	—	58·6
H	—	3·8	—	3·7	—	3·8

Diesen Erfahrungen nach scheint der rothe Körper nichts anderes zu sein, als eine isomere Modification des Morins, und wir wollen ihn bis auf weiteres Isomorin nennen.

Wir haben auch den Beweis geführt, dass der Übergang des Isomorins in Morin nicht des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft bedarf, und lediglich durch Wärme oder die Mithilfe von Alkalien erfolgt.

Eine unter Quecksilber abgesperrte, mit ausgekochten Lösungsmitteln bereitete rothe Lösung des Körpers wurde, nachdem ein Stückchen Kali eingeführt war, beim blossen Stehen nach einigen Stunden gelb und gab beim Neutralisiren dann gewöhnliches Morin.

Eben so verlief der Process in einem Apparat, in welchem die Luft durch Wasserstoff vollständig verdrängt war.

Isomorin bildet sich auch bei der Behandlung einer Lösung von Morin in concentrirter erwärmter Schwefelsäure, die man mit

Wasser so weit verdünnt hat, als es ohne Fällung möglich ist, mit granulirtem Zink.

Die Flüssigkeit wird purpurroth und mit Kali oder Ammoniak übersättigt, grün.

Das Endproduct der Reaction, setzt man diese bis zur Wiederentfärbung fort, ist auch hier wieder Phloroglucin.

Wie sehr veränderte Bedingungen von Einfluss auf den Verlauf einer Reaction sind, zeigen diese verschiedenen Behandlungsweisen des Morins mit nascirendem Wasserstoff sehr deutlich. Je nach denselben erhält man entweder Isomorin, Phloroglucin oder Morinzink, ohne dass man genöthigt wäre, eine Differenz des Wasserstoffes je nach seiner Entwickelung mittelst Zink oder Natrium anzunehmen.

Erhitzt man einen Theil Morin mit einer concentrirten Lösung von drei Theilen Kalihydrat in einer Silberschale so lange, bis eine herausgenommene, in Wasser gelöste Probe mit Salzsäure keine Ausscheidung von Morin mehr gibt, neutralisirt dann die Lösung der Schmelze mit Salzsäure oder verdünnter Schwefelsäure, und schüttelt die Flüssigkeit mit Äther aus, oder zieht den, durch Eindampfen erhaltenen Salzrückstand mit absolutem Alkohol aus, so erhält man gleichfalls Phloroglucin.

Bei einigen Versuchen erhielten wir kleine Mengen eines zweiten Körpers, der vom Phloroglucin durch Bleizucker getrennt werden konnte, und sich als Oxalsäure erwies.

Die Bildung des Phloroglucins aus Morin beim Erhitzen mit Kalihydrat kann unmöglich so erfolgen, wie wenn das Morin durch Behandlung mit Natriumamalgam in dieses übergeht.

Ausser der Oxalsäure konnten wir jedoch ein zweites Zersetzungsproduct nicht finden, und es bleibt daher fast nur die Annahme übrig, dieses, wenn es entsteht, zersetze oder oxydire sich weiter, und gebe die gefundene Oxalsäure die das Phloroglucin für sich so behandelt, uns nicht lieferte. Es sind bekanntlich vornehmlich Verbindungen von der Natur der Aldehyde, die mit Wasserstoff sowohl wie mit Kalihydrat identische Producte liefern können, wie z. B. das Bittermandelöl in beiden Fällen Benzalkohol gibt.

Die Wirkung der Oxydationsmittel auf das Morin ist eine sehr energische. Das gewöhnlichste Endproduct der Zersetzung ist Oxalsäure. Eines der Zwischenglieder des Processes zu isoliren ist uns nicht gelungen.

Bei der trockenen Destillation liefert das Morin, während es schmilzt, sich bräunt und theilweise sublimirt, viel uncondensirbare Dämpfe und eine bräunliche Flüssigkeit von empyreumatischem Geruch und süssem Geschmack. In ihr ist unter anderm etwas Phloroglucin gelöst.

Maclurin.

Wir fanden in einer früheren Untersuchung [1]) für diese Verbindung die Formel $C_{13}H_{10}O_6$, und haben nach der Art, wie sie sich mit Alkalien zerlegen lässt, sie als Phloroglucin-Protocatechusäure betrachtet.

$$\underbrace{C_{13}H_{10}O_6}_{\text{Maclurin}} + H_2O = \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}} + \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}}$$

Sie zeigt, ähnlich dem Morin, ein bemerkenswerthes Verhalten gegen den Wasserstoff im Entstehungszustande, und die bei diesem gemachte Beobachtung, dass, je nachdem man ihn in saurer oder alkalischer Lösung entbindet, er sehr verschieden wirkt, wiederholt sich auch hier.

Kocht man eine nicht zu concentrirte Lösung von Maclurin unter Zusatz von Schwefelsäure mit Zink, so färbt sie sich schnell hochroth; beim weiteren Erhitzen wird sie immer lichter, und zuletzt, nach etwa halbstündigem Kochen, ist sie bis zum lichten Weingelb entfärbt.

Sie verändert sich nun weiterhin nicht mehr, und das Maclurin ist vollständig zersetzt.

Die Zersetzungsproducte sind: Phloroglucin und ein zweiter neuer Körper, den wir seiner Farbenveränderungen wegen, die er gibt, als Machromin weiter beschreiben wollen. Man gewinnt ihn

---

[1]) Sitzungsberichte d. kais. Akad. Bd. 47, S. 10. — Annalen d. Chemie, 127, 351.

am besten so, dass man die vom Zink abgegossene Flüssigkeit mit etwa dem Drittheil ihres Volums Weingeist versetzt und dann mit Äther ausschüttelt, so lange sich dieser noch färbt.

Die ätherischen Auszüge werden schnell abdestillirt, der Rückstand mit Wasser verdünnt und mit essigsaurem Bleioxyd ausgefällt.

Der Niederschlag ist zunächst gelblich, färbt sich aber beim Abfiltriren, und wenn er der Luft ausgesetzt wird, sehr rasch grün und man muss ihn demgemäss vorsichtig behandeln.

In der von ihm abgelaufenen Flüssigkeit findet man wie gewöhnlich das Phloroglucin.

Er selbst wird mit siedendem Wasser angerührt, mit Schwefelwasserstoff zersetzt und das Schwefelblei (am besten mit verdünntem Alkohol) ausgewaschen.

Die Flüssigkeiten concentrirt man im Vacuumapparat [1]).

Sie färben sich unvermeidlich dunkler, setzen aber bei gehöriger Concentration bald lose, krümmliche Krystallmassen an, die nur wenig gefärbt sind.

Diese werden abfiltrirt und die Mutterlaugen weiter verdunstet, die in der Regel noch eine kleine Ausbeute liefern.

Das Rohproduct wird mit kaltem Wasser gewaschen, so lange das Waschwasser noch gefärbt ablauft.

Dies kann ohne bedeutenden Verlust geschehen, denn die Substanz ist in kaltem Wasser schwer löslich.

Man reinigt sie durch wiederholtes Umkrystallisiren aus sehr verdünntem siedendem Weingeist.

Beim Erkalten fällt sie als farblose, flimmernde Kryställchen heraus, die auf einem Filter gesammelt und mit kaltem Wasser nachgewaschen werden.

Sie haben die ausgezeichnete Eigenschaft, sich an Luft und Licht schnell bläulich und endlich ziemlich dunkelblau zu färben, wesshalb man sie davor geschützt weiter behandeln muss. Man legt nach dem Abtropfen das Filter auf dicke Lagen Fliesspapier und lässt sie lufttrocken werden. Man kann sie dann als weisse, schwachseidenglänzende Masse ablösen. Trocknet man sie in der Wärme, so färben sie sich blau.

---

1) Der von uns benützte ist im Anhange beschrieben.

Unter dem Mikroskop erkennt man die Krystalle als haarförmige, feine, kurze Nädelchen, die zu Bündeln und sternförmigen Gruppen vereinigt sind. Kaltes Wasser löst sie äusserst wenig, von siedendem bedürfen sie ziemliche Mengen, von Weingeist sehr wenig, etwas mehr von Äther.

Sie haben die folgenden charakteristischen Reactionen:

Eine wässerige, kochend bereitete Lösung wird allmählich beim Stehen an der Luft tief veilchenblau, und gibt dann auf Zusatz von Salzsäure einen amorphen indigoblauen Niederschlag.

Eisenchlorid gibt (am besten in einer sehr verdünnten alkoholischen Lösung) eine schön violetrothe, weiterhin königsblau werdende Färbung.

Zusatz von weinsaurem Ammoniak benimmt der blauen Farbe nur etwas ihre Reinheit, ohne sie in eine andere umzuwandeln.

Verdünnte Ammoniakflüssigkeit löst die Krystalle mit röthlicher Farbe. An der Luft wird diese Lösung blau, und eben so nehmen Lösungen, welche mit ätzenden Alkalien versetzt sind, an der Luft eine violetblaue Farbe an. Salpetersaures Silberoxyd gibt unter Reduction des Oxyds eine violete Flüssigkeit.

Quecksilberchlorid gibt keine Fällung, aber die Flüssigkeit wird gleichfalls violet. Eine Trommer'sche Kupferlösung wird von der Substanz beim Erwärmen reducirt.

Concentrirte Schwefelsäure löst sie mit orangerother, dann gelb, und beim Erwärmen smaragdgrün werdender Farbe. Diese Farbe erhält sich auch beim Verdünnen; mit Alkalien übersättigt, wird die Flüssigkeit violet. Salpetersäure gibt eine dunkelbraunrothe Lösung.

Bei der grossen Veränderlichkeit der Substanz ist es nicht ganz leicht, sie unzersetzt für die Analyse vorzubereiten, und die Differenzen einiger Verbrennungen können wir nicht wohl einem andern Umstande zuschreiben.

Das Krystallwasser entweicht zwischen 100—130°. Ein Blauwerden der Substanz ist dabei selbst in sauerstofffreier Atmosphäre kaum zu vermeiden.

Die wahrscheinlichste Formel, die sich aus den Analysen ableiten lässt, ist $\mathrm{Є_{14}H_{10}Θ_5 + 3\,H_2Θ}$; ihr zufolge wäre bei der Bildung des Machromins nur die Protocatechusäure betheiligt, und es liesse sich daher die Gleichung geben:

$$2\,(\mathrm{Є_7H_6Θ_4}) + 4\,\mathrm{H} = \mathrm{Є_{14}H_{10}Θ_5} + 3\,\mathrm{H_2Θ}$$

Wir fanden:

I.	0·2729 Grm. Subst. gab. (bei 130°)				0·6466 Grm. Kohlens. u.		0·0948 Grm. W.	
II.	0·2072	„	„	„	0·494	„ „	0·076	„ „
III.	0·236	„	„	„	0·5605	„ „	0·0830	„ „
IV.	0·2864	„	„ verloren	„	0·0504	„ Wasser.		

$Є_{14}H_{10}Θ_5$		Berechnet	I.	II.	III.
$Є_{14}$	168	65·1	64·6	65·0	64·8
H_{10}	10	3·9	3·9	4·0	4·0
$Θ_5$	80	„			

	Berechnet	Gefunden
$Є_{14}H_{10}Θ_5$	„	„
$3\,(H_2Θ)$	17·3	17·5

Drei andere Analysen hatten ergeben:

C	63·3	63·8	64·0
H	3·7	3·6	3·9

Sie entsprechen Präparaten, die sich beim Trocknen stark gebläut hatten, und lassen auf eine durch Oxydation etwas veränderte Substanz schliessen.

$Є_{14}H_{10}Θ_{5,25}$ verlangt z. B. Є 63·6; H 3·7.

Zwei weitere Analysen, mit einer nur bei 100° getrockneten Substanz ausgeführt, gaben:

C	62·7	62·9
H	4·1	4·0

sie geben die Formel $Є_{14}H_{10}Θ_5 + {}^1/_2 H_2Θ$, welche verlangt C 62·9 H 4·1.

Ausser dem Bleisalz, welches sich jedoch leider nicht unzersetzt auswaschen und trocknen lässt, können wir keine Verbindung zur Stütze dieser Formel anführen, denn es gelang nicht, sie in andere krystallisirte Salze oder Substitutionsproducte überzuführen.

Von diesem Bleisalze aber waren, da es allmählich ganz dunkelgrün wurde, scharfe Zahlen nicht zu erwarten.

Die gefundenen nähern sich jedoch der aufgestellten Formel. Es gab nach dem Trocknen bei 130°: C 35·1; H 1·6; $Pb_2Θ$ 48·9. Die Formel $Є_{14}\,H_8\,Pb_2\,Θ_5$ verlangt Є 36·3; H 1·7; $Pb_2Θ$ 48·2.

Der Körper, welcher das Product des Oxydationsvorganges ist, dem zufolge sich das Machromin bläut, lässt sich als ein dunkelindigblauer Niederschlag erhalten, wenn man eine wässerige Lösung desselben mit einem Überschuss von Eisenchlorid-Lösung versetzt. Er wird mit Wasser gut ausgewaschen, dann in gelinder Wärme getrocknet, zerrieben und mit Äther ausgezogen, um Spuren vielleicht unzersetzt gebliebener Substanz zu entfernen.

Er bildet nach dem Trocknen dunkelschwarzblaue, glänzende Massen, löst sich leicht mit schön blauer Farbe in Alkohol, wird aber aus dieser Lösung durch Wasser nicht gefällt.

Die alkoholische Lösung kann, etwas angesäuert, durch Natriumamalgam, eben so wie durch Zink entfärbt werden.

Die mit Zink entfärbte Flüssigkeit mit Äther ausgeschüttelt, und dieser verdunstet, liefert wieder Machromin.

Die Analyse zeigt, dass die Zusammensetzung des blauen Productes nur wenig von der des Machromins differirt.

I. 0·2542 Grm. bei 100° getr. Substanz gaben 0·607 Grm. Kohlensäure und 0·0806 „ Wasser.
II. 0·367 „ bei 100° „ „ „ 0·8737 „ „ „ 0·111 „ Wasser.

Die von dem Machromin um $-H_2$ differirende Formel $\underbrace{C_{14}H_8O_5}$ verlangt:

	Berechnet		I.		II.
C —	65·6	—	65·1	—	65·0
H —	3·1	—	3·5	—	3·4

Die Synthese des Machromins aus Protocatechusäure, wie wir sie in der gegebenen Gleichung annehmen, hat uns viel beschäftigt, allein sie ist uns nach den Methoden, nach denen man sonst Einwirkungen des Wasserstoffes im Entstehungszustande vornimmt, nicht gelungen.

Es scheint, dass die Protocatechusäure selbst in solchem Zustande sich befinden müsste, um so umgewandelt werden zu können, und es ist möglich, dass sich nur Verbindungen derselben, die ähnlich dem Maclurin constituirt sind, zur Bildung des Körpers eignen. Die Äther der Säure dürften solche sein, und diese wollen wir noch zu erhalten suchen, um mit ihnen den Versuch nachzutragen.

Mit ganz verschiedenem Erfolge wirkt der Wasserstoff auf das Maclurin, wenn man ihn mittelst Natriumamalgam in alkalischer Lösung entwickelt.

Löst man in einem Kolben Maclurin (1 Theil) in Wasser (10 Theile), verbindet denselben mit einem aufrechtstehenden Kühlapparat, und erhitzt mit Natriumamalgam bis die Flüssigkeit, die anfänglich dunkelbraun erscheint, röthlich und durch alle Nüancen hindurch zuletzt wieder lichtgelb geworden ist, so ist das Maclurin zersetzt.

Die alkalische Flüssigkeit ist nun ausserordentlich empfindlich gegen den Sauerstoff der Luft, sie färbt sich, diesem ausgesetzt, augenblicklich röthlich, weiterhin braun.

Es ist daher nothwendig, sie, ohne den Kolben zu öffnen, abzusättigen, was man durch Nachfliessenlassen verdünnter Schwefelsäure durch den Kühlapparat ausführt. Sie erscheint dann lichter als zuvor.

Die in ihr enthaltenen Producte können durch Äther ausgezogen werden. Mit diesem schüttelt man sie so lange, als er sich noch färbt, destillirt ihn ab, nimmt den Rückstand, der sich inzwischen wieder etwas röthlich gefärbt hat, in Wasser auf und fällt die Lösung mit Bleizucker.

In der von dem Niederschlage abgelaufenen Flüssigkeit befindet sich Phloroglucin.

Der Niederschlag ist anfangs weiss, färbt sich aber beim Abfiltriren und Auswaschen jedesmal röthlich bis violet bräunlich. (Eine ähnliche Farbenveränderung erfährt die ablaufende Flüssigkeit.) Er wurde mit Wasser angerührt und mit Schwefelwasserstoff zersetzt. Die Flüssigkeit, die vom Schwefelblei abläuft, ist anfangs kaum gefärbt, allein beim Eindampfen, selbst wenn man es im Vacuumapparate vornimmt, färbt sie sich stets etwas braun.

Es ist uns, so oft und so vorsichtig wir auch den Versuch angestellt haben, nicht geglückt, dieses Zersetzungsproduct in krystallinischer Form zu erhalten.

Stets trockneten die Lösungen zu amorphen, rissigen Massen ein, die gleich löslich in Wasser, Alkohol und Äther waren.

Wir mussten uns zuletzt entschliessen, es in dieser Form getrocknet und zerrieben zu analysiren, um wenigstens ein ungefähres Urtheil über die Zusammensetzung des Körpers zu erhalten.

So erhielten wir Zahlen, welche die Formel $C_{14}H_{12}\Theta_5$ vermuthen lassen.

0·3184 Grm. Subst. bei 120° getr. gab. 0·7597 Grm. Kohlens. u. 0·1400 Grm. Was.

	$C_{14}H_{12}\Theta_5$		Gefunden
C.	64·6	—	65·0
H.	4·6	—	4·8

Der Bleiniederschlag der Substanz, veränderlich wie diese selbst, und nicht ohne Färbung darstellbar, gab bei 130° getrocknet C 22·6; H 1·4; $Pb_2\Theta$ 60·5 und 60·8.

Für die Formel $(C_{14}H_{10}Pb_2\Theta_5 + Pb_2\Theta . H_2\Theta)$ berechnet sich C 23·2; H 1·9; $Pb_2\Theta$ 61·3.

Wenn $C_{14}H_{12}\Theta_5$ der Zusammensetzung der Substanz entspricht, so wäre ihre Bildung aus Protocatechusäure einfach: $2\,C_7H_6\Theta_4 + 6\,H = C_{14}H_{12}\Theta_5 + 3\,H_2\Theta$.

Sie nähert sich dieser Zusammensetzung nach dem Catechuretin von Kraut und van Delden[1]), gibt mit Eisenchlorid eine grasgrüne, auf Zusatz von kohlensaurem Natron roth werdende Färbung, reducirt mit Leichtigkeit Silber- und alkalische Kupferoxydlösung, und gibt trocken destillirt Krystalle von den Eigenschaften des Brenzcatechins.

Acetylmaclurin. Maclurin wird von Acetylchlorid unter den gewöhnlichen Verhältnissen wenig angegriffen. Schmilzt man jedoch die beiden Verbindungen in eine Röhre ein und erhitzt im Wasserbade, so ist die Einwirkung unter vollständiger Lösung der Krystalle zu einer schwach gelblichen Flüssigkeit bald beendet. Das neue Product bleibt nach dem Verjagen des überschüssigen Chlorids und der Salzsäure auf dem Wasserbade als ein dickflüssiges Öl zurück.

Dasselbe löst sich selbst in siedendem Wasser nicht auf, leicht dagegen in Alkohol; Wasser fällt es aus dieser Lösung milchig, und nach und nach scheidet es sich wieder in Tropfen aus. Es nahm keine krystallinische Form an, blieb mit Wasser gut gewaschen, harzartig zähe, fast weiss, und gab bei 100° getrocknet:

0·3593 Grm. gaben 0·761 Kohlensäure und 0·1481 Grm. Wasser.

---

1) Annalen der Chemie 128, 291.

Die Formel $\underbrace{C_{13}\,(H_9.\,C_2H_3O)\,O_6 + {}^1/_2H_2O}$ verlangt:

	Berechnet		Gefunden
C —	57·7	—	57·7
H —	4·1	—	4·5

Quercetin.

Die Fortsetzung der Untersuchung über das Quercetin, welche der Eine von uns vor mehreren Jahren begonnen hat [1]), hat uns gezeigt, dass die damals erhaltenen Resultate noch nicht genügen, um Schlüsse über die Constitution desselben zu rechtfertigen.

Wir enthalten uns selbst jetzt noch, wo wir im Besitze viel zahlreicherer Thatsachen sind, einer ganz bestimmten Behauptung über die innere Natur dieses merkwürdigen Körpers, weil wir nicht erschöpfend alle die Fragen zu lösen vermochten, die uns hierzu der Lösung zu bedürfen schienen.

Die Gruppe der Verbindungen, der das Quercetin und seine Derivate angehören, ist in ihren Beziehungen und Eigenthümlichkeiten noch viel zu wenig gekannt, als dass sich Folgerungen und Analogien aus anderen ohne weiters auch auf sie übertragen liessen, und wir werden am Schlusse unseres Berichtes auf die Vorarbeiten hinweisen, deren es noch bedürfte, um mit Sicherheit die Constitution des Quercetins und Quercitrins in einer Formel auszudrücken.

Die Lückenhaftigkeit unserer Arbeit mag ihre Schwierigkeit entschuldigen; ihrer Schwierigkeiten aber wird man besser durch eigene Erfahrung als durch Beschreibung inne.

Die wichtigste Reaction, die über die Zusammensetzung des Quercetins und damit auch des Quercitrins Aufschluss geben kann, ist jedenfalls die Einwirkung des Kalihydrats in der Hitze.

Es waren früher durch dieselbe drei Körper als Zersetzungsproducte erhalten worden, davon der eine als Phloroglucin erkannt,

---

[1]) Sitzungsberichte d. kais. Akad. Bd. 36, S. 401.-Annalen d. Chemie u. Physik 112, 96.

der andere als Quercetinsäure beschrieben, und der dritte für eine Verbindung beider gehalten wurde.

In dieser damals beschriebenen Weise verläuft jedoch die Zersetzung nur unter ganz bestimmten Verhältnissen.

Ändert man diese (und es ist zunächst die Temperatur, die hier von Einfluss ist), so können die Producte, mit Ausnahme des Phloroglucins, welches immer gefunden wird, andere sein; dieses selbst aber wird wenigstens in wechselnden Mengen erhalten.

Wir haben diesen Versuch der Zersetzung des Quercetins mit Kalihydrat sehr oft wiederholt und waren zuletzt des Erfolges in der Erlangung bestimmter Producte einigermassen sicher; seiner vollständig sicher zu sein ist aber fast unmöglich, da es nie gelingt, die Temperatur auf einer bestimmten Höhe zu fixiren.

Es hat sich uns ergeben, dass bei der kürzesten Dauer der Einwirkung die erstgenannten drei Producte gebildet werden.

Steigert man die Temperatur und lässt sie andauernder einwirken, so erhält man einen andern Körper von der Natur einer schwachen Säure neben Phloroglucin und nur Spuren des dritten, von uns früher „intermediär" genannten Körpers. Setzt man das Schmelzen endlich so lange fort, bis die rothe Farbe, die die Schmelze beim Auflösen in Wasser zeigt, zu erscheinen ganz aufhört, so erhält man nur Phloroglucin und eine Säure, die zu den schon bekannten gehört (Protocatechusäure). In diesem Falle ist also der Enderfolg den Producten nach derselbe, wie bei der Zersetzung des Maclurins mit Kalihydrat.

Wir beschreiben nun unser Verfahren, die genannten Körper zu erhalten, genauer.

Trägt man 1 Theil Quercetin in eine concentrirte Lösung (etwa 1·3—1·4 sp. Gew.) von 3 Theilen Kalihydrat ein, die sich in einer Silberschale im Sieden befindet, und dampft das Ganze rasch ein, so kommt bei fortgesetztem Erhitzen ein Punkt, wo eine herausgenommene Probe auf einer flachen Schale in wenig Wasser gelöst, an den Rändern eine purpurrothe Färbung annimmt, und sich Streifen von derselben Farbe in der goldgelb gefärbten Flüssigkeit zeigen. Verweilt sie länger an der Luft, so wird sie ganz roth. Mit Salzsäure entfärbt sie sich wieder, und es fallen gelblich weisse Flocken heraus.

Unterbricht man in diesem Stadium die Reaction, so enthält die Masse nun vornehmlich die in der ersten Abhandlung beschriebenen Producte: Phloroglucin und den damals Quercetinsäure genannten Körper, die beim Absättigen der Kalimasse sich in Lösung befinden, während der sogenannte „intermediäre" Körper flockig sich ausscheidet, was übrigens erst nach dem gänzlichen Auskühlen vollständig eintritt.

Von diesem Körper abfiltrirt, erhält man die in der braungefärbten Lösung befindlichen Producte am bequemsten, nicht, wie früher beschrieben wurde, durch Eindampfen und Ausziehen der Salzmasse mit Alkohol, sondern durch wiederholtes Ausschütteln der mit 1/4 ihres Volumens Alkohol versetzten Flüssigkeit, mit Äther. Nach dem Abdestilliren desselben und Lösen des Rückstandes in Wasser, trennt und gewinnt man Phloroglucin und Quercetinsäure in der früher angegebenen Weise. Wir erhielten mehrmals dasselbe Product wie es damals beschrieben wurde. In seinen Eigenschaften vollständig gleich, gab es auch neuerdings bei der Analyse fast dieselben Zahlen.

0·2678 Grm. lufttrockene Substanz verloren bei 130° 0·0427 Grm. Wasser.
0·2248 „ getrocknete „ gab 0·490 Grm. Kohlens. u. 0·070 Grm. W.

In 100 Theilen:

C	59·4
H	3·5
Wasser	15·9

Früher war gefunden worden:

C	59·3	59·4	59·6	59·0	Wasser: 15·6 — 15·3 — 15·7 — 15·3.
H	3·6	3·8	3·9	3·7	

Statt dieses Körpers, oder mit ihm zugleich, erhielten wir jedoch in anderen Versuchen einen neuen, in seinen Reactionen diesem ausserordentlich nahe stehend, in seiner Zusammensetzung von ihm aber wesentlich verschieden.

Er unterscheidet sich von ihm, und das gestattet eine Trennung durch eine grössere Löslichkeit in Wasser. Löst man die rohe Kry-

stallisation, wie man sie aus den braun gefärbten Mutterlaugen erhält, in wenig heissem Wasser auf, so krystallisirt, falls sie vorhanden war, die schon beschriebene Quercetinsäure aus, und die Mutterlaugen setzen körnige Krystalle an, die der neuen Verbindung angehören. Nur eine mühsame fractionirte Krystallisation führt zu einer vollständigen Trennung. Zuletzt entfärbt man mit Kohle oder durch Überführen in ein Bleisalz und Zersetzen desselben mit Schwefelwasserstoff.

Die Bedingung, diese Substanz in grösserer Menge zu erhalten, scheint einfach etwas länger fortgesetztes Schmelzen zu sein.

Das Weitergehen der Zersetzung zu beurtheilen hat man fast kein anderes Mittel, als die Farbenerscheinung sehr genau zu beobachten, welche die Proben der in Wasser gelösten Schmelze nach und nach zeigen.

Auf die erste, schon genannte Reaction, wonach sich die Schmelze mit goldgelber Farbe in Wasser löst und nur allmählich roth wird, folgt eine zweite, in welcher die Lösung das eigenthümliche Goldgelb verloren, dafür ein gewisses durchsichtiges Fahlgelb angenommen hat, und an der Luft um sehr viel schneller sich röthet als früher.

Die schmelzende Kalimasse, bis dahin dickflüssig, in grossen Blasen schäumend, sinkt nun etwas ein und wird teigiger. Beim Auflösen und Absättigen mit Salzsäure fällt immer noch etwas, aber doch weniger von dem flockigen Körper heraus.

Im Übrigen behandelt man die gelöste, abgesättigte Masse wie früher.

Trotz vieler Versuche waren wir nicht im Stande, dem Verfahren zur Gewinnung des nunmehr zu beschreibenden Körpers das Zufällige ganz zu benehmen, was es selbst bei der sorgfältigst beobachteten Operation noch hat. Es muss auch bemerkt werden, dass nur Operationen mit grösseren Quantitäten zum Ziele führen. Wir haben selten unter 100 Grm. Quercetin in Portionen von 20 Grm. so verschmolzen. Die Ausbeute verringert sich ungemein durch die leichte Zersetzbarkeit des Körpers, der er bei dieser Methode seiner Gewinnung ausgesetzt ist.

Besonders ist es auch das Eindampfen der grossen Flüssigkeitsmengen, die man zuletzt erhält, wodurch Verluste herbeigeführt werden. Trotz der Anwendung des Vacuumapparates ist die Menge

der braunen unkrystallisirbaren Mutterlauge sehr bedeutend. Ein anderer Übelstand besteht darin, dass das Schwefelblei immer etwas davon zurückhält, so wie man auch beim Entfärben mit Kohle an seiner Menge einbüsst.

Hat man den angegebenen Punkt beim Schmelzen des Quercetins mit Kali gar überschritten, so erhält man vielleicht weder von der Quercetinsäure noch von diesem neuen Körper eine Spur, und beide sind in einen dritten Körper verwandelt, von dem später die Rede ist.

Der erste neue Körper, den wir Quercimerinsäure (von μέρος, Theil) nennen, hat folgende Eigenschaften:

Er ist farblos und verändert seine Farbe nicht wie die Quercetinsäure, die leicht einen Stich in's Gelbliche oder Bräunliche bekommt. Er löst sich leicht in Wasser, Alkohol und Äther, krystallisirt meistens in körnigen oder kleinen dicken, prismatischen Krystallen.

Seine Reaction ist sauer, sein Geschmack etwas adstringirend. Seine wässerige Lösung mit einer Spur eines Alkali versetzt, färbt sich schnell und intensiv purpurroth.

Mit Eisenchlorid erhält man eine dunkelblaue Reaction. Er reducirt beim Erwärmen Silber und alkalische Kupferoxydlösung, wird von essigsaurem Bleioxyd weiss gefällt und von Schwefelsäure mit rothbrauner Farbe gelöst; Erscheinungen, die man an der Quercetinsäure auch wahrnimmt.

Den Analysen nach aber besitzt er die Formel $\underbrace{Є_8 H_6 \Theta_5 . H_2\Theta}$.

I. 0·292 Grm. Substanz gaben (bei 130°) 0·560 Grm. Kohlensäure und 0·096 „ Wasser.
II. 0·2077 „ Substanz „ „ „ 0·3998 „ „ „ 0·0635 „ Wasser.
III. 0·2711 „ Substanz verloren beim Trocknen 0·0255 Grm. Wasser.
IV. 0·3226 „ „ „ „ „ 0·030 „ „

$\underbrace{Є_8 H_6 \Theta_5}$		Berechnet	I.	II.
$Є_8$	96	52·7	52·3	52·5
H_6	6	3·3	3·6	3·4
Θ_5	80	„	„	
	182			

				Berechnet		III.		IV.
$C_8H_6O_5$	—	182	—	„	—	„	—	„
H_2O	—	18	—	9·0	—	9·4	—	9·3[1]
		200						

So verschieden auch diese Zusammensetzung von der der Quercetinsäure ist, so theilt die Quercimerinsäure mit dieser doch so viele qualitative Reactionen, dass man nothwendig einen nahen Zusammenhang beider Körper voraussetzen muss.

Ein solcher wird am wahrscheinlichsten, wenn man der Quercetinsäure die Formel $\underbrace{C_{15}H_{10}O_7}$ gibt, welche mit den Analysen derselben noch ganz gut übereinstimmt.

$C_{15}H_{10}O_7$				Berechnet		Mittel der Analysen
C_{15}	—	180	—	59·6	—	59·3
H_{10}	—	10	—	3·3	—	3·6
O_7	—	112	—	„	—	„
		302				

				Berechnet		Gefunden im Mittel
$C_{15}H_{10}O_7$	—	302	—	„	—	„
$3\,H_2O$	—	54	—	15·1	—	15·5

Wenn man die Quercetinsäure neuerdings mit Kalihydrat schmilzt, bis die rothe Farbe, die die Schmelze in Wasser gelöst, an der Luft gibt, ganz verschwunden ist, so findet man nach dem Absättigen mit einer Säure und Ausziehen der Flüssigkeit mit Äther nichts anderes als Protocatechusäure.

Und in derselben Weise verhält sich auch die Quercimerinsäure.

Wir nehmen als das einfachste an, die Quercetinsäure liefere zuerst Quercimerinsäure und Protocatechusäure, und die erstere werde weiterhin gleichfalls zu Protocatechusäure.

$$\text{I. } \underbrace{C_{15}H_{10}O_7}_{\text{Quercetinsäure}} + H_2O + O = \underbrace{C_8H_6O_5}_{\text{Quercimerinsäure}} + \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}}$$

$$\text{II. } \underbrace{C_8H_6O_5}_{\text{Quercimerinsäure}} + O = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}} + CO_2$$

---

[1]) Bei 100° getrocknete Substanz gab uns

C 51·9 — 51·3

H 3·6 — 3·6

worauf sich $3(C_8H_6O_5) + H_2O$ berechnen lässt. Diese Formel verlangt C 51·9 H 3·4.

oder:

$$\underbrace{C_{15}H_{10}O_7}_{\text{Quercetinsäure}} + H_2O + 2\,O = \underbrace{2\,C_7H_6O_4}_{\text{Protocatectens}} + CO_2\ ^{1)}$$

Wir haben schon angeführt, dass man bei andauerndem Schmelzen des Quercetins mit Kalihydrat weder Quercetinsäure noch Quercimerinsäure erhält.

Fährt man damit fort, bis auch die rothe Farbenerscheinung verschwindet, die die in Wasser gelöste Schmelze an der Luft zeigt, und trennt im Übrigen die Producte wie früher, so erhält man neben Phloroglucin, von dem die Ausbeute etwas grösser geworden ist, aus dem Bleiniederschlage (der diesmal grau von Farbe ist, und nicht gelb, oder gelblichgrau wie früher) nichts anderes als Protocatechusäure, an deren Identität wir um so weniger zweifeln können, als wir in unseren letzten Untersuchungen die Eigenschaften dieser Säure sehr oft zu beobachten Gelegenheit hatten.

Wir brauchen uns daher bei der Aufzählung derselben nicht länger aufzuhalten. Die nächsten Reactionen für ihre Erkennung sind: die eigenthümlich blaugrüne Färbung ihrer Lösung mit Eisenoxydsalzen, das Rothwerden dieser Färbung auf Zusatz von kohlensauren Natron und die schön violete Färbung, welche die Lösung der Säure mit Eisenoxydulsalzen gibt, wenn man sie zuvor mit kohlensaurem Baryt abgesättigt hat. (Diese Reactionen theilt sie übrigens auch mit dem Brenzcatechin.)

Die Analyse ergab:

0·2966 Grm. lufttrockene Subst. verloren bei 100° Grm. 0·031 Grm. Wasser,
0·2646 „ trockene Subst. gab. 0·525 Grm. Kohlens. u. 0·0917 „ „

	$C_7H_6O_4$		Gefunden
C	54·5	—	54·1
H	3·9	—	3·9

---

1) Die Acetylquercetinsäure, die der Eine von uns dargestellt und beschrieben hat (Annalen d. Chemie 119, 213), wird bei Annahme der Formel $C_{15}H_{10}O_7$ für die Quercetinsäure zu $C_{15}\begin{pmatrix} 2\,C_2H_3O \\ H_8 \end{pmatrix} O_7$

				Berechnet		Gefunden
C_{15}	—	228	—	59·1	—	58·9
H_{14}	—	14	—	3·6	—	4·0
O_9	—	144	—			

Sie ist dann isomer mit Zwenger's Daphnetin (Annalen d. Chemie 115, 1).

	Berechnet		Gefunden
$C_7H_6O_4$	— „	—	„
H_2O	— 10·5	—	10·4

Wir haben auch nicht versäumt, uns zu überzeugen, dass die, aus den genannten Materialien gewonnenen Protocatechusäure-Proben bei der trockenen Destillation einen krystallinischen Körper geben, der der Formel $C_6H_6O_2$ entspricht.

0·3191 Grm. Substanz gab. 0·7625 Grm. Kohlensäure und 0·1612 Grm. Wasser.

	$C_6H_6O_2$		Gefunden
C	65·5	—	65·0
H	5·5	—	5·6

Wenn wir ihn nicht ohne weiters für Brenzcatechin erklären, so geschieht es, weil er einen etwa 8° niedrigeren Schmelzpunkt als dieses zeigte, so dass wir eine Beimischung von dem isomeren Hydrochinon für möglich halten [1]).

Die Beziehung der Quercimerinsäure zur Protocatechusäure ist demnach sehr einfach; es ist dieselbe wie zwischen Phenylalkohol und Benzoësäure.

Die Protocatechusäure kann stets mit vollständiger Sicherheit aus dem Quercetin erhalten werden, und ihre Gewinnung ist nicht solchen Zufällen ausgesetzt, wie die der vorhin erwähnten Producte.

Man hat auch kaum zu befürchten, dass ein zu weit gehendes Schmelzen dieselbe zersetzt, denn ein directer Versuch hat uns überzeugt, dass sie ein andauerndes Schmelzen mit Kali verträgt, ohne wie bei der trockenen Destillation in Kohlensäure und Brenzcatechin zu zerfallen.

Der Moment, in welchem die Zersetzung der Quercetinsäure und der Quercimerinsäure beginnt, charakterisirt sich durch ein all-

---

1) Lautemann erhielt ein ähnliches Gemisch dieser beiden isomeren Verbindungen bei der Destillation der Oxysalicylsäure. Annalen d. Chemie 120, S. 314.

mähliches Verschwinden der rothen Färbung, die die Kalischmelze an der Luft annimmt. Neben dieser im Abnehmen begriffenen rothen stellt sich eine grüne ein, die weiterhin einer bräunlich rothen Platz macht. Die Masse beginnt in dieser Periode wieder zu steigen und schmilzt mit kleinblasigem Schaum.

Nach der Lösung in Wasser und dem Absättigen bemerkt man kaum mehr eine Ausscheidung von Flocken. Die neutralisirte Flüssigkeit ist bräunlich, durchsichtig, und gibt nun an Äther Phloroglucin und Protocatechusäure ab.

Behandlung des Quercetins mit Natriumamalgam.

Unter der vereinigten Wirkung des Wasserstoffes im *stat. nascendi* und einer geringen Menge Alkali wird aus dem Quercetin schon bei gewöhnlicher, schneller, bei erhöhter Temperatur eine Abspaltung von Phloroglucin bewirkt, zu der wir bei der Anwendung des Alkali für sich eine viel andauerndere Einwirkung bei hoher Temperatur nöthig hatten.

Als zweites Product tritt bei diesem Vorgang eine schwache Säure auf, die durch Reduction der Protocatechusäure entstanden zu sein scheint, und als drittes ein Körper, den man für eine Verbindung dieser mit Phloroglucin halten könnte. Das Verfahren, welches wir befolgten, bestand darin, Quercetin in einem geräumigen Kolben mit Wasser und so viel Natronlauge zusammen zu bringen, dass dasselbe in der Hitze vollständig gelöst erscheint.

Dann brachten wir etwa die zwanzigfache Menge eines Amalgams hinzu, welches 3—4 Pct. Natrium enthielt, verbanden den Kolben mit einem aufwärts stehenden Kühler, und erhielten die Wasserstoffentwickelung in der erhitzten Flüssigkeit so lange, bis ihre ursprünglich dunkelbraune Farbe sich in ein lichtes, durchsichtiges Bräunlichgelb verwandelt hatte, welches sich weiterhin nicht mehr änderte.

Einstündiges Erhitzen ist mehr als genügend diesen Punkt zu erreichen. Die Lösung der so desoxydirten Substanz ist im höchsten Grade empfindlich für den Sauerstoffzutritt. Sie wird, an die Luft gebracht, sofort dunkelbraunroth. Wir sättigten sie daher, ohne sie aus dem Kolben zu bringen, mit Salzsäure ab, die wir durch das Kühlrohr zufliessen liessen. Dadurch wurde sie noch etwas lichter von Farbe. Dass die Zersetzung vollständig war, erkennt man daran,

dass der Säurezusatz keine Ausscheidung von Quercetin mehr bewirkt.

Die entstandenen Producte sind sämmtlich leicht löslich in Äther. Ausschütteln der erkalteten Flüssigkeit mit demselben entzieht sie daher ziemlich vollständig.

Nach dem Abdestilliren des Äthers hinterbleibt ein syrupartiger Rückstand, der bald Krystalle von Phloroglucin ansetzt. Ausser diesem aber enthält er zwei, durch Bleizucker fällbare Substanzen, und das früher befolgte Verfahren, nach dem wir Quercetinsäure und Phloroglucin trennten, ist daher auch hier anwendbar.

Der Bleiniederschlag, der in der wässerigen Lösung des ätherischen Rückstandes entsteht, ist von röthlichweisser Farbe und färbt sich an der Luft sehr bald schmutzigviolet, wesshalb man ihn schnell auswaschen und zersetzen muss.

Man leitet Schwefelwasserstoff durch, nachdem man ihn mit siedendem Wasser angerührt hat, und wäscht das Schwefelblei heiss aus. Aus der abfiltrirten, im Vacuumapparate eingedampften Flüssigkeit scheiden sich nach kurzem Stehen krümmliche Krystallmassen ab, welche, wenn sie sich nicht mehr vermehren, von der Mutterlauge getrennt werden.

Sie gehören einer der beiden Verbindungen an, und können leicht durch Abwaschen mit kaltem Wasser und Umkrystallisiren aus siedendem gereinigt werden.

Ihre Schwerlöslichkeit macht, dass sie immer schnell aus der Flüssigkeit wieder herauskrystallisiren. Unter dem Mikroskop unterscheidet man sie als ein Haufwerk von feinen Prismen, sonst als schwach glänzende zarte Kryställchen, farblos oder mit einem schwachen Stich in's Röthliche (*A*).

Viel schwieriger ist wegen ihrer ausserordentlichen Löslichkeit in allen gewöhnlichen Menstruen die zweite Substanz rein zu erhalten, die sich nach der Entfernung der eben genannten noch in der Mutterlauge befindet. Sie krystallisirt aus dieser erst nach wochenlangem Stehen, nach wiederholtem Verdünnen der zum dicksten Syrup eintrocknenden Lauge, und immer nur so unvollkommen, dass man bedeutende Verluste hat. Die Krystalle sind körnig und werden zunächst durch Pressen von den dicken Laugen, weiterhin durch Kohle, Überführen in ein Bleisalz und Zersetzen desselben mit Schwefelwasserstoff gereinigt, bis sie farblos erscheinen.

Ihre Lösung färbt sich beim Abdampfen stets etwas dunkler. Die Krystalle sind durchsichtig, kleinkörnig. Sie röthen Lackmus, schmecken schwach säuerlich, nicht herbe, und schmelzen bei etwa 130°, ohne dabei an Gewicht zu verlieren, und erstarren wieder strahlig krystallinisch.

Ihre wässerige Lösung, mit einem Tropfen Ätzkali vermischt, färbt sich an der Luft dunkelgelbroth. Sie gibt ferner mit Eisenchlorid eine schöngrüne Färbung, die auf Sodazusatz purpurviolet wird. Eine, mit kohlensaurem Baryt abgesättigte Lösung der Säure wird von Eisenvitriol graugrün gefärbt; vom Eisenchlorid vorübergehend olivengrün, dann dunkel grüngelb, auf Zusatz von Soda zu der so gefärbten Flüssigkeit dunkelroth.

Sie reducirt Silbersalpeter und eine Trommer'sche Kupferlösung beim Erhitzen. Concentrirte Salpetersäure löst die Substanz in der Kälte mit schwach gelblicher, beim Erwärmen mit gelbrother Farbe.

Aus den Analysen lässt sich die Formel $\underbrace{C_7 H_8 O_2}$ berechnen, der zufolge sie sich von der Protocatechusäure um $+ H_2$ und $- O$ unterschiede, und zu ihr in dem Verhältnisse eines einatomigen Alkohols zu seiner Säure stünde.

I. 0·2496 Grm. Substanz gaben bei 100 °getr. 0·5514 Grm. Kohlensäure und
0·130 „ Wasser.
II. 0·276 „ Substanz „ „ „ 0·6071 „ „ „
0·1438 „ Wasser.
III. 0·327 „ Substanz „ „ „ 0·7153 „ „ „
0·1671 „ Wasser.

$\underbrace{C_7H_8O_2}$		Berechnet.	I.	II.	III.
C_7	84	60·0	60·2	60·0	59·7
H_8	8	5·7	5·8	5·8	5·7
O_2	48	„	„	„	„
	140				

Einen andern Beweis für den Zusammenhang dieser Substanz mit der Protocatechusäure, als den, der in diesen Analysen liegt, können wir vorläufig nicht beibringen, denn künstlich durch die Einwirkung von Wasserstoff auf Protocatechusäure den Körper zu erzeugen, gelang eben so wenig wie die künstliche Darstellung des Machromins.

Dagegen ist es leicht ihn durch Schmelzen mit Kalihydrat in Protocatechusäure zurückzuverwandeln, wenn man dieses so lange fortsetzt, bis die gelbrothe Farbe einer in Wasser gelösten Probe der Schmelze verschwunden ist.

Von dem früher erwähnten, schwer löslichen Körper (A) sei noch bemerkt, dass er schwach sauer reagirt, leicht von Alkohol und Äther aufgenommen wird, und in alkoholischer Lösung mit Eisenchlorid eine prägnante dunkelvioletrothe Farbenreaction gibt.

Auf einem Uhrglase mit ganz verdünnter Kalilauge zusammengebracht, bekommt die Lösung, beobachtet man sie auf einer weissen Unterlage, bald schön violete Ränder und Streifen. Auf die violete Färbung folgt eine gelbe und endlich eine braungelbe.

So wie die früher beschriebenen Substanzen, reducirt auch diese beim Erwärmen Silber- und Kupferlösungen.

Erhitzt man sie neuerdings mit Wasser und Natriumamalgam, so wird sie allmählich ganz zersetzt, und aus der mit Salzsäure abgesättigten Flüssigkeit kann man nun mit Äther wieder Phloroglucin [1]) und eine zweite Substanz (durch Bleizucker trennbar) ausziehen, welche letztere wir aber, da der Versuch nur mit kleinen Mengen angestellt werden konnte, nicht krystallisirt erhielten. Den qualitativen Reactionen nach vermuthen wir den vorigen Körper $\Theta_7H_8\Theta_2$.

(Aus dieser Zersetzbarkeit durch Behandlung mit Natriumamalgam erklärt sich auch, warum man diese Verbindung aus dem Quercetin in sehr wechselnden Mengen erhält, je nachdem die Einwirkung des Wasserstoffes länger oder kürzer angedauert hat.)

---

[1]) Das Auffinden des Phloroglucins hat selbst bei ganz geringen Mengen wenig Schwierigkeiten. Es ist eine sehr beständige Verbindung und widersteht schmelzenden Alkalien sehr hartnäckig. Es findet sich immer in den von den Bleiniederschlägen abgelaufenen Flüssigkeiten und krystallisirt nach dem Entbleien und Eindampfen derselben leicht heraus. Es kann nun an seinem intensiv süssen Geschmack, seiner schwach violeten Eisenreaction, seinem constanten Wassergehalt von 22 Pct. und auch daran erkannt werden, dass seine ätherische Lösung auf einem Glasplättchen verdunstet, unter dem Mikroskop neben verwachsenen Prismen noch charakteristische, dendritisch blätterartige, an Pflanzenformen erinnernde Gestalten zeigt.

Endlich gibt die Substanz, schmilzt man sie mit Ätzkali bis zum Verschwinden der Farbenerscheinungen (in einer, in Wasser gelösten Probe) als Zersetzungsproducte Phloroglucin und Protocatechusäure.

Die Analysen stimmen unter einander (von Substanzen verschiedener Darstellung) nicht so wie wir es wünschten.

I. 0·2002 Grm.	bei 100°	getr. Subst.	gaben	0·4481	Kohlens.	u.	0·0846	Grm. W.
II. 0·321 „	„ 130	„	„	0·7180	„	„	0·1278	„ „
III. 0·3315 „	„	„	„	0·7473	„	„	0·1394	„ „
IV. 0·2837 „	„	„	„	0·6424	„	„	0·1103	„ „

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.
C	61·0	61·0	61·5	61·8
H	4·7	4·4	4·6	4·3

Die Wasserbestimmungen ergaben:

I. 0·2112 Grm. Substanz	verloren bei 100°	0·011	Grm. Wasser.
II. 0·2988 „ „	„ „ 130	0·0151	„ „
III. 0·2374 „ „	„ „ 150	0·0126	„ „

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.
H_2O	5·2	5·1	5·3

Annähernde Werthe für die wasserfreie Substanz geben die Formeln:

	$C_{12}H_{10}O_5$	$C_{14}H_{12}O_6$	$C_{15}H_{14}O_6$	$C_{19}H_{16}O_8$
C	61·5	60·9	62·0	61·3
H	4·3	4·3	4·8	4·3

Es ist schwer sich für eine derselben bestimmt zu entscheiden.

Die erste lässt sich mit den Zersetzungen der Substanz durch Wasserstoff und Kali fast gar nicht in Einklang bringen.

Die zweite liesse für das Zerfallen mit Kali die Erklärung zu:

$$\underbrace{C_{14}H_{12}O_6} + O_2 = \underbrace{C_7H_6O_4}_{\text{Protocatechusäure}} + \underbrace{C_6H_6O_3}_{\text{Phloroglucin}} + CO_2$$

Ähnlich zerfiele die dritte:

$$\underbrace{C_{15}H_{14}O_6} + H_2O + O_4 = \underbrace{C_7H_6O_4} + \underbrace{C_6H_6O_3} + \underbrace{2\,CO_2}$$

und die vierte:

$$\underbrace{C_{19}H_{16}O_8} + H_2O + O = \underbrace{C_7H_6O_4} + 2\,\underbrace{(C_6H_6O_3)}$$

Da man aber die Menge der Zersetzungsproducte nicht quantitativ bestimmen kann, so entfällt jeder Beweis zu Gunsten der einen oder der andern dieser Formeln.

Die einfachste, mit den gefundenen Zahlen jedoch am wenigsten stimmende Formel wäre $Є_{12}\,H_{12}\,Θ_5$.

$Є_{12}H_{12}Θ_5$		Gefunden im Mittel.		Berechnet.	Gefunden.
Є —	62·9 —	61·3	$Є_{12}H_{12}Θ_5$ —	„ —	„
H —	4·8 —	4·5	$H_2Θ$ —	6·7 —	5·3

Dieser nach erhielte man beim Schmelzen mit Kali

$$Є_{12}H_{12}Θ_5 + Θ_2 = Є_6H_6Θ_4 + Є_6H_6Θ_3$$

und mit Natriumamalgam behandelt:

$$Є_{12}H_{12}Θ_5 + H_2Θ = Є_7H_8Θ_3 + Є_6H_6Θ_3.$$

Und gerade dieser Formel entspricht noch am besten die Zusammensetzung des Bleiniederschlages, der einzigen Verbindung, die uns zur Controle zu Gebote stand.

Der weisse Niederschlag, den eine alkoholische Bleizuckerlösung mit einer alkoholischen Lösung der Substanz erzeugt, enthielt bei 130° getrocknet:

Є 23·6; H 1·7; $Pb_2Θ$ 60·5 und 60·7.

Die Formel $Є_{12}\,(H_9\,Pb_3)\,Θ_5$ verlangt:

C 23·1; H 1·6; $Pb_2Θ$ 60·1.

Es ist darum nicht unmöglich, die einfachere Formel sei auch die richtige, und die Differenzen in den Analysen rühren von einer Verunreinigung her, die durch Krystallisation nicht zu entfernen ist. Wir unterlassen übrigens diesen und den vorigen Körper mit Namen zu belegen, bevor nicht erschöpfendere Untersuchungen, zu denen es uns diesmal an Material gebrach, vorliegen.

Modificirt man die Einwirkung des Wasserstoffes auf das Quercetin so, dass man dieses in Weingeist löst, die Lösung mit Salzsäure ansäuert und dann erst das Amalgam einträgt, so färbt sich die Flüssigkeit purpurroth, ähnlich einer, auf gleiche Weise behan-

delten Morinlösung, und unterbricht man den Vorgang, wenn diese Farbe an Intensität nicht mehr zunimmt, so kann man durch Verdunsten rothe Krystalle erhalten, die ein dem Isomorin analoges Product zu sein scheinen.

Ihre Reindarstellung ist nur schwieriger als beim Isomorin, und die Leichtigkeit, mit der sie sich unter denselben Bedingungen wie Isomorin in Morin, in gewöhnliches Quercetin zurückverwandeln, viel grösser.

Sie sind weder unverändert umzukrystallisiren noch zu trocknen. In Lösung für sich beim Stehen und Erwärmen, noch schneller in mit etwas Alkali versetzter, wobei die Flüssigkeit zuerst grün, dann allmählich gelb wird, gehen sie in Quercetin wieder über. Aus der letztern kann dieses durch eine Säure gefällt werden.

Stein hat diese rothe Modification, denn dafür halten wir sie, unter dem Namen Paracarthamin zuerst beschrieben [1]).

Er wandte zu ihrer Darstellung Quercetin sowohl als Quercitrin an, besprach ihre Unbeständigkeit, und fand bei der Analyse die wechselndsten Zahlen.

C	—	55·2	—	55·5	—	55·0	—	63·1	—	64·5	—	50·2	—	57·2
H	—	5·8	—	5·8	—	5·9	—	7·4	—	8·2	—	5·1	—	4·3

Wir haben uns, um Stein in der Verfolgung seiner Resultate nicht vorzugreifen, mit diesem Körper nicht eingehender befasst; aber bemerken müssen wir, dass seine Behauptung, die er in einer Notiz über das Morin ausspricht, es sei das rothe Product aus Morin mit jenem aus dem Melletin (Quercetin) identisch, und das Morin selbst nichts als ein wasserreicheres Melletin, vollkommen falsch ist. Die vorliegende Abhandlung enthält die zureichendsten Beweise von der ganz verschiedenen Natur dieser beiden Körper.

Wir nehmen, wie wir das am Schlusse noch näher begründen wollen, Morin als präformirten Bestandtheil des Quercetins an, und schreiben die Umwandlung des letztern in diesen rothen Körper auf Rechnung des ersteren; allein eine Abspaltung von Isomorin findet nicht Statt, und schon darum sind die rothen Producte aus Morin und Quercetin nicht identisch.

---

1) Zeitschrift für Chemie und Pharmacie, 1863, S. 467.

Dasjenige aus dem Quercetin zeigt ferner auch nicht den, für das Isomorin charakteristischen Dichroismus mit einer Alaunlösung.

In der von den rothen Krystallen aus Quercetin getrennten Flüssigkeit befindet sich etwas Phloroglucin.

Paradatiscetin. Bei den meisten Versuchen, das Quercetin mit Kalihydrat zu zersetzen, welche wir ausgeführt haben, erhielten wir auch noch wechselnde Mengen jenes Productes, welches in der früheren Abhandlung über das Quercetin als „intermediärer Körper" beschrieben wurde[1]).

Es scheidet sich in der Regel sofort nach dem Absättigen der Lösung der Kalischmelze, beim Auskühlen und Filtriren der Flüssigkeit, in missfarbigen gelblichgrauen Flocken aus.

Wir haben jetzt gefunden, dass die früher befolgte Art es zu reinigen nicht genügt, es von kleinen Mengen Quercetin, mit dem es zusammen krystallisiren kann, zu befreien.

Dadurch, dass wir es von diesem zu trennen lernten, mussten wir uns auch überzeugen, dass die frühere Angabe, es liefere beim neuerlichen Behandeln mit Kali wieder Quercetinsäure und Phloroglucin, und dass es dem zufolge als eine Art Quercetin betrachtet werden könne, welches dieselben Bestandtheile, aber in anderen Mengenverhältnissen enthält, irrig sei.

Phloroglucin ist zwar sein constantes Zersetzungsproduct, allein sonst liefert es weder Quercetinsäure noch Protocatechusäure. Man erhält es in folgender Weise rein: Die rohe Masse desselben wird mit siedendem Wasser gut ausgewaschen, die aus der Flüssigkeit etwa herausfallenden Flocken mit der Hauptmenge wieder vereinigt, das Ganze dann trocken gepresst, hierauf in starkem Alkohol gelöst und die filtrirte Lösung mit alkoholischer Bleizuckerlösung versetzt.

Der herausfallende orangegelbe Niederschlag ist Quercetin-Bleioxyd. Seine Menge wechselt je nach der Natur des Rohpräparates.

Die von demselben ablaufende gelbe Flüssigkeit wird nun mit Schwefelsäure entbleit, das schwefelsaure Bleioxyd abfiltrirt und der Weingeist etwa zu $^2/_3$ abdestillirt.

---

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie, Bd. 36, S. 406 u. 416. — Annalen der Chemie, Bd. 112 u. 114. — Kraut nennt in der Fortsetzung von Gmelin's Handbuch den Körper „Alphaquercetin". Bd. 5, S. 1397.

Aus dieser so concentrirten Lösung fällt nun auf Zusatz von Wasser die Substanz in voluminösen weisslichen Flocken heraus. — Diese verwandeln sich beim Auflösen in sehr verdünntem siedendem Alkohol, Filtriren und Auskühlen, in schöne, gelbliche, glänzende Nadeln, die sehr schnell anschiessen. Von Natur eine Säure, gibt der Körper krystallisirbare Salze, und besonders das Baryt- und das Strontiansalz zeichnen sich durch die Leichtigkeit und Schönheit aus, mit welcher sie in um einen Mittelpunkt gruppirten Nadeln krystallisiren.

Diese Salze haben wir benützt, um die Säure absolut rein zu erhalten. Sie entstehen durch Aufkochen derselben mit den kohlensauren Erden.

Sehr leicht löst sich hierbei die an sich schwer lösliche Säure auf, und in kurzer Zeit krystallisiren dann aus dem Filtrat die Salze.

Aus der Lösung derselben in heissem Wasser fällt Salzsäure wieder die Säure in weisslichen Flocken, die man aus Wasser, dem etwas Weingeist zugesetzt wurde, umkrystallisirt.

Wir wollen sie ihrer Zusammensetzung wegen Paradatiscetin nennen.

Sie charakterisirt sich durch folgende Eigenschaften:

Sie löst sich kaum in kaltem Wasser, nur in grösseren Mengen von siedendem, leicht in verdünntem Weingeist, schwerer in Äther. Die Reaction ist ziemlich stark sauer.

Eisenchlorid färbt die verdünnte alkoholische Lösung intensiv violetroth. Alkoholische Bleizuckerlösung fällt eine alkoholische Paradatiscetinlösung nicht; die wässerige Lösung wird gelb gefällt, der Niederschlag ist aber in Weingeist löslich.

Sehr verdünnte Kali- oder Natronlauge löst den Körper mit gelber Farbe. Lässt man diese Lösung in einer flachen Schale an der Luft stehen, so grünt sie sich allmählich, bis sie zuletzt dunkelgrasgrün geworden ist.

Bromwasser erzeugt in einer noch sehr verdünnten alkoholischen oder wässerigen Lösung eine rothe, bald darauf prächtig violet werdende Färbung. Auf Zusatz von mehr Brom scheiden sich harzige Flocken aus.

Versetzt man die violete Lösung mit Soda, so wird sie indigoblau. Aus dieser Lösung fallen auf Zusatz von Salzsäure rothe Flocken, die sich in Weingeist mit rother Farbe lösen.

Chlorwasser färbt die Lösung des Körpers braunroth, Chlorkalk vorübergehend roth, dann braun.

Salpetersaures Silberoxyd und alkalische Kupferoxydlösung werden beim Erwärmen von ihm reducirt.

Er schmilzt beim Erhitzen mit gelbrother Farbe.

Seine Zusammensetzung fanden wir:

I.	0·2606 Grm.	bei 130° getr.	Substanz	gaben	0·5968 Grm.	Kohlensäure	und
	0·0865 „	Wasser.					
II.	0·1807 „	bei 130°	„	„	„ 0·4157 „	„	„
	0·0618 „	Wasser.					
III.	0·299 „	bei 130°	„	„	„ 0·6859 „	„	„
	0·099 „	Wasser.					

(Der geringe Wassergehalt, den wir beim Erhitzen der lufttrockenen Substanz bis auf 130—140° fanden, scheint nicht Krystallwasser zu sein. Er betrug 0·6—1·7 Procent.)

Den Analysen der Salze zufolge entsprechen die gefundenen Zahlen der Formel $\Theta_{15}H_{10}\Theta_6$.

		Berechnet.	I.	II.	III.
Θ_{15}	180	62·9	62·5	62·7	62·6
H_{10}	10	3·5	3·7	3·8	3·7
Θ_6	96	„	„	„	„
	286				

(I. ist blos durch Umkrystallisiren gereinigt, II. und III. sind aus den Salzen abgeschiedene Präparate.)

Barytsalz. Gelbliche, stark glänzende, spröde, bis zu 10 Millim. lange Nadeln, wenig in kaltem, leicht in heissem Wasser löslich.

I.	0·3595 Grm.	Substanz gaben bei 150° getr.	0·6393 Grm.	Kohlensäure	und
	0·1006 „	Wasser.			
II.	0·2430 „	Substanz „ „ „	0·0750 „	schwefels. Baryt.	
III.	0·2836 „	„ „ „ „	0·0878 „	„	„

$\Theta_{15}H_{11}Ba\Theta_7$		Berechnet.	Gefunden.	
Θ_{15}	180	48·4	48·5	„
H_{11}	11	2·9	3·1	„
Ba	68·6	18·5	18·1	18·2
Θ_7	112	„	„	„
	371·6			

Die Wassermengen des Salzes, welche durch Trocknen gefunden wurden, stehen zwischen jenen, welche die Rechnung für 5 und 6 Äquivalente verlangt.

$2^1/_2\ H_2\Theta$	$3\ H_2\Theta$	Gefunden.	
10·5 —	12·6 —	11·3 —	11·0

Die Trocknung ist bei 100° schon vollständig. Von 100 bis 150° blieb das Gewicht gleich.

Strontiansalz. Es gleicht in seinen äusseren Eigenschaften vollständig dem Barytsalz.

I. 0·3164 Grm. bei 150° getr. gab. 0·6014 Grm. Kohlens. 0·0922 Grm. Wasser.
II. 0·324 „ „ „ „ 0·0885 „ schwefels. Strontian.

$C_{15}H_{11}SrO^7$			Berechnet.		Gefunden.
C_{15}	— 180	—	51·9	—	51·8
H_{11}	— 11	—	3·2	—	3·2
Sr	— 44	—	12·7	—	13·0
Θ_7	— 112	—	„	—	
	347				

Der Wassergehalt liegt zwischen 7 und 8 Äquivalenten.

$3^1/_2\ H_2\Theta$	$4\ H_2\Theta$	Gefunden.
		„
15·3 —	17·2 —	16·2

Das Kalksalz entsteht in gleicher Weise, krystallisirt aber weniger leicht. Die Verbindungen des Paradatiscetins zeigen das Besondere, dass sie einen durch $H_2\Theta$ ausgedrückten Betrag von Wasser mehr enthalten als die wasserfreie reine Substanz, der sich durch Trocknen nicht entfernen lässt.

Dasselbe Verhältniss zeigt sich bei den Verbindungen des Morins und den noch zu beschreibenden des Quercetins.

(Es erinnert auch an das Verhältniss der isatinsauren Salze zum Isatin.)

Um über die nähere Constitution des Paradatiscetins Aufschluss zu erhalten, müssten grössere Mengen Material zur Verfügung stehen, als wir zuletzt noch besassen.

Wir wissen nur anzugeben, dass es beim Schmelzen mit Kalihydrat unter Bildung von Phloroglucin zersetzt wird.

Dessen Nachweis haben wir sicher geliefert. Ein anderes bestimmtes Zersetzungsproduct fanden wir nicht; vielleicht nur darum, weil es das schmelzende Alkali selbst weiter zersetzt hatte.

Schon die erste Abhandlung über das Quercetin enthielt die Bemerkung, dass die so eben beschriebene Verbindung in ihrer Zusammensetzung nach dem Luteolin Moldenhauer's nahe kommt [1]).

Unsere neuen Analysen differiren von den alten nicht allzu sehr, wenn man berücksichtigt, dass unsere früheren Präparate noch Quercetin enthalten haben müssen.

Es erklärt sich dies inzwischen leicht, da das wasserfreie Quercetin in seiner Zusammensetzung von dem Paradatiscetin wenig abweicht. Wir fanden damals

C	62·4	62·2
H	4·3	4·0

Moldenhauer's Analysen stimmen nun noch genauer mit unseren jetzigen Zahlen als mit den früheren.

Mittel von Moldenhauer's Analysen [2])	Mittel unserer letzten Analysen
62·8	62·6
3·8	3·7

Das Luteolin scheint demnach wohl als isomer oder metamer mit unserer Substanz betrachtet werden zu können. Eine Identität beider liegt jedoch nicht vor, denn an einer Probe Luteolins, welche Herr Professor Bolley uns zu überlassen so freundlich war, fanden wir die charakteristischen Farbenreactionen nicht, welche das Paradatiscetin kaum verwechseln lassen. Das Luteolin gibt mit Natriumamalgam in angesäuerter alkoholischer Lösung die purpurrothe Färbung der Flüssigkeit, die das Morin und Quercetin auszeichnet, und diese geht durch Alkalien wie dort auch in Grün und weiterhin in Gelb über.

Beim Schmelzen mit Kali scheint sich keine Quercetinsäure zu bilden; dagegen entsteht eine krystallisirte Substanz mit der blaugrünen Eisenreaction der Protocatechusäure.

---

1) Sitzungsberichte der kais. Akademie, Bd. 36, S. 410. — Annalen der Chemie, Bd. 112, S. 107.

2) Annalen der Chemie, 100, 180.

Die kleine Menge, mit der wir den Versuch anstellen mussten, reichte nicht hin, auch die Gegenwart von Phloroglucin sicher zu erkennen, obwohl wir an seiner Bildung kaum zweifeln können.

Die von uns berechnete Formel $\Theta_{15}H_{10}\Theta_6$ entspricht aber nach der Untersuchung von Stenhouse auch dem **Datiscetin** aus *Datisca cannabina*, welches in dieser Pflanze mit Zucker gepaart als Datiscin vorkommt [1]).

Die Beschreibung, die Stenhouse von dieser Verbindung gibt, enthält so Vieles, was auch auf unsere Verbindung passt, dass wir den Namen **Paradatiscetin** für dieselbe wählten.

Beide Körper gleichen sich in Krystallform, Farbe, Löslichkeitsverhältnissen, dem Verhalten gegen Alkalien u. s. w.

Die bei dem unsrigen als charakteristisch hervorgehobenen Reactionen sind mit dem Datiscetin noch nicht angestellt, und andererseits fehlte es uns für die Behandlung unseres Körpers mit Salpetersäure, aus welcher beim Datiscetin Nitrosalicylsäure hervorgeht, an Material.

Wir müssen daher den Parallelismus der Verbindungen zu verfolgen auf später verschieben, und uns begnügen, vorläufig darauf hingewiesen zu haben.

Noch erübrigt uns, eines Körpers zu erwähnen, der sich unter den Zersetzungsproducten des Quercetins durch Kali findet, dessen Isolirung aber trotz der mühsamsten und zeitraubendsten Versuche nicht gelungen ist. Man würde ihn, zumal seine Menge niemals sehr beträchtlich zu sein scheint, leicht übersehen können, besässe er nicht zwei prägnante, sehr empfindliche Farbenreactionen, durch die er sich verräth.

Er ist in den letzten dicklichen Mutterlaugen enthalten, aus welchen nach dem beschriebenen Verfahren das Phloroglucin auskrystallisirt ist.

In diesem befindet sich ausser ihm und Phloroglucin meistens noch eine kleine Menge Protocatechusäure, vielleicht auch Spuren von Quercetinsäure, denn die Trennung dieser Säuren von Phloroglucin durch Bleioxyd ist niemals quantitativ, weil die Bleisalze

---

[1]) Annalen der Chemie, Bd. 98, S. 172.

besonders bei Gegenwart von etwas freier Essigsäure (und diese wird beim Fällen mit Bleizucker immer frei) ziemlich löslich sind.

Wir wollen über die vielen fehlgeschlagenen Versuche den Körper aus diesen Mutterlaugen rein abzuscheiden nicht weitläufig sein, und führen nur an, dass er sich durch eine intensiv violete Farbe, die er mit kohlensaurem Natron an der Luft gibt, und eine prächtig indigoblaue Färbung, die beim Vermischen selbst sehr kleiner Mengen mit concentrirter Schwefelsäure eintritt, bestimmt kennzeichnet und von den anderen bisher beschriebenen Substanzen unterscheidet.

Er theilt mit diesen die Löslichkeit in Wasser, Alkohol und Äther, und ist, scheint es, nicht krystallisirbar.

Es ist möglich, dass er ein secundäres Zersetzungsproduct einer derselben ist.

Allein bei der Schwierigkeit, die es hat, jede der Bedingungen einzuhalten, die hier vielleicht massgebend sind, haben unsere Versuche darüber nichts entscheiden können.

Quercitrin.

Gleich im Beginne der vorliegenden Untersuchung haben wir gefunden, dass das Quercitrin, welches uns zu unseren Versuchen diente, eine Zuckerart enthält, die wesentlich verschieden ist von derjenigen, die andere Chemiker gefunden und als Quercitrinzucker beschrieben hatten [1]).

Der von uns abgeschiedene Zucker war nicht, wie der letztere, ein sogenanntes Kohlehydrat, sondern er gab uns die wasserstoffreichere Formel $\Theta_6H_{14}\Theta_6$, die zugleich die des Mannits und Dulcits ist. Es war daher nothwendig, dass wir auch das Quercitrin selbst noch einmal analysirten, aus dem dieser Zucker stammte. Das Material von damals hatten wir aufgearbeitet; eine neue Quantität desselben, die wir uns verschafften, erwies sich dadurch, dass sie

---

[1]) Vgl. darüber unsere Mittheilungen, Sitzungsberichte der kais. Akademie, Bd. 98, S. 19. — Annalen der Chemie, 127, 362.

uns wieder diesen neuen Zucker gab, als identisch mit dem früheren, und mit ihr sind die folgenden Bestimmungen ausgeführt. Wir hatten es durch wiederholtes Umkrystallisiren zuvor so gut als möglich gereinigt.

Bei 100° getrocknetes Quercitrin:

I. 0·3499 Grm. Substanz gab. 0·673 Grm. Kohlensäure und 0·156 Grm. Wasser.
II. 0·3306 „ „ „ 0·637 „ „ „ 0·1442 „ „

Geschmolzenes Quercitrin:

III. 0·3145 Grm. Substanz gab. 0·6486 Grm. Kohlens. und 0·1274 Grm. Wasser.
IV. 0·320 „ „ „ 0·660 „ „ „ 0·1270 „ „.
0·3337 „ bei 100° getr. Subst. verloren beim Schmelzen 0·0192 Grm. W.

Diese Zahlen stimmen mit den niedrigsten und höchsten, die bisher von anderen Analytikern gefunden wurden [1]).

	Bolley bei 100°		Hlasiwetz bei 100°		Zwenger und Dronke bei 100°		Hlas. und Pfaundler bei 100° I. und II.		
C —	52·48	—	52·50	—	52·39	—	52·4	—	52·5
H —	4·95	—	5·04	—	4·91	—	4·9	—	4·9

	Zwenger und Dronke bei 165°		Stein, nahe beim Schmelzpunkt		Hlas. und Pfaundler geschmolzenes Quer. III. u. IV.		
C —	56·03	—	55·75	—	56·2	—	56·2
H —	4·57	—	5·19	—	4·5	—	4·4

(Das gefundene Wasser beträgt 5·8 Procent.)

Neue Zuckerbestimmungen nach Fehling's Methode haben uns ergeben: für bei 100° getrocknetes Quercitrin

25·2
25·0 Proc.,

für geschmolzenes Quercitrin

25·6
25·8 Proc.

Das abgeschiedene Quercetin fanden wir bei 120° getrocknet, bestehend aus:

---

1) Diese Zusammenstellung der Mittelzahlen ist Gmelin's Handbuch entnommen, Bd. 5, S. 1400.

				Mittel früherer Analysen des bei 100—120° getr. Quercetins[1].
C	—	59·4	—	59·5
H	—	3·6	—	3·8

Wir haben ferner die Beobachtung gemacht, dass, gerade so wie das Morin, auch das Quercetin Verbindungen mit Kali und Natron eingeht, die wie diese auch dargestellt werden können. Sie sind gelb, in feinen weichen Nadeln krystallisirt, sehr leicht zersetzlich, und nur schwer ganz rein zu erhalten.

An der Luft und beim Trocknen werden sie etwas missfarbig.

Quercetinkali krystallisirt aus einer concentrirten warmbereiteten Lösung von 1 Theil Quercetin und 3 Theilen kohlensaurem Kali.

Es wurde von der Mutterlauge getrennt und behandelt wie das Morinkali. Bei 140—160° getrocknet gab es bei der Analyse:

I. 0·5200 Grm. gaben 0·9876 Grm. Kohlens. und 0·1224 Grm. Wasser.
II. 0·4970 „ „ 0·1336 „ schwefelsaures Kali.
III. 0·3331 „ „ 0·0923 „ „ „

In 100 Theilen:

C	—	51·8	—	„
H	—	2·6	—	„
K	—	12·1	—	12·4

Quercetinnatron. Aus 1 Theil Quercetin und 5 Theilen Soda so dargestellt wie das Kalisalz. Es ist im Äussern diesem sehr ähnlich, aber etwas löslicher in Wasser und krystallisirt darum langsamer.

I. 0·359 Grm. bei 160° getr. gaben 0·706 Grm. Kohlens. und 0·101 Grm. W.
II. 0·5956 „ „ „ „ 0·147 „ schwefelsaures Natron.
III. 0·450 „ „ „ „ 0·112 „ „ „

In 100 Theilen:

C	—	53·6	—	„
H	—	3·1	—	„
Na	—	8·0	—	8·0

Quercetinzinkoxyd. Seine Bildungsweise entspricht der des Morinzinkoxyds. Nach mehrstündigem Kochen einer alkoholischen, mit Salzsäure stark angesäuerten Quercetinlösung mit metallischem

[1]) Ausgeführt von Rigaud, Hlasiwetz, Zwenger und Dronke, Stein, Schützenberger und Paraf. (Gmelin 5·1395).

Zink scheidet es sich, meistens das Zink inkrustirend, und zum Theil die Flüssigkeit erfüllend, als sattgelber pulveriger Niederschlag von deutlich krystallinischer Structur aus.

Es wurde durch Schütteln losgelöst, abfiltrirt, zuerst mit siedendem Wasser anhaltend gewaschen, dann mit Alkohol wiederholt ausgekocht, mit Alkohol angerührt und vorsichtig abgeschlämmt, um kleine graue Zinkpartikelchen zu trennen.

Die Verbindung ist so gut wie unlöslich in siedendem Wasser und Weingeist, und musste in dieser rohen Form analysirt werden. Ihre Zusammensetzung weicht bedeutend von der der beiden vorigen Verbindungen ab. Wir haben zum Beweise, dass sie doch nur Quercetin und Zink, und nicht etwa ein Zersetzungsproduct des ersteren enthält, das aus ihr durch Salzsäure ausgeschiedene und umkrystallisirte Quercetin gleichfalls analysirt [1]).

Die Formeln dieser drei Verbindungen werden wir im Folgenden zu geben versuchen.

0·207 Grm. bei 130° getr. gaben 0·340 Grm. Kohlens. und 0·0674 Wasser.
0·8387 „ „ „ „ 0·1793 „ Zinkoxyd.

In 100 Theilen:

C	—	44·8
H	—	3·6
Zc	—	17·2

Wir sollten nun damit schliessen, Formeln für das Quercetin und das Quercitrin aufzustellen.

Die Quercitrinformel ist abhängig von der des Quercetins und für diese letztere hätte man zwei Anhaltspunkte: für die Höhe ihres Moleculargewichts ihre salzartigen Verbindungen, für ihre innere Constitution ihre Reactionen und Zersetzungsproducte.

Nach dem, was wir über das Morin mitgetheilt haben, ist es nun vor Allem wahrscheinlich, dass dieser Körper in dem Quercetin präformirt ist.

Konnten wir auch, was wir mehrfach versucht haben, Morin aus dem Quercetin nicht darstellen, so lassen sich doch einige der

1) Es gab C 59·5; H 3·6.

wichtigsten Reactionen und Eigenschaften desselben viel leichter verstehen, wenn man diese Annahme macht.

Zu dieser rechnen wir: 1. die Bildung des rothen Körpers aus dem Quercetin mit Natriumamalgam in saurer Lösung, die eine, der Bildung des Isomorins vollständig parallele Erscheinung ist, so wie auch die Zurückverwandlung beider Körper in die ursprünglichen Substanzen.

2. Die Einwirkung des Natriumamalgams in alkalischer Lösung, welche insofern bei beiden Körpern gleich verlauft, als bei beiden Phloroglucin gebildet wird.

Die beim Quercetin noch ausserdem auftretenden Producte kommen auf Rechnung einer zweiten Verbindung.

3. Die Entstehung des Morinzinks und des Quercetinzinks, welche unter den gleichen Umständen erfolgte. Eben so scheinen Morin sowohl wie Quercetin in concentrirter Schwefelsäure gelöst, durch Zink bis zu einem gewissen Grade parallele Zersetzungen unter Bildung rother Körper zu erleiden.

4. Die Fähigkeit, die das Quercetin hat, mit Kali und Natron Verbindungen einzugehen, die von dem in ihm enthaltenen Morin abhängen könnte, welches solche gleichfalls liefert.

5. Die Bildung von Phloroglucin beim Schmelzen des Quercetins mit Kalihydrat, die beim Morin eben so eintritt.

6. Die grosse Beständigkeit des Quercetins bei höherer Temperatur, die Langsamkeit, mit der das Wasser beim Trocknen entweicht, die Ähnlichkeit, mit welcher beide Körper sublimiren, während ein anderer, grösserer Theil sich schon zersetzt u. s. w.

Es könnte endlich das Morin die Farbe und die Farbenreactionen des Quercetins mit Alkalien, Eisenchlorid u. s. w. bedingen.

Erwägt man dann, dass aus dem Quercetin ein Körper von der Formel $\underbrace{\Theta_{15} H_{10} \Theta_7}$ (Quercetinsäure) erhalten wird, welcher seinestheils bei weiterer Zersetzung $\underbrace{\Theta_8 H_6 \Theta_5}$ (Quercimerinsäure) und $\underbrace{\Theta_7 H_6 \Theta_4}$ (Protocatechusäure) liefern kann, so liessen sich aus einer Verbindung dieses Körpers mit Morin ganz leicht die nächsten der Zersetzungsproducte herleiten, die wir beschrieben haben.

Es ist wohl mehr als zufällig, dass

$$\underbrace{Є_{15}H_{10}Θ_7}_{\text{Quercetinsäure}} + \underbrace{Є_{12}H_8Θ_5}_{\text{Morin}} = \underbrace{Є_{27}H_{18}Θ_{12}}_{\text{Quercetin}}$$

eine Formel repräsentirt, welche den für das wasserfreie Quercetin gefundenen Zahlen sehr gut entspricht.

Und alle die Derivate desselben, so wie zuletzt das Quercitrin lassen sich mit ihr vereinigen, wie die folgende Zusammenstellung zeigen möge.

Quercetin.

$Є_{27}H_{18}Θ_{12}$ Wasserfreie Substanz. Berechnet.				Mittel der früheren Analysen [1]).		Stein's letzte Analysen [2]).		
C	—	60·7	—	60·3	—	60·0	—	60·4
H	—	3·4	—	3·7	—	3·9	—	4·2

$Є_{27}H_{18}Θ_{12} + 1/2\,H_2Θ$ Berechnet.			Zwischen 120° und 150° getrocknetes Quercetin [3]).									
C	—	59·7	—	59·7	—	59·9	—	59·6	—	59·6	—	59·5 [4])
H	—	3·5	—	3·7	—	3·6	—	3·7	—	3·4	—	3·8

$Є_{27}H_{18}Θ_{12} + H_2Θ$

Berechnet.				Gefunden [5]).
C	—	58·6	—	58·3
H	—	3·6	—	3·7

Quercetinkali. ($Є_{27}H_{18}Θ_{12}.K_2Θ$)

Berechnet.				Gefunden.		
C	—	51·6	—	51·8	—	„
H	—	2·8	—	2·6	—	„
K	—	12·4	—	12·1	—	12·4

Quercetinnatron. ($Є_{27}H_{18}Θ_{12}\,.\,Na_2Θ$)

Berechnet.				Gefunden.
C	—	54·3	—	53·6
H	—	3·0	—	3·1
Na	—	7·7	—	8·0

---

1) Annalen d. Chemie, Bd. 112, S. 105.
2) Zeitschrift f. Chemie u. Pharmacie, 1862, 367.
3) Gmelin's Handbuch, Bd. 5, S. 1395. Mittel vieler Versuche.
4) Stein's letzte Analysen. Zeitschrift f. Chemie u. Pharmacie, 1862, 367.
5) Annalen d. Chemie, Bd. 112, S. 106.

Quercetinzinkoxyd.

$C_{27}H_{18}O_{12} + 4\ (ZnHO)$

	Berechnet.		Gefunden.
C	43·7	—	44·8
H	3·0	—	3·6
Zc	18·8	—	17·2

Quercitrin. Es erhält nach dem Vorstehenden die Formel $C_{33}H_{30}O_{17}$.

Sein Zerfallen in Zucker und Quercetin ist dann ausgedrückt durch:

$$\underbrace{C_{33}H_{30}O_{17}}_{\text{Quercitrin.}} + \underbrace{H_2O}_{} = \underbrace{C_{27}H_{18}O_{12}}_{\text{Quercetin.}} + \underbrace{C_6H_{14}O_6}_{\text{Isodulcit.}}$$

Die vorhandenen Analysen vergleichen sich mit den berechneten Zahlen, wie folgt:

$C_{33}H_{30}O_{17}$

wasserfreies Quercitrin.

	Berechnet.		Zwenger und Dronke.		Hlas. und Pfaundler.
C	56·7	—	56·0	—	56·2
H	4·3	—	4·6	—	4·5

$C_{33}H_{30}O_{17}\ .\ H_2O$ $C_{33}H_{30}O_{17}\ .\ 2\ H_2O$ $C_{33}H_{30}O_{17}\ .\ 3\ H_2O$

(Wasserhaltige Quercitrine.)

	Berechnet.	Berechnet.	Berechnet.
C	55·3	53·9	52·6
H	4·4	4·6	4·8

	Gefunden [1]).	Gefunden.		Gefunden.			
C	55·7	53·6	54·1	52·5	52·5	52·4	52·4
H	5·2	5·1	5·2	5·0	5·0	4·9	4·9

Die Zuckerbestimmungen haben ergeben:

Für geschmolzene Substanz.		Berechnet.
25·6	25·8	26·1

Für wasserhaltige Substanz.

$C_{33}H_{30}O_{17}\ .\ 3\ H_2O$		Berechnet.
25·2	25·0	25·5

---

1) Gmelin's Handbuch 5, S. 1400.

Wenn wir uns für die eben aufgestellten Formeln nicht ohne weiteres endgiltig entscheiden, so geschieht es nicht blos, weil noch andere Formeln möglich sind, die dem Quercetin und Quercitrinanalysen fast eben so gut entsprechen, sondern weil durch dieselben einerseits die Bildung des Paradatiscetins schwer erklärlich ist, und wir zum andern nicht mit Sicherheit angeben können, ob jenes (in der Mutterlauge des Phloroglucins befindliche) Zersetzungsproduct, welches zu isoliren wir nicht im Stande waren, ein wesentliches, bei der Formulirung des Quercetins mit in Betracht zu ziehendes, oder nur ein secundäres ist.

Was übrigens das Paradatiscetin angeht, so sind wir noch nicht vollkommen überzeugt, dass seine Bildung nothwendig aus der Zusammensetzung des Quercetins hervorgeht, denn wir müssen nochmals hervorheben, dass wir bei sonst gleichem Verfahren diesen Körper in ausserordentlich wechselnden Mengen erhalten haben.

Ja, wir haben auch Quercitrin, und daraus abgeschiedenes Quercetin in Händen gehabt, aus welchem wir keine Spur desselben darzustellen vermochten.

Wie schon bemerkt, hat das Paradatiscetin dieselbe Zusammensetzung wie das Datiscetin, und wenn es auch nicht möglich gewesen ist, beide Körper mit einander zu vergleichen und für eine Identität Beweise beizubringen, so ist sie doch nicht unmöglich.

Das Datiscin ferner ähnelt dem Quercitrin, und es wäre denkbar, dass diese beiden Verbindungen manchmal zusammen vorkommen. Quercetinhaltiges Paradatiscetin, wie es durch blosses Umkrystallisiren der Rohproducte gewonnen wird, stellt einen scheinbar völlig homogenen Körper dar, so schön und rein krystallisirt, dass man durch seine äussere Beschaffenheit nicht entfernt auf den Verdacht einer Verunreinigung oder Beimischung geräth. Wäre ein solches Zusammenkrystallisiren oder Sichverbinden auch beim Quercitrin und Datiscin möglich, so wäre man bei den so nahe liegenden Procentgehalten der Bestandtheile völlig ausser Stande, durch die Analyse ein solches Gemisch von den reinen Körpern zu unterscheiden.

(Das Datiscin enthält C 54·1; H 4·7.)

Vergessen wir auch nicht, wie verschiedenartig die Angaben über den Zucker und die Zuckermengen des Quercitrins lauten,

und dass die Frage nach dem Grunde dieser Verschiedenheiten noch keineswegs gelöst ist.

Inzwischen hat ein directer Versuch, nach der Methode das Paradatiscetin vom Quercetin durch Bleioxyd zu trennen, bei reinem Quercetin uns kein Paradatiscetin finden lassen; es müsste darum nicht sowohl als Gemengtheil, denn als Bestandtheil einer Verbindung angenommen werden.

Vergleicht man die Formeln der Quercetinsäure $C_{15}H_{10}O_7$ und des Paradatiscetins $C_{15}H_{10}O_6$ nur so obenhin, so zeigen sie eine scheinbare Beziehung; allein diese entfällt sogleich, wenn man ihre Zersetzungsproducte berücksichtigt. Aus Paradatiscetin erhält man vornehmlich Phloroglucin, aus der Quercetinsäure Protocatechusäure.

Die Verbindungen des Quercetins mit Kali und Natron lassen keine Formel zu, die mehr als 54 oder 56 Atome Kohlenstoff im Molekül hätte, und eine solche Formel ist nicht hoch genug, um auch das Paradatiscetin als wesentliches Zersetzungsproduct neben den anderen gefundenen zuzulassen. Da sich diese letzteren aber nach der von uns vorgeschlagenen Formel leicht erklären lassen, so haben wir sie vorläufig als die wahrscheinlichste angenommen, und überlassen die Lösung der Frage nach der Natur des Paradatiscetins und seiner Beziehung zum Quercitrin und Datiscin einer späteren Untersuchung.

Diese würde übrigens noch mehrere Punkte aufzuklären haben, die eine rationelle Formel für das Quercitrin jetzt noch unmöglich machen.

Sie müsste auf die Natur des Phloroglucins noch insoweit eingehen, um zu bestimmen, ob demselben ein dreiatomiges Radical, wie Wurtz annimmt[1]), oder ein einatomiges, wie wir bisher annahmen, zukommt. Erst dann würde eine mehr als empyrische Formel des Morins sich ergeben, das wir seinestheils präexistirend im Quercetin voraussetzen.

Sie müsste damit im Zusammenhange die Isomerien des Morins und Isomorins, des Quercetins und des sogenannten Paracarthamins erklären, die ihrer Bildung nach vorläufig noch ganz vereinzelt dastehen.

---

[1]) Repert. chim. pure. III. 459.

Sie würde ferner ein näheres Studium der Protocatechusäure und der zahlreichen Isomeren dieser Säure einschliessen müssen. Noch ist kaum sicher bekannt, ob diese Verbindungen ein- oder mehratomig sind, ob sie in einander überführbar sind, wie man das von ihren isomeren Zersetzungsproducten, dem Brenzcatechin und dem Hydrochinon vermuthet, und ob sie vielleicht untereinander in einem ähnlichen Zusammenhange stehen, wie die verschiedenen isomeren Alkohole der Propyl- und Amylreihe, oder die verschiedenen Brenzcitronensäuren u. dgl.

Die Formel $C_7H_6O_8$, welches auch ihre nähere Zusammensetzung sei, steht offenbar in einer Beziehung zu der Salicylsäure (Oxysalicylsäure), und ist es bemerkenswerth, dass das Datiscetin von Stenhouse Nitrosalicylsäure gibt; die des Phloroglucins unterscheidet sich von ihr um CO, welches sie weniger, die der Quercimerinsäure um CO, welches sie mehr enthält.

$C_6H_6O_3$ Phloroglucin,
$C_7H_6O_4$ Protocatechusäure (und Isomere),
$C_8H_6O_5$ Quercimerinsäure.

Synthetische Versuche, diese Körper in einander überzuführen, scheinen daher sehr wünschenswerth.

Die Bildung unseres Machromins [1] ist eine gleichfalls wichtige in der Reihe dieser Fragen, und überhaupt verspricht das Studium der Wirkungen des nascirenden Wasserstoffes in den verschiedenen Modificationen, die man dem Versuch geben kann, noch viel neue und unvermuthete Thatsachen kennen zu lernen, wenn man es erst auf Verbindungen ähnlicher complicirter Art auszudehnen unternehmen wird.

Aus welchem Grunde bei der Einwirkung des Wasserstoffes auf gewisse Verbindungen höherer Zusammensetzung mitunter zwei Moleküle zu einem zusammentreten (wie z. B. beim Bittermandelöl

---

[1] Die Eigenschaften des Machromins und sein Übergang in ein blaues Oxydationsproduct führen auf die Idee, der Körper könnte im Guajakharz schon fertig vorhanden sein und die bekannten Farbenreactionen dieses Harzes bedingen. — Diese Vermuthung beruht ausserdem auf der Thatsache, dass Protocatechusäure, aus der wir das Machromin entstanden denken, so leicht aus dem Guajakharz gewonnen werden kann. — Hlasiwetz und Barth, Sitzungsberichte der kais. Akademie, Bd. 49. — Vgl. auch Kosmann, Chem. Centralblatt, 1864, 348.

und seinem Übergange in Hydrobenzin [Zinin]), in dem von uns beobachteten Falle der Bildung des Machromins aus Protocatechusäure u. a., unter welchen Bedingungen die Wirkung des nascirenden Wasserstoffes identisch, unter welchen sie verschieden verlauft, und ob sie in der That von der molecularen, und der davon verschiedenen atomistischen Form (H_2 und H) abhängt, wie Wurtz anzunehmen geneigt ist — wie damit die, gewissermassen katalytische Wirkungsweise zusammenhängt, die man vorläufig bei der Umwandlung des Morins in Isomorin u. s. w. voraussetzen möchte — alle diese Erscheinungen bedürfen noch einer viel gründlicheren Erklärung, als man bis jetzt geben kann.

Dass wir für solche und einige andere der beschriebenen Reactionen nicht aus Vorarbeiten uns unterrichten konnten, hat unsere Arbeit oft sehr erschwert, und muss uns zurückhaltender in der Bestimmtheit unserer Behauptungen machen, als es sonst der Fall sein könnte.

Die Menge isomerer Verbindungen, die uns in diesem Gebiete aufstösst, ist in der That erstaunlich.

Wir kennen eine Protocatechusäure, Carbohydrochinonsäure, Oxysalicylsäure und Hypogallussäure, sämmtlich von gleicher Formel; das Phloroglucin ist isomer mit der Pyrogallussäure und dem Frangulin, das Hydrochinon mit der Oxyphensäure und dem Resorcin, das, dem Datiscetin so ähnliche Paradetiscetin mit dem Luteolin. Der Quercimerinsäure muss eine Säure von der Natur der Gallussäure $\text{Є}_7H_6\text{Ѳ}_5$ entsprechen, die um Є reicher ist. Den Zuckerarten des Quercitrins entsprechen noch andere Isomere, wie wir zuletzt näher ermittelt haben, und so wird sich, je mehr man diese Körper untersucht, die Zahl solcher Fälle vergrössern, die zuletzt auf eine ausserordentlich feine Abstufung der Wirkungsbedingungen in der Pflanzenzelle schliessen lassen.

Wir haben in der Verbreitung des Quercitrins und der mit ihm zunächst zusammenhängenden Verbindungen mehr als blosse Andeutungen für die Wichtigkeit dieser Stoffe im pflanzlichen Leben.

Vielleicht sind sie bei der Chlorophyllbildung betheiligt, und möglicherweise kann auch eine Anzahl der Farbenerscheinungen der Blüthen durch sie bedingt sein. Die einmal versuchte Erklärung derselben liesse sich jetzt noch durch die Farbenbildungen aus dem Morin (Isomorin) und dem Maclurin (Machromin) vervollständigen.

Es ist endlich mit Grund zu vermuthen, dass das Brenzcatechin, welches man so häufig bei der trockenen Destillation von Pflanzenextracten findet (Uloth, Zwenger), aus der Protocatechusäure entsteht, einem Körper, den wir keinen Anstand nehmen jetzt schon als eines der wesentlichsten Producte pflanzlicher Vegetation zu bezeichnen.

Er spielt seine Rolle neben oder mit dem Phloroglucin, mit dem er so häufig vergesellschaftet zu sein scheint.

Der Eine von uns hat im Verein mit L. Barth kürzlich gezeigt, dass Protocatechusäure auch aus mehreren Harzen in nicht unbeträchtlicher Menge gewonnen werden kann, und es kann aus einer noch nicht beendigten Untersuchung das Resultat vorläufig mitgetheilt werden, dass es Harze gibt, die neben der Protocatechusäure auch Phloroglucin liefern; das Gummigutt und das sogenannte Drachenblut sind solche.

Gleichgiltig, ob man diese beiden Körper in der Form von Maclurin oder Quercetin oder ähnlichen Verbindungen in diesen Substanzen voraussetzen will, sie zeugen vor Allem für eine noch ungekannte Verbreitung derselben, und lassen dadurch auch für die Bedeutung ihrer Function einen Schluss ziehen.

Beschäftigt sich daher die physiologische Forschung in der Folge mit diesen Aufgaben, so bietet ihr unsere Untersuchung vielleicht Einiges, was sie als Fingerzeig für ihre Lösung benützen kann.

Apparat zur Destillation im luftverdünnten Raume.

Die Zersetzung, die mehrere der Substanzen, die wir in der vorstehenden Abhandlung beschrieben haben, so leicht erfahren, wenn man ihre Lösungen an der Luft abdampft, hat uns genöthigt, einen Apparat zu construiren, mittelst welchem diesem Übelstande möglichst vorgebeugt ist. Derselbe hat sich uns so gut bewährt, dass wir ihn empfehlen zu dürfen glauben, zumal er mit den geringsten Kosten herzustellen ist.

Die Zeichnung versinnlicht seine Anordnung.

A ist eine gewöhnliche Flasche von weissem Glase und starken Wandungen, etwa $1\frac{1}{2}$ Liter Flüssigkeit fassend, welche durch ein Wasserbad erwärmt wird. Man füllt sie bis zur Hälfte mit der Flüssigkeit, welche concentrirt werden soll. Die Dämpfe derselben gelangen durch das gekühlte Verbindungsrohr *B* in den Condensator *C*. Dieser ist eine Flasche von demselben Rauminhalt wie *A*, die durch einen aufgelegten Bleiring in dem Kühlgefäss *D* niedergedrückt wird.

Von *C* führt noch eine Röhre in die dreihalsige Woulf'sche Flasche *E*, welche als Barometerprobe dient.

Zu diesem Zwecke enthält sie eine Schichte Quecksilber, in welches durch die mittlere Tubulatur eine Torricelli'sche Röhre von circa 5 Zoll Höhe eintaucht.

G ist eine einfache Hahnluftpumpe, welche durch das Chlorcalciumrohr *F* mit dem übrigen Apparat communicirt.

Sämmtliche Verschlüsse müssen sorgfältig mit Siegellack, dem man mit Vortheil etwas Terpentin zusetzt, verkittet sein.

Der Pfropf der Flasche *A* ist von Kautschuk; den vertieften Rand um denselben füllt man mit Wasser.

Die Quecksilberprobe bei *E* braucht keine absolut richtige Angabe zu liefern, und um sie zu füllen, genügt es, den Apparat auszupumpen, wo dann, wenn man wieder Luft eintreten lässt, das Quecksilber von selbst in die Röhre aufsteigt.

Zur Erleichterung der Dampfbildung wird in die Flasche *A* ein Holzspan gegeben.

Ist der Apparat so zusammengestellt, so erwärmt man das Wasserbad und pumpt so lange, bis die Flüssigkeit in ein lebhaftes Sieden geräth, was im Anfange der Destillation bei einer Evacuirung auf mehrere Zoll, gegen Ende erst bei stärkerer Verdünnung eintritt.

Das abdestillirende Wasser wird in *B* und *C* fast vollständig verdichtet, so dass erst nach langem Gebrauch die Flasche *E* und das Chlorcalciumrohr *F* erneuert zu werden braucht. Sobald die Destillation im Gange ist, kann das Pumpen unterbrochen werden.

Der luftverdünnte Raum erhält sich durch die fortwährende Condensation des Dampfes in *C*.

Es ist vortheilhaft, bei *I* einen Quetschhahn anzubringen, den man nur während des Pumpens öffnet; er hat den Zweck, kleine Mengen bei den Hähnen eindringender Luft abzuhalten.

Hlasiwetz u. Pfaundler. Ueber das Morin etc.

A
B
C
D
E
F
G
H
J

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. L. Bd. II. Abth. 1864.

Nach Beendigung der Destillation, zu der etwa die Hälfte der Zeit benöthigt ist, die man bedurft haben würde, die gleiche Flüssigkeitsmenge im Wasserbade abzudampfen, lässt man, will man den Zutritt der Luft zu dem heissen Destillationsrückstand in *A* vermeiden, bei *H* Leuchtgas einströmen.

Die Flasche *C* wird, ohne den fest eingekitteten Kork zu öffnen, durch die Glasröhren entleert.

Transformation und Berechnung einiger bestimmten Integrale.

Von **Gabriel Blažek,**

Zögling des k. k. physikalischen Institutes.

Bestimmte Integrale, welche über ein unendliches Intervall auszudehnen sind, können häufig durch Zerlegung in eine endliche oder unendliche Anzahl ähnlicher innerhalb eines kleinen Intervalles zu nehmenden Integrale und Summation der letzteren, nachdem man sie auf gemeinschaftliche Integrationsgrenzen reducirt hat, auf eine neue Form gebracht werden, welche eine einfachere Berechnung gestattet. Ein solches Verfahren ist namentlich in jenen Fällen anwendbar, in welchen der Integrant eine Verbindung trigonometrischer und algebraischer Functionen der Grundveränderlichen ist, was hauptsächlich in der Periodicität der ersteren und ihrem engen Zusammenhange mit den aus letzteren durch die Transformation der Grenzen hervorgehenden harmonisch-periodischen Reihen seine Erklärung findet. Nach der angedeuteten Methode haben Frullani [1]) und nachmals Newmann [2]) das bekannte Integral

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\, dx$$

in eleganter Weise berechnet, sie benützend wies Schlömilch [3]) die bemerkenswerthe Gleichung

$$\int_0^\infty \varphi(\cos{}^2x, \sin{}^2x)\,\frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^\infty \varphi(\cos{}^2x, \sin{}^2x)\,\frac{\operatorname{tg} x}{x}\,dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos{}^2x, \sin{}^2x)\,dx$$

---

1) Memoire della società Italiana. T. XX, p. 448.

2) The Cambridge and Dublin math. journal, T. II, p. 75.

3) Grunert's Archiv. T. IV, p. 325.

nach. Raabe [1]) behandelte das letztere Problem allgemeiner und zeigte, dass sich das Integral

$$\int_0^\infty \varphi\,(\sin ax,\ \cos bx)\frac{dx}{x}$$

unter gewissen Bedingungen auf ein zweites innerhalb der Grenzen 0 und 2π, dessen Integrant nur trigonometrische Functionen des x enthält, zurückführen lasse.

Die interessanten Resultate, welche sich bei den eben genannten Untersuchungen ergaben, dürften es hinlänglich rechtfertigen, wenn wir auf das erwähnte Verfahren nochmals zurückkommen und dasselbe zur Behandlung der Integrale von der allgemeineren Form

$$(1) \qquad J = \int_0^\infty f\,(\cos x)\ \frac{\sin^m x}{x^p}\ dx$$

verwenden; dabei soll p eine ganze, positive, von Null verschiedene Zahl, $f\,(\cos x)$ aber eine derartige Function von $\cos x$ bedeuten, dass das Vorzeichen der allenfalls in ihr enthaltenen Wurzelgrössen entweder stets dasselbe bleibt, oder nur gleichzeitig mit dem von $\cos x$ eine Änderung erfährt; ausserdem soll der Integrant innerhalb der Integrationsgrenzen endlich und stetig bleiben.

I.

Behufs der Transformation des vorgelegten Integrals in ein anderes innerhalb engerer Integrationsgrenzen wenden wir auf dasselbe die Formel

$$\int_0^\infty \varphi\,(x)\ dx = \int_0^{2\pi} \varphi\,(x)\ dx + \int_{2\pi}^{4\pi} \varphi\,(x)\ dx + \ldots \text{ in inf.}$$

$$= \sum_{k=0}^{k=\infty} \int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} \varphi\,(x)\ dx$$

an, wodurch es in

$$J = \sum_{k=0}^{k=\infty} \int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} f\,(\cos x)\ \frac{\sin^m x}{x^p}\ dx$$

---

[1]) Crelle's Journal. T. XXIII, p. 114. T. XXV, p. 161.

übergeht; ersetzen wir hierin, um alle Theilintegrale auf dieselben Grenzen zu reduciren, x durch $2k\pi + x$, so dass die untere Integrationsgrenze in 0, die obere in 2π übergeht, und berücksichtigen die Relationen $\sin(2k\pi + x) = \sin x$, $\cos(2k\pi + x) = \cos x$, so erhalten wir nach Umkehrung der Ordnung der Summation und Integration

$$J = \int_0^{2\pi} f(\cos x) \sin^m x \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{1}{(2k\pi + x)^p} dx.$$

Eine abermalige Trennung des Integrationsintervalles in die Partien von 0 bis π und π bis 2π ergibt

$$J = \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^m x \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{1}{(2k\pi + x)^p} dx +$$
$$+ \int_\pi^{2\pi} f(\cos x) \sin^m x \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{1}{(2k\pi + x)^p} dx,$$

oder wenn wir im letzten Theile x durch $2\pi - x$ ersetzen, so dass seine Grenzen ebenfalls 0 und π werden, wenn wir ferner auf die Gleichungen $\cos(2\pi - x) = \cos x$, $\sin(2\pi - x) = -\sin x$ Rücksicht nehmen und beide Integrale vereinigen,

$$J = \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^m x \sum_{k=0}^{k=\infty} \left\{ \frac{1}{(2k\pi + x)^p} + \frac{(-1)^m}{[2(k+1)\pi - x]^p} \right\} dx.$$

Nun ist aber bekanntlich

$$\frac{1}{(a + bx)^p} = \left(\frac{-1}{b}\right)^{p-1} \frac{1}{\Gamma(p)} \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} \left(\frac{1}{a + bx}\right),$$

so dass das letzte Integral auch die Gestalt

$$\left. \begin{aligned} J = \frac{(-1)^{p-1}}{\Gamma(p)} \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^m x \, \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} \\ \left\{ \sum_{k=0}^{k=\infty} \left[\frac{1}{2k\pi + x} - \frac{(-1)^{m-p}}{2(k+1)\pi - x} \right] \right\} dx \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

annimmt. Specialisiren wir sofort unsere Formel (2) in so weit, dass wir annehmen, es sei $(-1)^{m-p} = 1$, d. h. setzen wir $m - p$

als gerade Zahl oder als einen Bruch mit geradem Zähler und ungeradem Nenner voraus, so erhält die in (2) erscheinende Summe mit Rücksicht auf den von Euler [1]) bewiesenen Satz

$$\frac{\pi}{2n}\operatorname{tg}\frac{m\pi}{2n} = \sum_{k=0}^{k=\infty}\left[\frac{1}{(2k+1)n-m} - \frac{1}{(2k+1)n+m}\right]$$

den Werth $\frac{1}{2}\cot\frac{x}{2}$ oder, was dasselbe ist, $\csc x + \cot x$, wodurch

$$(3)\qquad J = \frac{(-1)^{p-1}}{2\,\Gamma(p)}\int_0^{\pi} f(\cos x)\sin^m x\,\frac{d^{p-1}}{da^{p-1}}(\csc x + \cot x)\,dx$$

wird. Schliesslich reduciren wir das Integral (3) auf ein anderes innerhalb der Grenzen 0 und $\frac{\pi}{2}$, indem wir es in die Partien von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2}$ bis π zerlegen, in letzterer an die Stelle des x den Werth $\pi - x$ substituiren und beide wieder vereinigen; auf diese Art erhalten wir

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} J = \frac{(-1)^{p-1}}{2\Gamma(p)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \Big\{ & f(\cos x)\,\frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}}(\csc x + \cot x) + \\ & + (-1)^{p-1} f(-\cos x)\,\frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}}(\csc x - \cot x)\Big\}\,dx. \end{aligned}\right.$$

II.

An dieser Stelle wollen wir sogleich den speciellen Fall betrachten, in welchem $f(\cos x) = \varphi(\cos^2 x)\cos^r x$ ist, wobei $\varphi(\cos^2 x)$ eine derartige Function von $\cos^2 x$ darstellt, dass deren sämmtliche Theile für beliebige reelle Werthe des x dasselbe Zeichen beibehalten, eine Bedingung, welche z. B. alle Ausdrücke von der Form $\sqrt{1 - \cos^2 x}$, denen bekanntlich die letztere Eigenschaft nicht zukommt, aus der Function ausschliesst; durch Substitution dieses Werthes in (4) erhalten wir

[1]) Introductio in analysin inf. T. I. num. 171, 172.

$$\left. \begin{array}{l} J = \frac{(-1)^{p-1}}{2\Gamma(p)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^r x \sin^m x \frac{d^{p-1}}{dx^{p-1}} \\ \{[1-(-1)^{r+p}] \csc x + [1+(-1)^{r+p}] \cot x\} \, dx. \end{array} \right\} \quad (5)$$

Setzen wir $(-1)^{r+p} = -1$, nehmen wir mithin an, $r+p$ sei eine ungerade Zahl oder ein Bruch mit ungeradem Zähler und Nenner, so folgern wir aus (5)

$$J = \frac{(-1)^{p-1}}{\Gamma(p)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^r x \sin^m \frac{d^{p-1} \csc x}{dx^{p-1}} \, dx, \quad (6)$$

besteht dagegen die Relation $(-1)^{r+p} = 1$, so dass sich $r+p$ als gerade Zahl oder als ein Bruch mit geradem Zähler und ungeradem Nenner darstellt, so liefert dieselbe Gleichung

$$J = \frac{(-1)^{p-1}}{\Gamma(p)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^r x \sin^m x \frac{d^{p-1} \cot x}{dx^{p-1}} \, dx. \quad (7)$$

Setzen wir in (7) $r = -m$, was wegen der für $r+p$ und $m-p$ gleichlautenden Bedingungen gestattet ist, so folgt

$$J = \int_0^{\infty} \frac{\varphi(\cos^2 x) \operatorname{tg}^m x}{x^p} \, dx$$

$$= \frac{(1-)^{p-1}}{\Gamma(p)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \operatorname{tg}^m x \frac{d^{p-1} \cot x}{dx^{p-1}} \, dx.$$

Eine weitere Specialisirung der Formeln (6) und (7) gibt noch andere interessante Relationen.

1. Die Gleichung (6) liefert für $p = 1$, $r = 2h$, $m = 2n+1$

$$\left. \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \frac{\varphi(\cos^2 x) \cos^{2h} x \sin^{2n+1} x}{x} \, dx = \\ = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^{2h} x \sin^{2n} x \, dx. \end{array} \right\} \quad (8)$$

2. Setzen wir in derselben Gleichung $p=2$, $r=2h-1$, $m=2n+2$, so folgt wegen $\frac{d\csc x}{dx}=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

$$(9)\left\{\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+2}x}{x^2}dx=\\&\qquad=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n}x\,dx.\end{aligned}\right.$$

3. Eben so ergibt die Gleichung (7) für $p=1$, $r=2h-1$, $m=2n+1$

$$(10)\left\{\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+1}x}{x}dx=\\&\qquad=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n}x\,dx.\end{aligned}\right.$$

4. Aus derselben Relation erhalten wir für $p=2$, $r=2h$ $m=2n+2$, da $\frac{d\cot x}{dx}=-\frac{1}{\sin^2 x}$ ist,

$$(11)\left\{\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n+2}x}{x^2}dx=\\&\qquad=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n}x\,dx;\end{aligned}\right.$$

für $h=n+1=0$ geht diese Gleichung über in

$$(12)\qquad \int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)}{x^2}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\varphi(\cos^2 x)}{\sin^2 x}dx.$$

5. Endlich liefert noch die Gleichung (7) für $p=3$, $r=2h-1$, $m=2n+3$ wegen $\frac{d^2\cot x}{dx^2}=\frac{2\cos x}{\sin'^2 x}$

$$(13)\left\{\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+3}x}{x^3}dx=\\&\qquad=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n}x\,dx.\end{aligned}\right.$$

Die Vergleichung der Relationen (8) bis (11) nebst 13 ergibt das bemerkenswerthe Resultat

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n+1}x}{x}\,dx = \\ &= \int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+1}x}{x}\,dx = \\ &= \int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+2}x}{x^2}\,dx = \\ &= \int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n+2}x}{x^2}\,dx = \\ &= \int_0^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)\cos^{2h-1}x\sin^{2n+3}x}{x^3}\,dx = \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x)\cos^{2h}x\sin^{2n}x\,dx.\end{aligned}\right\}(14)$$

Was die Werthe von h und n betrifft, so können sie ganze Zahlen oder auch Brüche mit ungeraden Nennern sein; die Grenzen aber, innerhalb deren sie variiren dürfen, ohne dass der Integrant im Bereiche des Integrationsintervalles seine Endlichkeit und Stetigkeit verliert, können erst dann bestimmt werden, wenn $\varphi(\cos^2 x)$ speciell gegeben erscheint.

Es ist selbstverständlich, dass sich die Relationen (8) bis (13) leicht zur Herstellung vieler anderer benützen lassen; beispielsweise führen wir nur die Beziehung

$$\int^\infty \frac{\varphi(\cos^2 x)(x-\alpha\sin x)^2\,\mathrm{tg}\,x}{x^3}\,dx = (1-\alpha)^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(\cos^2 x)\,dx$$

an, die sich aus (10), (9) und (13) ergibt, wenn man darin $h=n=0$ setzt, die zweite Gleichung mit der willkürlichen Constanten -2α, die dritte mit α^2 multiplicirt und alle drei addirt.

III.

Kehren wir nun wieder zu den Ausdrücken (3) und (4) zurück, so wird unsere nächste Aufgabe in der Entwickelung der in

denselben erscheinenden Differentialquotienten von $\csc x$ und $\cot x$ bestehen; obgleich dieses Problem zu den längst gelösten gehört, so dürfte doch die folgende Behandlungsweise desselben nicht ohne Interesse sein. Wir wollen dabei von dem evidenten Satze ausgehen, dass ein beliebig hoher Differentialquotient einer Function $f(x)$ nach x genommen, dem Differentialquotienten derselben Ordnung von $f(x+y)$ nach y genommen, gleichkommt, wenn man in letzterem $y=0$ setzt; nach diesem Principe setzen wir

$$\frac{d^p \csc x}{dx^p} = \frac{d^p}{dx^p}\left(\frac{1}{\sin x}\right) = \frac{d^p}{dy^p}\left[\frac{1}{\sin(x+y)}\right]_{y=0}.$$

Multipliciren wir Zähler und Nenner unseres rechtsstehenden Bruches mit $\sin(x-y)$, entwickeln den Zähler und berücksichtigen, dass $\sin(x+y)\sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ ist, so folgt

$$\frac{d^p \csc x}{dx^p} = \frac{d^p}{dy^p}\left(\frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\sin^2 x - \sin^2 y}\right)_{y=0}. \tag{15}$$

Da nach vollzogener Differentiation $y=0$ zu setzen ist, so können wir den Werth des letzteren immer innerhalb solcher Grenzen voraussetzen, dass $\sin^2 x \geqq \sin^2 y$ wird, somit eine Reihenentwickelung unseres Bruches nach steigenden Potenzen von $\sin^2 y$ gestattet ist; indem wir daher

$$\frac{1}{\sin^2 x - \sin^2 y} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\sin^{2k} y}{\sin^{2k+2} x} \tag{16}$$

im (15) einführen, erhalten wir

$$\frac{d^p \csc x}{dx^p} = \frac{d^p}{dy^p}\left(\sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\sin^{2k} y \cos y}{\sin^{2k+1} x} - \cot x \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\sin^{2k+2} y}{\sin^{2k+1} x}\right)_{y=0},$$

eine Relation, die mit

$$(17)\left\{\begin{aligned} \frac{d^p \csc x}{dx^p} = \frac{d^{p+1}}{dy^{p+1}}&\left[\sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\sin^{2k+1} y}{(2k+1)\sin^{2k+1} x}\right]_{y=0} - \\ &- \frac{d^p}{dy^p}\left[\cot x \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\sin^{2k+1} y}{\sin^{2k+1} x}\right]_{y=0} \end{aligned}\right.$$

gleichbedeutend ist.

Indem wir ganz in derselben Weise mit cot x verfahren, erhalten wir

$$\frac{d^p \cot x}{dx^p}=\frac{d^p}{dy^p}\left[\frac{\cos(x+y)}{\sin(x+y)}\right]_{y=0}=\frac{d^p}{dy^p}\left[\frac{\cos(x+y)\sin(x-y)}{\sin(x+y)\sin(x-y)}\right]_{y=0},$$

oder da der Zähler des letzten Bruches mit $\sin x \cos x - \sin y \cos y$ identisch ist, mit Rücksicht auf (16)

$$\frac{d^p \cot x}{dx^p}=\frac{d^p}{dy^p}\left(\cot x\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\sin^{2k}y}{\sin^{2k}x}-\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\sin^{2k+1}y\cos y}{\sin^{2k+2}x}\right)_{y=0},$$

was schliesslich auch unter der Form

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^p \cot x}{dx^p}=\frac{d^p}{dy^p}\left(\cot x\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\sin^{2k}y}{\sin^{2k}x}\right)_{y=0}-\\ -\frac{d^{p+1}}{dy^{p+1}}\left(\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\sin^{2k}y}{2k\sin^{2k}x}\right)_{y=0}\end{aligned}\right\}\quad(18)$$

dargestellt werden kann.

Die Formeln (17) und (18) vereinfachen sich bedeutend durch den Umstand, dass im Allgemeinen

$$\sin^r y = y^r + a_1 y^{r+2} + a_2 y^{r+4} + \ldots \qquad (19)$$

ist. Bildet man nun den p^{ten} Differentialquotienten von $\sin^r y$, so wird derselbe nur dann für $y=o$ von Null verschieden sein, wenn die in (19) vorgeführte Reihe p^{mal} nach y differentiirt ein von y freies Glied enthält, eine Bedingung, deren Erfüllung nicht nur $p \overline{\geqq} r$ erfordert, sondern auch verlangt, dass p und r zugleich gerade oder ungerade Zahlen seien. Setzen wir daher im ersten Falle $p=2q$, im zweiten $p=2q-1$, so erhalten wir aus (17) und (18)

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^{2q}\csc x}{dx^{2q}}&=\frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}\left[\sum_{k=0}^{k=q}\frac{\sin^{2k+1}y}{(2k+1)\sin^{2k+1}x}\right]_{y=0},\\ \frac{d^{2q-1}\csc x}{dx^{2q-1}}&=-\frac{d^{2q-1}}{dy^{2q-1}}\left(\cot x\sum_{k=0}^{k=q-1}\frac{\sin^{2k+1}y}{\sin^{2k+1}x}\right)_{y+0};\end{aligned}\right\}\quad(20)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^{2q}\cot x}{dx^{2q}} &= \frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\cot x \sum_{k=0}^{k=q}\frac{\sin^{2k} y}{\sin^{2k} x}\right)_{y=0}, \\ \frac{d^{2q-1}\cot x}{dx^{2q-1}} &= -\frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\sum_{k=1}^{k=q}\frac{\sin^{2k} y}{2k\sin^{2k} x}\right)_{y=0}. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Was endlich die Differentialquotienten der verschiedenen Potenzen von sin y betrifft, so lassen sich dieselben am bequemsten mit Benützung der Formeln

$$\left.\begin{aligned} \sin^{2k} y &= \frac{1}{2^{2k-1}}\sum_{i=0}^{i=k}(-1)^i\binom{2k}{k-i}\cos 2iy, \\ \sin^{2k+1} y &= \frac{1}{2^{2k}}\sum_{i=0}^{i=k}(-1)^2\binom{2k+1}{k-i}\sin(2i+1)y \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

entwickeln; differentiiren wir erstere $2q$ mal, letztere $(2q+1)$ mal nach y und setzen in den erhaltenen Resultaten $y=0$, so folgt

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^{2q}}{dy^{2q}}(\sin^{2k} y)_{y=0} &= 2^{2q-2k+1}(-1)^q\sum_{i=1}^{i=k}(-1)^i\binom{2k}{k-i}i^{2q}, \\ \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}(\sin^{2k+1} y)_{y=0} &= \frac{(-1)^q}{2^{2k}}\sum_{i=0}^{i=k}(-1)^i\binom{2k+1}{k-i}(2i+1)^{2q+1}. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Diese Werthe wären in (20) und (21) einzuführen und würden sodann die bekannten Formeln für den höheren Differentialquotienten der Cosecante und Cotangente eines Winkels ergeben; der Kürze wegen wollen wir uns jedoch, wo es angeht, der Ausdrücke (20) und (21) unmittelbar bedienen.

Da es, wie wir eben gesehen haben, bei der Bildung der in unseren Integralen erscheinenden Differentialquotienten wesentlich darauf ankommt, ob p eine gerade oder ungerade Zahl ist, so wollen wir beide Fälle von einander trennen und

$$\int_0^\infty f(\cos x)\frac{\sin^{2n+1} x}{x^{2q+1}}\,dx = J_1\,,\int_0^\infty f(\cos x)\frac{\sin^{2n} x}{x^{2q}}\,dx = J_2$$

setzen, wobei n dieselbe Bedeutung wie bei den Gleichungen (8) bis (14) hat; sofort zerfällt die Relation (3) in die folgenden zwei:

$$J_1 = \frac{1}{2\Gamma(2q+1)} \sum_{k=0}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}} \left(\frac{\sin^{2k+1} y}{2k+1} \right)_{y=0} \cdot \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^{2n-2k} x dx + \right.$$
$$\left. + \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} (\sin^{2k} y)_{y=0} \cdot \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^{2n-2k} x \cos x dx \right\},$$

$$J_2 = \frac{1}{2\Gamma(2q)} \sum_{k=1}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} \left(\frac{\sin^{2k} y}{2k} \right)_{y=0} \cdot \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^{2n-2k} x dx + \right.$$
$$\left. + \frac{d^{2q-1}}{dy^{2q-1}} (\sin^{2k-1} y)_{y=0} \cdot \int_0^{\pi} f(\cos x) \sin^{2n-2k} x \cos x dx \right\},$$

wobei die Ordnung der Integration und Summation umgekehrt wurde. Auf dieselbe Weise erhalten wir aus (5)

$$\left. \begin{aligned} J_1 = \frac{1}{2\Gamma(2q+1)} \sum_{k=0}^{k=q} \Bigg\{ & [1+(-1)^r] \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}} \left(\frac{\sin^{2k+1} y}{2k+1} \right)_{y=0} \cdot \\ & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^r x \sin^{2n-2k} x dx \Bigg\}, + \\ & + [1-(-1)^r] \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} (\sin^{2k} y)_{y=0} \cdot \\ & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^{r+1} x \sin^{2n-2k} x dx \Bigg\}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} J_2 = \frac{1}{2\Gamma(2q)} \sum_{k=1}^{k=q} \Bigg\{ & [1+(-1)^r] \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} \left(\frac{\sin^{2k} y}{2k} \right)_{y=0} \cdot \\ & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^r x \sin^{2n-2k} x dx + \\ & + [1-(-1)^r] \frac{d^{2q-1}}{dy^{2q-1}} (\sin^{2k-1} y)_{y=0} \cdot \\ & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 x) \cos^{r+1} x \sin^{2n-2k} x \, dx \Bigg\}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

IV.

Indem wir die Specialisirung der vorstehenden zwei Formeln für den Fall, dass $(-1)^r$ keine imaginäre Grösse ist, übergehen, wollen wir dieselben sogleich zur Berechnung des Integrals

$$J = \int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^m x}{x^p} dx$$

benützen. Wir erhalten den Werth desselben offenbar aus (24) und (25), wenn wir in diesen Gleichungen $\varphi(\cos^2 x) = 1$ setzen; berücksichtigen wir nun, dass die in den so vereinfachten Relationen (24) und (25) erscheinenden Integrale im Allgemeinen die Form

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^a x \sin^b x \, dx$$

haben, die bekanntlich durch die Substitution $\cos x = \sqrt{y}$ in eine Beta-Function vom Werthe

$$\frac{\Gamma\left(\frac{a+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{b+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{a+b+2}{2}\right)}$$

übergeht, so erhalten wir die zwei Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^{2n+1} x}{x^{2q+1}} dx = \\ &= \frac{1}{4\Gamma(2q+1)} \sum_{k=0}^{k=q} \left\{ [1+(-1)^r] \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}} \left(\frac{\sin^{2k+1} y}{2k+1}\right)_{y=0} \cdot \right. \\ &\quad \frac{\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n-2k+2}{2}\right)} + [1-(-1)^r] \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} (\sin^{2k} y)_{y=0} \cdot \\ &\quad \left. \frac{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n-2k+3}{2}\right)} \right\}, \end{aligned}\right\} (26)$$

$$J_2 = \int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^{2n} x}{x^{2q}} dx =$$
$$= \frac{1}{4\Gamma(2q)} \sum_{x=1}^{x=q} \left\{ [1+(-1)^r] \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} \left(\frac{\sin^{2k} y}{2k} \right)_{y=0} \frac{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n-2k+2}{2}\right)} \right.$$
$$\left. + [1-(-1)^r] \frac{d^{2q-1}}{dy^{2q-1}} (\sin^{2k-1} y)_{y=0} \frac{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n-2k+3}{2}\right)} \right\}. \qquad (27)$$

Wie wir aus diesen Formeln ersehen, behalten die durch sie ausgedrückten Integrale für ein beliebiges endliches $r \geqq -1$ und für $n \geqq q$ einen endlichen Werth.

Setzen wir in den Relationen (26) und (27) zunächst $r = 0$, so folgt

$$\int_0^\infty \frac{\sin^{2n+1} x}{x^{2q+1}} dx =$$
$$= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(2q+1)} \sum_{k=0}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}} \left(\frac{\sin^{2k+1} y}{2k+1} \right)_{y=0} \frac{\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma(n-k+1)} \right\}, \qquad (28)$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin^{2n} x}{x^{2q}} dx =$$
$$= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(2q)} \sum_{k=1}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q}}{dy^{2q}} \left(\frac{\sin^{2k} y}{2k} \right)_{y=0} \frac{\Gamma\left(\frac{2n-2k+1}{2}\right)}{\Gamma(n-k+1)} \right\}. \qquad (29)$$

Diese Ausdrücke sind allgemeiner als die von Lindmann[1]) für dieselben Integrale gegebenen, da letztere n als ganze Zahl voraussetzen; auch dürften erstere für grosse n und kleine q leichter als letztere zu handhaben sein.

Für numerische Berechnungen ist es bequemer, alle Glieder der Summen (28) und (29) auf gemeinschaftlichen Nenner zu bringen und die allen zukommenden Factoren herauszuheben. Diese

---

[1]) Grunert's Archiv. T. XVII, p. 458, 462.

Operation bietet keine Schwierigkeiten und ergibt unter Anwendung des Satzes

$$\Gamma(n) = (n-1)(n-2)\ldots(n-r)\,\Gamma(n-r) \tag{30}$$

die zwei Formeln

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^\infty \frac{\sin^{2n+1}x}{x^{2q+1}}\,dx \\
&= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2q+1}{2}\right)}{2\Gamma(2q+1)\,\Gamma(n+1)} \sum_{k=0}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}\left(\frac{\sin^{2k+1}y}{2k+1}\right)_{y=0} \right. \\
&\quad .\,1\,.\,\frac{2n-2q+1}{2}\,.\,\frac{2n-2q+3}{2}\,\ldots\,\frac{2n-2k-1}{2} \\
&\quad \left. .\,1\,.\,n\,(n-1)\,\ldots\,(n-k+1) \right\}
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^\infty \frac{\sin^{2n}x}{x^{2q}}\,dx \\
&= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n-2q+1}{2}\right)}{2\Gamma(2q)\,\Gamma(n)} \sum_{k=1}^{k=q} \left\{ \frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\frac{\sin^{2k}y}{2k}\right)_{y=0} \right. \\
&\quad .\,1\,.\,\frac{2n-2q+1}{2}\,.\,\frac{2n-2q+3}{2}\,\ldots\,\frac{2n-2k-1}{2} \\
&\quad \left. .\,1\,.\,(n-1)\,(n-2)\,\ldots\,(n-k+1) \right\}
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Ist n eine ganze Zahl, so erhalten wir mit Benützung der Relation (30)

$$\left.\begin{aligned}
\Gamma\left(\frac{2n-2q+1}{2}\right) &= \frac{2n-2q-1}{2}\,.\,\frac{2n-2q-3}{2}\,\ldots\,\frac{3}{2}\,.\,\frac{1}{2}\,. \\
\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2^{2n-2q}}\,\frac{(2n-2q)!}{(n-q)!} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{2^{2n-2q}}\binom{2n-2q}{n-q}(n-q)!
\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

und wegen $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$ nach gehöriger Reduction

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\sin^{2n+1}x}{x^{2q+1}}\,dx\\ &=\frac{\pi}{2^{2n-2q+1}\Gamma(2q+1)}\binom{2n-2q}{n-q}\frac{1}{n(n-1)\ldots(n-q+1)}\\ &\sum_{k=0}^{k=q}\left\{\frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}\left(\frac{\sin^{2k+1}y}{2k+1}\right).1.\frac{2n-2q+1}{2}.\frac{2n-2q+3}{2}\ldots\right.\\ &\qquad\left.\frac{2n-2k-1}{2}.1.n(n-1)\ldots(n-k+1)\right\},\end{aligned}\right\}\quad(34)$$

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\sin^{2n}x}{x^{2q}}\,dx\\ &=\frac{\pi}{2^{2n-2q+1}\Gamma(2q)}\binom{2n-2q}{n-q}\frac{1}{(n-1)(n-2)\ldots(n-q+1)}\\ &\sum_{k=1}^{k=q}\left\{\frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\frac{\sin^{2k}y}{2k}\right)_{y=0}.1.\frac{2n-2q+1}{2}.\frac{2n-2q+3}{2}\ldots\right.\\ &\qquad\left.\frac{2n-2k-1}{2}.1.(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)\right\}.\end{aligned}\right.\quad(35)$$

Diese Resultate gelten jedoch nur für $n \geqq q$.

Ersetzen wir in (34) n durch $n-1$, q durch 0, in (35) q durch 1, so folgt

$$\int_0^\infty \frac{\sin^{2n-1}x}{x}\,dx=\int_0^\infty \frac{\sin^{2n}x}{x^2}\,dx=\frac{\pi}{2^{2n-1}}\binom{2n-2}{n-1},$$

eine Beziehung, welche zuerst von Stefan[1]) aufgestellt wurde, in ihrem ersten Theile aber schon aus (14) resultirt.

---

[1]) Schlömilch's Zeitschrift f. Math. u. Phys. T. VIII, p. 231.

Die Substitution $q = 0$ in (26) liefert ferner

$$\left.\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^{2n+1} x}{x}\, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{2n+1}{2}\right)}{4} \Bigg\{ & [1+(-1)^r] \frac{\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n+2}{2}\right)} + \\ & + [1-(-1)^r] \frac{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2n+3}{2}\right)}\Bigg\}.\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Legen wir r einen solchen Werth bei, dass $(-1)^r$ eine reelle Zahl wird, so geht vorstehende Formel in die für diesen Fall von Schlömilch[1]) gegebene

$$\left.\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin^{2n+1} x}{x}\, dx &= \int_0^\infty \frac{\cos^{2h-1} x \sin^{2n+1} x}{x}\, dx \\ &= \frac{\Gamma\left(\frac{2h+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n+1}{2}\right)}{2\Gamma(h+n+1)}\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

über; werden h und n als ganze Zahlen angenommen, so lässt sich die Relation (37) mit Benützung der Gleichungen (30) und (33) auch unter der Form

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin^{2n+1} x}{x}\, dx \\ = &\int_0^\infty \frac{\cos^{2h-1} x \sin^{2n+1} x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2^{2h+2n+1}} \binom{2h}{h}\binom{2n}{n} : \binom{h+n}{h}\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

darstellen.

Im VII. Bande von Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik, p. 356, hat Stefan das Integral

$$J_r = \int_0^\infty \frac{1-\cos^r x}{x^2}\, dx \tag{39}$$

---

[1]) Grunert's Archiv. T. IV, p. 324.

für ganze positive r in sehr eleganter Weise entwickelt; unsere bisherigen Formeln setzen uns in den Stand, dasselbe für jedes beliebige positive von Null verschiedene r zu berechnen. Es ergibt nämlich die theilweise Integration

$$\int \frac{1-\cos^r x}{x^2}\,dx = -\frac{1-\cos^r x}{x} + r\int \frac{\cos^{r-1}x \sin x}{x}\,dx,$$

so dass mit Einführung der Grenzen

$$J_r = r\int_0^\infty \frac{\cos^{r-1}x \sin x}{x}\,dx \tag{40}$$

wird. Der Werth des letzten Integrales kann nach (36) ermittelt werden, indem man daselbst n durch 0, r durch $r-1$ ersetzt; wir erhalten auf diese Art

$$J_r = \frac{r}{4}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left\{[1-(1-)^r]\frac{\Gamma\left(\frac{r}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)} + [1+(-1)^r]\frac{\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)}\right\}. \tag{41}$$

Substituiren wir in (41) für r die Grösse $r+1$, so folgt

$$J_{r+1} = \frac{r+1}{4}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left\{[1+(-1)^r]\frac{\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)} + [1-(-1)^r]\frac{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+3}{2}\right)}\right\};$$

die Subtraction der vorhergehenden Gleichung von der letzten liefert nach einer einfachen Reduction

$$J_{r+1} - J_r = [1+(-1)^r]\,\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{r+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{r+2}{2}\right)}.$$

Diese Differenz ist nun jedesmal Null, wenn r eine ungerade Zahl oder ein Bruch mit ungeradem Zähler und Nenner ist, ein Satz, der für ganze r ebenfalls zuerst von Stefan erwiesen wurde.

Die Gleichung (41) liefert schliesslich mit Bezug auf (12) die Relation

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos^{2n} x}{\sin^2 x}\, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2n+1}{2}\right)}{\Gamma(n)}.$$

wobei n eine beliebige positive ganze Zahl oder ein positiver Bruch mit ungeradem Nenner sein kann.

V.

Es sei uns an dieser Stelle gestattet, auch das Integral

$$J = \int_0^{\infty} \frac{\cos^r x \sin ax}{x}\, dx,$$

wovon (40) ein specieller Fall ist, für ganze positive r und beliebige positive a zu berechnen; wir bedienen uns dabei der Formeln

$$\cos^{2h} x = \frac{1}{2^{2h}}\binom{2h}{h} + \frac{1}{2^{2h-1}}\sum_{p=1}^{p=h}\binom{2h}{h-p}\cos 2px, \qquad (42)$$

$$\cos^{2h+1} x = \frac{1}{2^{2h}}\sum_{p=0}^{p=h}\binom{2h+1}{h-p}\cos(2p+1)\,x. \qquad (43)$$

Unter Anwendung derselben ist

$$\left.\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\cos^{2h} x \sin ax}{x}\, dx &= \frac{1}{2^{2h}}\binom{2h}{h}\int_0^{\infty}\frac{\sin ax}{x}\, dx \\ &+ \frac{1}{2^{2h-1}}\sum_{p=1}^{p=h}\binom{2h}{h-p}\int_0^{\infty}\frac{\cos 2px \sin ax}{x}\, dx. \end{aligned}\right\} (44)$$

$$\left.\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\cos^{2h+1} x \sin ax}{x}\, dx &= \frac{1}{2^{2h}}\sum_{p=0}^{p=h}\binom{2h+1}{h-p} \\ &\int_0^{\infty}\frac{\cos(2p+1)\,x \sin ax}{x}\, dx. \end{aligned}\right\} (45)$$

Nun ist aber bekanntlich

$$\int_0^\infty \frac{\cos bx \sin ax}{x}\,dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & a > b, \\ \frac{\pi}{4} \text{ für } & a = b, \\ 0 & a < b. \end{cases}$$

1. Für das Integral (44) ist daher

a) wenn $a = 2h + \alpha$ ist, wobei α eine beliebige positive von Null verschiedene Zahl bedeutet,

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin(2h+\alpha)x}{x}\,dx = \left\{\frac{1}{2^{2h}}\binom{2h}{h} + \frac{1}{2^{2h-1}}\sum_{p=1}^{p=h}\binom{2h}{h-p}\right\}\frac{\pi}{2},$$

oder da der eingeklammerte Ausdruck mit dem Ergebnisse der Substitution $x = 0$ in der Gleichung (42) äquivalent ist, also den Werth 1 besitzt,

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin(2h+\alpha)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}; \qquad (46)$$

b) wenn $a = 2h$ gesetzt wird, so unterscheidet sich der betreffende Werth des Ausdruckes (44) von dem eben untersuchten nur dadurch, dass das letzte Integral jener Summe nicht den Werth $\frac{\pi}{2}$, sondern $\frac{\pi}{4}$ annimmt; wir erhalten daher die Relation

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin 2hx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2^{2h+1}} = \pi\,\frac{2^{2h}-1}{2^{2h+1}};$$

c) wenn $a = 2q + \beta$ angenommen wird, wobei q eine ganze, zwischen 0 und h, β eine beliebige, zwischen 0 und 2 liegende Zahl bedeuten, so werden alle Glieder der Summe (44) von $p = q+1$ bis $p = h$ verschwinden, so dass wir erhalten

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin(2q+\beta)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}}\left[\binom{2h}{h} + 2\sum_{p=1}^{p=q}\binom{2h}{h-p}\right];$$

d) für $a = 2q$ ist aus einem ähnlichen Grunde wie unter *b)*

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin 2qx}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}}\left[\binom{2h}{h} + \binom{2h}{h-q} + 2\sum_{p-1}^{p=q-1}\binom{2h}{h-p}\right];$$

e) schliesslich ist für $a = \beta$

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin \beta x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}}\binom{2h}{h}. \tag{47}$$

2. Auf ähnliche Weise erhalten wir für das Integral (45)
a) wenn $a = 2h + 1 + \alpha$ ist, genau wie unter 1. *a)* mit Zuziehung von (43)

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin(2h+1+\alpha)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}; \tag{48}$$

b) wenn $a = 2h + 1$ angenommen wird

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin(2h+1)x}{x}\,dx = \pi\,\frac{2^{2h+1}-1}{2^{2h+2}};$$

c) für $a = 2q + 1 + \beta$

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin(2q+1+\beta)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}}\sum_{p=0}^{p=q}\binom{2h+1}{h-p};$$

d) für $a = 2q + 1$

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin(2q+1)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{h2+2}}\left[\binom{2h+1}{h-q} + 2\sum_{p=0}^{p=q-1}\binom{2h+1}{h-p}\right];$$

e) für $a = 1 + \beta$

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin(1+\beta)x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}}\binom{2h+1}{h};$$

f) für $a = 1$

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2^{2h+1}} \binom{2h+1}{h};$$

g) endlich für $a = \gamma$, wobei letzteres eine zwischen 0 und 1 enthaltene Zahl bedeuten soll

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin \gamma x}{x} dx = 0. \tag{49}$$

Auf Integrale der eben behandelten Art lässt sich das allgemeinere

$$J = \int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^{2n+1} ax}{x} dx,$$

wobei r und n ganze positive Zahlen bedeuten, reduciren. Benützen wir nämlich die Formel (22), so erhalten wir

$$J = \frac{1}{2^{2n}} \sum_{i=0}^{i=n} (-1)^i \binom{2n+1}{n-i} \int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin(2i+1)ax}{x} dx.$$

Die allgemeine Discussion des vorliegenden Ausdruckes ist noch weit complicirter als die der Relationen (44) und (45), obgleich sie, die etwas längeren Formeln, die sie liefert, abgerechnet, im Wesentlichen keinerlei Schwierigkeiten bietet; wir wollen daher nur jene Fälle hervorheben, die auf einfache Resultate führen.

1. Setzen wir $a = r + \alpha$ voraus, so folgt mit Benützung von (46) und (48)

$$J = \frac{\pi}{2^{2n+1}} \sum_{i=0}^{i=n} (-1)^i \binom{2n+1}{n-i};$$

wenden wir in diesem Ausdrucke den aus der Theorie der Binomial-Coëfficienten bekannten Satz

$$\binom{2n+1}{n-i} = \binom{2n}{n-i} + \binom{2n}{n-i-1}$$

an, so ergibt sich

$$J = \frac{\pi}{2^{2n+1}} \left[\sum_{i=0}^{i=n} (-1)^i \binom{2n}{n-i} - \sum_{i=0}^{i=n-1} (-1)^{i+1} \binom{2n}{n-i-1} \right],$$

wobei der Beziehung $\binom{2n}{-1} = 0$ Rechnung getragen wurde. Ersetzen wir in der letzten Summe $i+1$ durch i und reduciren den eingeklammerten Ausdruck, so folgt mit Einführung des Werthes von J

$$\int_0^\infty \frac{\cos^r x \sin^{2n+1}(r+\alpha)x}{x} dx = \frac{\pi}{2^{2n+1}} \binom{2n}{n}.$$

2. Es sei $r = 2h$, dabei $a = \frac{2}{2n+\alpha+1}$, so ergibt sich zufolge (47) und nach Vornahme derselben Reduction wie unter 1.

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin^{2n+1} \frac{2x}{2n+\alpha+1}}{x} dx = \frac{\pi}{2^{2h+2n+1}} \binom{2h}{h} \binom{2n}{n};$$

die Vergleichung dieses Resultates mit (38) liefert die merkwürdige Beziehung

$$\binom{h+n}{h} \int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin^{2n+1} x}{x} dx = \int_0^\infty \frac{\cos^{2h} x \sin^{2n+1} \frac{2x}{2n+\alpha+1}}{x} dx.$$

3. Für $r = 2h+1$ und $a = \frac{1}{2n+\alpha+1}$ schliessen wir mit Rücksicht auf (49)

$$\int_0^\infty \frac{\cos^{2h+1} x \sin^{2n+1} \frac{x}{2n+\alpha+1}}{x} dx = 0.$$

VI.

Nach diesen Nebenbetrachtungen kehren wir wieder zu unserem eigentlichen Gegenstande zurück und wollen nach der im Anfange gegebenen Methode noch das Integral

$$J=\int_0^\infty \frac{\sin^m x}{1+2a\cos 2x+a^2}\cdot\frac{dx}{x^p},$$

dem sich auch die Gestalt

$$J=\int_0^\infty \frac{\sin^m x}{(1+a)^2-4a\sin^2 x}\cdot\frac{dx}{x^p}$$

geben lässt, unter der Voraussetzung, m sei eine ganze positive Zahl und $p \leq m$, der Untersuchung unterworfen. Nehmen wir vorerst $m=2n+1$, $p=2q+1$ an, so erhalten wir zufolge (24)

$$\int_0^\infty \frac{\sin^{2n+1}x}{1+2a\cos 2x+a^2}\cdot\frac{dx}{x^{2q+1}}=\frac{1}{\Gamma(2q+1)}\sum_{k=0}^{k=q}\left[\frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}\left(\frac{\sin^{2k+1}y}{2k+1}\right)_{y=0}\cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2n-2k}x}{(1+a)^2-4a\sin^2 x}dx\right], \tag{50}$$

dagegen wenn $m=2n$, $p=2q$ gesetzt wird, zufolge (25)

$$\left.\begin{aligned}\int^\infty \frac{\sin^{2n}x}{1+2a\cos 2x+a^2}\cdot\frac{dx}{x^{2q}}=\frac{1}{\Gamma(2q)}\sum_{k=1}^{k=q}\left[\frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\frac{\sin^{2k}y}{2k}\right)_{y=0}\cdot\right.\\ \left.\int_0^\infty\frac{\sin^{2n-2k}x}{(1+a)^2-4a\sin^2 x}dx\right].\end{aligned}\right\} \tag{51}$$

Wie wir aus den letzten zwei Formeln ersehen, handelt es sich im Allgemeinen um die Auswerthung des Integrals

$$J'=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2h}x}{(1+a)^2-4a\sin^2 x};$$

setzen wir zur Abkürzung $\frac{(1+a)^2}{4a}=c$, so ist auch

$$J'=\frac{1}{4a}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2h}x}{c-\sin^2 x}dx=\frac{c^h}{4a}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{c-\sin^2 x}-\frac{1}{4a}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{c^h-\sin^{2h}x}{c-\sin^2 x}dx,$$

oder wenn wir die Division im letzten Integrante wirklich durchführen,

$$J' = \frac{c^h}{4a}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{c-\sin^2 x} - \frac{c^{h-1}}{4a}\sum_{p=0}^{p=h-1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2p}x}{c^p}\,dx; \qquad (52)$$

nun aber ist bekanntlich

$$\frac{1}{4a}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{c-\sin^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+2a\cos 2x+a^2} = \pm\frac{\pi}{2\,(1-a^2)},$$

wobei das obere Zeichen für $a^2<1$, das untere für $a^2>1$ zu wählen ist, dagegen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2p}x\,dx = \frac{\pi}{2^{2p+1}}\binom{2p}{p};$$

mit Rücksicht darauf geht (52) nach einigen einfachen Reductionen über in

$$J' = \frac{\pi}{2}\,\frac{(1+a)^{2h-2}}{(4a)^h}\left\{\pm\frac{1+a}{1-a} - \sum_{p=0}^{p=h-1}\binom{2p}{p}\frac{a^p}{(1+a)^{2p}}\right\}.$$

Unter Anwendung dieser Formel folgt aus (50) und (51)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^{2n+1}x}{1+2a\cos 2x+a^2}\cdot\frac{dx}{x^{2q+1}} = \frac{\pi}{2\Gamma(2q+1)}\sum_{k=0}^{k=q}\left\{\frac{d^{2q+1}}{dy^{2q+1}}\left(\frac{\sin^{2k+1}y}{2k+1}\right)_{y=0}\cdot \frac{(1+a)^{2n-2k-2}}{(4a)^{n-k}}\left[\pm\frac{1+a}{1-a} - \sum_{p=0}^{p=n-k-1}\binom{2p}{p}\frac{a^p}{(1+a)^{2p}}\right]\right\}.$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^{2n}x}{1+2a\cos 2x+a^2}\cdot\frac{dx}{x^{2q}} = \frac{\pi}{2\Gamma(2q)}\sum_{k=1}^{k=q}\left\{\frac{d^{2q}}{dy^{2q}}\left(\frac{\sin^{2k}y}{2k}\right)_{k=1}\cdot \frac{(1+a)^{2n-2k-2}}{(4a)^{n-k}}\left[\pm\frac{1+a}{1-a} - \sum_{p=0}^{p=n-k-1}\binom{2p}{p}\frac{a^p}{(1+a)^{2p}}\right]\right\},$$

Zum Schlusse wollen wir noch bemerken, dass die Integrale von der Form (1) im Allgemeinen auch noch eine andere Art der

Behandlung, als die bisher vorgeführte, zulassen. Durch wiederholt angewandte theilweise Integration erhalten wir nämlich

$$\int f(\cos x)\frac{\sin^m x}{x^p}\,dx = -\sum_{k=1}^{k=p-1}\frac{d^{k-1}[f(\cos x)\sin^m x]}{dx^{k-1}}\cdot\frac{1}{(p-1)(p-2)\ldots(p-k)\,k^{p-k}}+\frac{1}{\Gamma(p)}\int\frac{d^{p-1}[f(\cos x)\sin^m x]}{dx^{p-1}}\frac{dx}{x},$$

so dass, wenn das letzte Integral für die Grenzen 0 und ∞ bekannt ist, auch die Ermittlung von (1) möglich wird; allein abgesehen davon, dass nach Einführung der Integrationsgrenzen die dem letzten Gliede vorangehende Reihe bezüglich ihres Werthes genauer untersucht werden müsste, ist auch die Entwickelung eines höheren Differentialquotienten einer zusammengesetzten Function immerhin ziemlich umständlich, wesshalb unsere ursprünglich besprochene Methode in der Mehrzahl der Fälle den Vorzug verdienen dürfte.

XV. SITZUNG VOM 16. JUNI 1864.

Herr Dr. A. Boué spricht über die Physiognomik der Gebirgsketten, der Berge, Hügel, Ebenen etc.

Herr Prof. Dr. A. Winckler hält einen Vortrag: „Über die Reduction des *n*-fachen Integrals eines in bestimmter Weise zusammengesetzten Ausdruckes auf eine blosse Quadratur".

Herr Hofrath Prof. Jos. Hyrtl übergibt folgende Abhandlungen:

a) „Über die Einmündung des *Ductus choledochus* in eine *Appendix pylorica*".

b) „Über die sogenannten Herzvenen der Batrachier", und ferner eine kurze Inhaltsanzeige einer im nächsten akademischen Jahre zu veröffentlichenden Abhandlung über die Anatomie des Riesen-Salamanders.

Herr Prof. Dr. J. Stefan überreicht eine Abhandlung: „Über die Dispersion des Lichtes durch Drehung der Polarisationsebene im Quarz".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Ateneo Veneto: Atti. Serie II. Vol. I. Puntata 1ª. Marzo 1864. Venezia; 8°.

Barth, Heinrich, Reise durch das Innere der europäischen Türkei im Jahre 1862. Mit 2 Karten, 4 lith. Ansichten und 8 Holzschnitten. Berlin, 1864; 8°.

Beobachtungen, magnetische und meteorologische, zu Prag. XXIV. Jahrg. 1863. Prag, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIᵉ Année, 24ᵉ Volume, 23ᵉ—24ᵉ Livraisons. Paris, 1864; 8°.

Ecker, Alexander, Die Anatomie des Frosches. I. Abtheilung: Knochen- und Muskellehre. Braunschweig, 1864; 8°.

Fuchs, C. W. C., Der Granit des Harzes und seine Nebengesteine. Mit 1 Tafel. Stuttgart, 1862; 8°.

Gesellschaft, k. k. zoolog.-botan. in Wien; Verhandlungen. Jahrgang 1863. XIII. Bd. Mit 25 Tafeln Wien, 1863; 8°. — Monographie der Oestriden von Friedrich Brauer. Mit 10 Tafeln. Wien, 1863; 8°.

— naturhistorische, zu Hannover: XIII. Jahresbericht. 1862 bis 1863. Hannover, 1864; 8°.

— k. bayer. botanische, zu Regensburg: Denkschriften. V. Bd., 1. Heft. Regensburg, 1864; 4°.

Gewerbe-Verein, nieder-österr.: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrg. 1864, 4. Heft. Wien; 8°.

Kahlbaum, K., Die Gruppirung der Krankheiten und die Eintheilung der Seelenstörungen. Danzig, 1863; 8°.

Land- und forstwirthsch. Zeit. XIV. Jahrg. Nr. 17. Wien, 1864; 4°.

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. XIV. Jahrg. Mai 1864. Prag; 8°.

Mittheilungen des k. k. österreichischen Museums für Kunst und Industrie. I. Jahrgang 1864. Wien; 8°.

Mondes. 2e Année. Tome V, 5e Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Museo, Civico, Ferdinando Massimiliano in Trieste. Continuazione dei cenni storici pubblicati nell' anno 1856; 4°.

Museum of Geology zu Calcutta: Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. II. Part. 6; Vol. III, Part. 1; 4°. — Annual Report for the year 1862—1863. Calcutta, 1863; 8°.

Museum-Verein, siebenbürgischer: Jahrbücher. II. Bd., 2. Hft. Klausenburg, 1863; 4°. — Siebenbürgen unter den Römern. Von Jos. Vass. Klausenburg, 1863; 8°.

Prestel, M. A. F., Die Regenverhältnisse des Königreichs Hannover etc. Mit 1 Regenkarte und 2 Tafeln. Emden, 1864; 4°. — Die jährliche und tägliche Periode in der Änderung der Windesrichtungen über der deutschen Nordseeküste etc. Mit 2 Figuren. (Verhandlungen der K. L.-C. D. A., XXX Bd.) Dresden, 1864; 4°.

Reader. Nr. 76. Vol. III. London, 1864; Fol.

Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève: Mémoires. Tome XVII, 1re. Partie. Genève, Paris, Bale, 1863; 4°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Bulletin. Année 1864. Tome XXXVII. Nr. 1. Moscou, 1864; 8°.

Society, The Anthropological, of London: The Anthropological Review & Journal. Vol. II. No. 5. Mai 1864. London; 8°.

— The Royal Geological: Proceedings. Vol. VIII, No. 3. London, 1864; 8°.

Übersichten der Witterung in Österreich und einigen auswärtigen Stationen im Jahre 1862; zusammengestellt in der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Wien, 1864; 4°.

Verein, naturhistorischer, der preuss. Rheinlande und Westphalens: Verhandlungen. XX. Jahrgang. 1. und 2. Hälfte. Bonn, 1863; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrgang, Nr. 24. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrgang, Nr. 16. Gratz, 1864; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur-Vereins. XVI. Jahrg. 3. und 4. Heft. Wien, 1864; 4°.

Zollikofer, Theobald von, und Jos. Gobanz, Höhenbestimmungen in Steiermark. (Herausgegeben von der Direction des geognost.-montan. Vereins für Steiermark.) Nebst 1 hypsometrischen Karte von Steiermark. Gratz, 1864; 8° und Fol.

Über die Dispersion des Lichtes durch Drehung der Polarisationsebene im Quarz.

Von J. Stefan.

I.

Unter den Bestimmungsstücken eines Lichtstrahles befinden sich zwei Richtungen, die Fortpflanzungsrichtung und die Richtung der Schwingungen der im Strahle liegenden Äthertheilchen. Es ist daher auch eine zweifache Art der Farbenzerstreuung möglich. Nach der ersten Art werden die farbigen Bestandtheile eines weissen Lichtstrahles dadurch gesondert, dass jeder Farbe eine eigene Richtung der Fortpflanzung angewiesen, jede Farbe also gezwungen wird, einen eigenen Strahl zu bilden. Diese Art von Dispersion tritt auf bei der Brechung des Lichtes und kann in grösster Vollkommenheit durch zweimalige Brechung in einem Prisma zur Anschauung gebracht werden. Sie tritt auch auf bei der Beugung des Lichtes durch ein Gitter.

Bei der zweiten Art der Dispersion geschieht die Sonderung der farbigen Bestandtheile eines weissen Lichtstrahles dadurch, dass jeder Farbe eine eigene Schwingungsrichtung angewiesen, oder jede Farbe nach einer eigenen Ebene polarisirt wird. Die Möglichkeit dieser Art von Dispersion ist in der Transversalität der Lichtschwingungen begründet. Sie tritt auf beim Durchgange eines linear polarisirten Lichtstrahles durch eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte oder durch einen anderen Körper, der die Eigenschaft besitzt, die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes zu drehen.

Fällt nämlich linear polarisirtes Licht von einer bestimmten Farbe in parallelen Strahlen auf eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte, so erscheint die Polarisationsebene des aus der Platte tretenden Lichtes gegen die des einfallenden gedreht entweder nach der rechten oder linken Seite des die Strahlen aufnehmenden

Beobachters, je nachdem die Platte aus einem rechts oder aus einem links drehenden Krystall geschnitten ist. Die Grösse der Drehung ist, wie Biot festgestellt hat, abhängig erstens von der Dicke der Platte, sie ist dieser proportional, zweitens von der Farbe des angewendeten Lichtes, sie wächst für die im prismatischen Spectrum auf einander folgenden Farben vom rothen bis zum violeten Ende. Schickt man daher weisses linear polarisirtes Licht durch die Platte, so dreht diese jede im weissen Strahle enthaltene Farbe um einen anderen Winkel, zerstreut also die Farben nach ihren Schwingungsrichtungen, wie sie das Prisma nach ihren Fortpflanzungsrichtungen zerstreut.

So wie jede Farbe durch ihren Platz im prismatischen Spectrum, d. i. durch das Verhältniss der Brechung, welche sie in einer gegebenen Substanz erfährt, vollkommen bestimmt ist, ist sie es auch durch den Winkel, um den die Polarisationsebene ihres Strahles durch eine gegebene Quarzplatte gedreht wird. Da dieser Winkel der Dicke der Platte proportional ist, so beziehen wir alle Drehungen auf die einer Platte, deren Dicke die Längeneinheit ist. Zur Längeneinheit wählen wir den Millimeter. Der Winkel, um den die Polarisationsebene eines farbigen Strahles durch eine Quarzplatte von einem Millimeter Dicke gedreht wird, soll kurz der Drehungswinkel der entsprechenden Farbe genannt werden.

Eine Farbe kann also auf dreifache Weise bestimmt werden, entweder durch ihre Wellenlänge, oder durch einen Brechungsquotienten, oder durch einen Drehungswinkel.

Das Stattfinden der Dispersion durch Drehung der Polarisationsebene wird erkannt durch Prüfung des aus der Platte tretenden Lichtes mittelst einer analysirenden Vorrichtung, etwa eines Nicol-schen Prisma. Das Gesichtsfeld erscheint durch den Analyseur gefärbt, die Färbung ändert sich, wenn der Analyseur gedreht wird, während ohne Quarzplatte das Gesichtsfeld, wenn die beiden Bestandtheile des Polarisationsapparates keine eigenthümlichen Farben besitzen, weiss bleibt und beim Drehen des Analyseurs nur die Intensität der Beleuchtung sich ändert.

Die Färbung des Gesichtsfeldes nach Einfügen der Quarzplatte in den Polarisationsapparat hat folgenden Ursprung:

Nehmen wir als Polariseur und Analyseur zwei Nicol'sche Prismen. Sind die Hauptschnitte derselben parallel gestellt, so sei

die Intensität des aus dem Analyseur tretenden Lichtes I. Dreht man den Hauptschnitt des Analyseurs von links nach rechts um den Winkel A, so wird die Intensität des austretenden Lichtes gemessen durch I $\cos^2 A$. Bringt man zwischen die beiden Nicole die Quarzplatte, so hat dies den Effect, als ob an die Stelle des Polariseurs ein System von unendlich vielen Nicol'schen Prismen gesetzt worden wäre, von welchen jedes mit seinem Hauptschnitt in ein anderes Azimuth gestellt und jedes nur eine bestimmte Farbe aus dem auffallenden weissen Lichte aufzunehmen und zu polarisiren im Stande ist. Denken wir uns eine bestimmte Farbe, deren Polarisationsebene durch die Quarzplatte um den Winkel A_1 gedreht wird, so wird sie sich gegen den Analyseur verhalten, als hätte der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols gegen den des Analyseurs die Neigung $A-A_1$ oder $A+A_1$, je nachdem die Quarzplatte eine rechtsdrehende oder eine linksdrehende ist. Wäre die Intensität dieser Farbe nach dem Austritte aus dem Ocular bei parallel gestellten Nicolen ohne Quarzplatte I_1, so wird sie jetzt

$$J_1 \cos^2(A-A_1) \text{ oder } J_1 \cos^2(A+A_1)$$

sein, wenn von dem Verluste an n ensität wegen Reflexion an den Flächen der Quarzplatte abgesehen wird.

Nehmen wir an, im weissen Lichte seien n verschiedene Farben mit den Intensitäten

$$J_1, J_2, J_3, \ldots\ldots J_n$$

enthalten. Die Quarzplatte drehe die Polarisationsebenen dieser Farben um die Winkel

$$A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots A_n$$

nach rechts oder nach links, so werden die Intensitäten, mit welchen diese Farben aus dem Analyseur treten, sein

$$J_1 \cos^2(A-A_1), J_2 \cos^2(A-A_2), J_3 \cos^2(A-A_3) \ldots\ldots J_n \cos^2(A-A_n)$$

im ersten Falle und im zweiten Falle

$$J_1 \cos^2(A+A_1), J_2 \cos^2(A+A_2), J_3 \cos^2(A+A_3) \ldots\ldots J_n \cos^2(A+A_n).$$

Die Vertheilung der Intensitäten auf die einzelnen Farben ist gegen die ursprüngliche verschieden. Sie ist abhängig nicht blos

von den Winkeln A_1, A_2, A_3, . . . A_n sondern auch von A, von der Stellung des Analyseurs. Diese Abweichung in der Mischung der einzelnen Bestandtheile des weissen Lichtes ist die Ursache der Färbung des Gesichtsfeldes und des Farbenwechsels bei Drehung des Analyseurs.

II.

Durch die eben erörterten Erscheinungen wird dem Auge das Stattfinden der Farbenzerstreuung durch Drehung der Polarisationsebene successive vorgeführt. Man kann aber diese Erscheinungen dem Auge nicht blos nach einander, sondern auch neben einander zur Wahrnehmung bringen, also gewissermassen mittelst der Drehung der Polarisationsebene im Quarz ein Spectrum erzeugen. Nimmt man nämlich als Analyseur einen Spiegel, und lässt von diesem das aus der Quarzplatte tretende Licht auf einen Schirm projiciren, so wird der Schirm an der vom Lichte getroffenen Stelle gefärbt erscheinen. Dreht man den Spiegel, so ändert sich Platz und Farbe der erleuchteten Stelle auf dem Schirme. Man kann nun der Reflexionsebene alle möglichen Azimuthe gleichzeitig geben, wenn der das Licht auffangende Spiegel ein konischer ist, und man sieht alle Farben, welche bei Drehung des ebenen Spiegels nach einander auftreten, gleichzeitig auf dem Schirme. Sie sind fächerartig über eine Scheibe ausgebreitet, wenn der Schirm senkrecht gegen die Axe des Konus gestellt wird.

Ich habe auch noch auf eine andere Weise diese Farbenerscheinungen dem Auge gleichzeitig vorzuführen versucht. Bringt man in den Nörrenberg'schen Polarisationsapparat zwischen zwei stark convexe Linsen eine senkrecht gegen die Axe geschnittene Kalkspathplatte, so zeigt diese bei gekreuzten Nicolen ein System von concentrischen, farbigen Ringen, welche von zwei schwarzen zu einander senkrechten Durchmessern durchsetzt sind. Man kann durch schickliche Wahl der Linsen die Ringe auf einen sehr kleinen centralen Theil des Gesichtsfeldes beschränken, während die Arme des schwarzen Kreuzes sich über das ganze Gesichtsfeld ausstrecken. Bringt man unter die Kalkspathplatte und unter die convexe Linse, welche den stark convergirenden Lichtkegel liefert, eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte so, dass sie entweder von parallelen oder doch wenig convergirenden Strahlen durchsetzt wird und

für sich allein im Polarisationsapparate eine gleichmässige Färbung ohne Ringe zeigt, so löst sich das schwarze Kreuz des Kalkspathes in eine Reihe farbiger Kreuze von verschiedener Orientirung auf, so dass das Gesichtsfeld als eine mit farbigen Sectoren bedeckte Scheibe, als ein Farbenfächer erscheint.

Man hat in den zwei beschriebenen Erscheinungen eine Art Spectrum. Es unterscheidet sich vom prismatischen und vom Beugungsspectrum dadurch, dass jeder Radius nicht eine bestimmte einfache Farbe darstellt, sondern in demselben neben der entsprechenden Hauptfarbe, welche im Maximum der Intensität vorhanden ist, noch die benachbarten in um so geringerer Intensität vorhanden sind, je weiter sie von der Hauptfarbe abstehen und nur die dieser entgegengesetzte, complementäre, ganz in demselben fehlt.

Ausser den drei aufgeführten Arten der Dispersion gibt es noch eine Methode, zusammengesetztes Licht auf seine Bestandtheile zu untersuchen. Ausser den Richtungen der Fortpflanzung und Schwingung gibt es noch ein drittes, allen Farben gemeinsames Bestimmungsstück des Lichtes, nämlich die Intensität. Es ist daher eine Trennung der farbigen Bestandtheile des weissen Lichtes noch möglich dadurch, dass man einige derselben oder am besten alle bis auf einen auslöscht, was durch Anwendung von Medien möglich ist, welche von homogener Farbe sind oder die Eigenschaft der auswählenden Absorption besitzen. Hätten wir eine Reihe solcher homogener Medien für die einzelnen Farben vom rothen bis zum violeten Ende im Spectrum, so würde es genügen, den Lichtstrahl durch diese Medien der Reihe nach zu betrachten, um seine farbigen Bestandtheile zu erkennen. Diese Methode ist, beiläufig gesagt, die einzige, welche uns in der Akustik zur Auflösung zusammengesetzter Töne zu Gebote steht. Die Resonatoren stellen die einfach farbigen Medien dar, und eine Reihe vor dem Ohre vorübergeführten Resonatoren muss hier das ersetzen, was uns beim Lichte das Prisma in so vorzüglicher Weise leistet. Diese Methode der auswählenden Absorption sind wir auch bei Beobachtung der Dispersion durch Drehung mit in den Kauf zu nehmen gezwungen. Der Analyseur verhält sich nämlich gegen das aus der Quarzplatte tretende Licht wie ein Medium, welches verschiedene Farben in ungleichem Masse durchlässt. Dieser Umstand, dass die Dispersion durch Drehung ohne Zuziehung dieser Methode nicht dargestellt werden kann, stellt sie

so weit hinter die prismatische bezüglich ihrer praktischen Bedeutung zurück.

III.

Das Stattfinden der Dispersion durch Brechung oder durch Drehung der Polarisationsebene führt nach der Undulationstheorie zu dem Schlusse, dass in dem einen Falle der Brechungsquotient, in dem andern Falle der Drehungswinkel eine Function der Schwingungsdauer, durch welche eine Farbe bestimmt ist, oder auch eine Function der dieser Farbe im leeren Raume zukommenden Wellenlänge ist.

Die folgende Untersuchung hat zunächst die Vergleichung dieser beiden Functionen zum Gegenstande. Diese Vergleichung kann dadurch bewerkstelligt werden, dass man den Ort einer Farbe von einem bestimmten Drehungswinkel in einem prismatischen Spectrum aufsucht, den Brechungsquotienten dieser Farbe bestimmt und nach dem Zusammenhange zwischen diesem und dem Drehungswinkel forscht.

Der analysirende Bestandtheil des Polarisationsapparates lässt die verschiedenen aus der Quarzplatte kommenden Strahlen in ungleicher Intensität durch. Zerlegt man daher das aus dem Analyseur kommende Licht durch ein Prisma, so gewahrt man diese Intensitätsänderungen im Spectrum. Sind z. B. die beiden Nicole parallel gestellt, so wird eine Farbe, deren Polarisationsebene durch die eingefügte Quarzplatte um 90° gedreht wird, durch den Analyseur ausgelöscht. An ihrer Stelle erscheint im Spectrum ein dunkler Streifen, dessen Schwärze von einer Mittellinie nach beiden Seiten hin abnimmt.

Ist die Quarzplatte so beschaffen, dass sie die Polarisationsebene einer Farbe um 90°, die einer anderen um 270° dreht, so löscht der Analyseur bei der angenommenen Stellung beide Farben aus und lässt die benachbarten in verminderten Intensitäten durch. Im Spectrum erscheinen zwei dunkle Streifen.

Die Anzahl der im Spectrum auftretenden Streifen wächst mit der Dicke der verwendeten Quarzplatte.

Bezeichnet man den Drehungswinkel einer Farbe mit φ, so wird eine Quarzplatte von der Dicke D die Polarisationsebene dieser

Farbe um den Winkel $D\varphi$ drehen. Der Analyseur wird in dem aus der Quarzplatte kommenden Lichte alle jene Farben löschen, deren Drehungswinkel der Gleichung

$$D\varphi = (2n+1)\,90^\circ$$

genügen, worin n eine ganze Zahl die Null inbegriffen bedeutet. Um aus dieser Gleichung die Anzahl der gelöschten Farben erschliessen zu können, bemerke man, dass die Drehungswinkel der verschiedenen im gewöhnlichen Spectrum auftretenden Farben zwischen 15° und 51° liegen. Setzt man daher in obiger Gleichung für n der Reihe nach 0, 1, 2 u. s. w. und bestimmt die dazu gehörigen Werthe von φ, so gibt die Anzahl jener Werthe von φ, welche zwischen 15° und 51° fallen, die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum. Diese aufeinander folgenden Werthe von φ sind dann die Drehungswinkel jener Farben, welche den dunklen Streifen im Spectrum entsprechen.

Ist z. B. $D=10$ Millimeter, so folgen aus obiger Gleichung für $n=o$, 1, 2, 3 . . . folgende Werthe von φ: 9°, 27°, 45°, 63°. Nur die Farben, welche den Winkeln 27° und 45° entsprechen, sind im Spectrum vorhanden. Es zeigen sich daher in diesem zwei dunkle Streifen.

Im Allgemeinen ist also bei parallel gestellten Nicolen die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum so gross, als die Anzahl der ungeraden Vielfachen von 90, welche zwischen $15D$ und $51D$ liegen, oder so gross, als die Anzahl der zwischen $\frac{15D}{90}$ und $\frac{51D}{90}$ oder zwischen $\frac{D}{6}$ und $\frac{17D}{30}$ liegenden ungeraden Zahlen. Eine Quarzplatte von weniger als $^{30}/_{17}$ Millimeter Dicke erzeugt also bei dieser Stellung der Nicole keinen dunklen Streifen.

Wird der Analyseur gedreht, so wandern die dunklen Streifen im Spectrum und zwar bei einer Drehung des Analyseurs von links nach rechts gegen das violete oder rothe Ende, je nachdem die Quarzplatte eine rechts drehende oder links drehende ist, das umgekehrte findet Statt bei einer Drehung des Analyseurs von rechts nach links.

Beträgt die Drehung des Hauptschnittes des Analyseurs gegen den des Polariseurs ψ Grade, und zwar in der nämlichen Richtung gezählt, nach welcher die verwendete Quarzplatte die Polarisations-

ebene dreht, so löscht der Analyseur jene aus der Quarzplatte kommenden Strahlen, deren Polarisationsebenen um $90^\circ + \psi$, $270^\circ + \psi$, ... $(2n + 1)\ 90^\circ + \psi$ gedreht wurden. Die Drehungswinkel der gelöschten Farben genügen daher der Gleichung

$$D\varphi = (2n + 1)\ 90 + \psi,$$

worin n eine ganze Zahl, die Null inbegriffen, bedeutet.

Ist z. B. D=10 Millim., $\psi = 45^\circ$, so erhält man aus dieser Gleichung für n=0, 1, 2, 3,....folgende Werthe von φ: 13°5, 31°5, 49°5, 67°5,.... von welchen Winkeln nur die beiden 31°5 und 49°5 im Spectrum vorhandenen Farben zugehören. Im Spectrum erscheinen also wieder zwei dunkle Streifen wie bei parallel gestellten Nicolen, nur liegen die beiden Streifen im jetzigen Falle näher dem violeten Ende des Spectrums.

Die Anzahl der dunklen Streifen bei der neuen Stellung des Analyseurs ist so gross, als die Anzahl der ungeraden Vielfachen von 90 zwischen $15D - \psi$ und $51D - \psi$ oder so gross, als die Anzahl der ungeraden Zahlen zwischen $\frac{15D-\psi}{90}$ und $\frac{51D-\psi}{90}$. Sie ist nicht immer so gross als in dem Falle, wenn $\psi = 0$ ist, sondern kann um eine Einheit mehr oder auch um eine Einheit weniger betragen.

Es können bei Drehung des Analyseurs nie zwei Streifen über das violete Ende des Spectrums hinaustreten, ohne dass inzwischen mindestens ein Streifen über das rothe Ende eintritt; es können nie zwei Streifen über das rothe Ende des Spectrums eintreten, ohne dass inzwischen mindestens ein Streifen über das violete Ende austritt. Denn eine Drehung des Analyseurs um 180° bewirkt, dass ein Streifen von seinem Platze bis auf den des folgenden wandert. Muss also eine Drehung von ψ Graden vorgenommen werden, damit ein Streifen über das violete Ende tritt, so muss eine weitere Drehung um 180° in demselben Sinne vorgenommen werden, bis der zweite Streifen aus dem Spectrum tritt. Ist während der Drehung um ψ Grade kein Streifen über das rothe Ende eingetreten, so muss während der nachfolgenden Drehung um 180° ein solcher kommen, um den ursprünglichen Platz des ersten Streifens im Spectrum einzunehmen. Durch Drehung des Analyseurs kann man also die Anzahl der Streifen höchstens um eine Einheit ändern.

Betrachten wir in der Gleichung

$$D\varphi = (2n+1)\,90 + \psi$$

φ und ψ als von einander abhängige Variable und differenziren diese Gleichung, so folgt

$$Dd\varphi = d\psi$$

oder

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\psi} = \frac{1}{D}$$

Der Quotient $\frac{d\varphi}{d\psi}$ kann als Mass für die Geschwindigkeit, mit welcher die Streifen beim Drehen des Analyseurs durch das Spectrum wandern, gelten. Die Geschwindigkeit ist daher der Dicke der Platte verkehrt proportional.

Will man die Drehungswinkel gegebener Farben dadurch bestimmen, dass man den Analyseur so lange dreht, bis die entsprechende Farbe im Spectrum ausgelöscht wird, ein Verfahren, nach welchem Broch die Drehungswinkel für die Fraunhofer-schen Linien bestimmt hat, so scheint es, dass dünne Platten die vortheilhafteste Verwendung gestatten, da geringe Drehungen des Analyseurs grosse Änderungen in der Stellung der Streifen bewirken.

Auf die Genauigkeit der Fixirung eines dunklen Streifens an eine bestimmte Stelle des Spectrums nimmt jedoch noch ein anderer Umstand Einfluss, nämlich die Breite des Streifens, und da der Streifen von einer Mittellinie aus nach beiden Seiten hin immer lichter und lichter wird, so ist die Genauigkeit der Einstellung der Mittellinie abhängig von der Schärfe, mit der sie sich von der Umgebung abhebt.

Die Intensität eines Strahles, dessen Polarisationsebene durch die Platte von der Dicke D um $D\varphi$ gedreht wurde, ist nach dem Austritt aus dem Analyseur gegeben durch

$$i = J\,\mathrm{Cos}^2(\psi - D\varphi)$$

wenn J die Intensität des Strahles bei parallel gestellten Nicolen ohne Quarzplatte und ψ den Winkel bedeutet, um welchen die Hauptschnitte der beiden Nicole gegen einander geneigt sind, gezählt

in demselben Sinne, in welchem die Quarzplatte die Polarisationsebene dreht. Differenziren wir diese Gleichung nach φ, so folgt

$$\frac{\partial i}{\partial \varphi} = D\, J \operatorname{Sin} 2\,(\psi - D\varphi)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial \varphi^2} = -2D^2 J \operatorname{Cos} 2\,(\psi - D\varphi)$$

Für den Fall, dass φ den Drehungswinkel einer der gelöschten Farben darstellt, ist $D\varphi - \psi$ ein ungerades Vielfache von 90°, somit

$$i = o, \frac{\partial i}{\partial \varphi} = o. \frac{\partial^2 i}{\partial \varphi^2} = 2D^2 J.$$

Der letzte Quotient gibt an, wie sich die Intensität des Lichtes in der Nähe der Mittellinie eines dunklen Streifens ändert, je rapider diese Änderung, desto schärfer wird der dunkle Streifen hervortreten. Man kann also diesen Quotienten als ein Mass für die Schärfe des Streifens betrachten. Diese ist der Intensität des verwendeten Lichtes und dem Quadrate der Dicke der Platte direct proportional.

Handelt es sich also darum, für eine gegebene Stellung des Analyseurs den Ort der durch ihn gelöschten Farben im Spectrum genau zu bestimmen, so wird dies um so besser gelingen, je dicker die verwendete Quarzplatte ist. Aber auch für den Fall, wenn es sich um die Bestimmung des Drehungswinkels einer bestimmten Farbe handelt, wendet man dicke Platten mit dem grösseren Vortheil an. Die Bestimmung des Drehungswinkels nach der Broch-schen Methode erfordert die Einstellung des Analyseurs in ein bestimmtes Azimuth, bei welchem die entsprechende Farbe gelöscht wird. Der Fehler, den man bei dieser Einstellung begehen kann, wächst allerdings mit der Dicke der Platte, wie aus der oben gegebenen Formel für die Geschwindigkeit, mit welcher die Streifen durch das Spectrum wandern, folgt. Dafür hat man aber das abgelesene Azimuth wieder durch die Dicke der Platte zu dividiren, um den Drehungswinkel zu erhalten. Die Grösse des bei der Einstellung gemachten Fehlers wird daher durch die vorzunehmende Rechnung wieder unschädlich gemacht und nebenbei ist die Einstellung sicherer wegen der grösseren Schärfe der Streifen.

Nachdem nunmehr auseinander gesetzt ist, wie die Anzahl und die Beschaffenheit der dunklen Streifen im Spectrum abhängig ist von der Dicke der Quarzplatte, wie die Stellung jedes Streifens sich ändert bei Drehung des Analyseurs, bleibt jetzt noch die relative Lage der Streifen gegen einander zu bestimmen. Diese ist nun natürlich nicht nur abhängig von der Dicke der verwendeten Quarzplatte und von der Stellung des Analyseurs, sondern auch noch von der Substanz des Prisma, durch welches das Spectrum erzeugt wird. Es kann also nur von der relativen Lage der Streifen in einem bestimmten Spectrum die Rede sein. Das Gesetz der Vertheilung der Streifen ist bestimmt durch die Abhängigkeit des Drehungswinkels im Quarze und durch die Abhängigkeit des Brechungsquotienten in dem verwendeten Prisma von der Wellenlänge der entsprechenden Farbe. Da nun Drehungswinkel und Brechungsquotient gleichzeitig Functionen der Wellenlänge sind, so sind auch Drehungswinkel und Brechungsquotient unmittelbar von einander abhängig, das Gesetz dieser Abhängigkeit bestimmt die Vertheilung der dunklen Streifen im Spectrum und kann umgekehrt aus dieser erschlossen werden.

IV.

Bevor ich die auf die Vertheilung der Streifen im Spectrum Bezug nehmenden Beobachtungen und Messungen mittheile, will ich noch in Kürze den Apparat beschreiben, an dem sie gemacht worden sind. Er besteht aus zwei Theilen, einem Goniometer und einem Polarisationsapparat.

Das Goniometer ist aus der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes. Der Limbus ist von fünf zu fünf Minuten getheilt. An zwei diametral gegenüberliegenden Stellen des Limbus geschieht die Ablesung mittelst zweier Mikroskope, deren Oculare mit Parallelfäden versehen sind, welche durch Mikrometerschrauben bewegt werden. Jede Schraube ist mit einer Trommel in Verbindung. Werden die Fäden um eine Minute fortbewegt, so macht die Trommel einen Umlauf. Die Peripherie der Trommel ist in sechzig gleiche Theile getheilt. Das Instrument gestattet daher die unmittelbare Ablesung von Secunden. Für die Winkelmessungen, welche ich im Folgenden mittheile, kann ich jedoch nicht den Anspruch, sie seien auf eine Secunde genau, erheben. Die Ursache liegt in der Schwie-

rigkeit der Einstellung auf die Mittellinien der dunklen Streifen. Die Genauigkeit ist von der Breite dieser Streifen abhängig, also grösser bei Anwendung dickerer Quarze als bei Anwendung dünner. Die Einstellungsfehler betragen bei schmäleren Streifen bei fünf Secunden, bei breiteren wohl auch das Vierfache davon.

Auf dem centralen Tisch des Goniometers steht das Prisma, durch welches das Spectrum erzeugt wird. Die Spalte befindet sich in einem Collimatorrohr. An dieses ist der Polarisationsapparat angereiht, hinter welchem sich die Lichtquelle, bei den folgenden Versuchen eine Öllampe befindet. Das Licht geht also zuerst durch den Polarisationsapparat und dann durch die Spalte. Man kann das Arrangement auch umgekehrt treffen, indem man das Licht durch die Spalte in den Polarisationsapparat schickt und aus diesem auf das Prisma fallen lässt, welche Anordnung beim Soleil'schen Polarisationsapparate getroffen ist. Es müssen aber dann die Nicole im Polarisationsapparate gut gearbeitet sein, damit sie das Bild der Spalte nicht verzerren und dadurch das Spectrum undeutlich machen. Auch desshalb ist ein solcher Apparat zu Messungen weniger geeignet, weil bei Drehung des analysirenden Nicols die Richtung der austretenden und auf das Prisma fallenden Strahlen sich ändert. Auch bei der von mir getroffenen Anordnung ist es nothwendig, für die constante Richtung der auf das Prisma fallenden Strahlen dadurch zu sorgen, dass die Spalte im Brennpunkt der Collimatorlinse sich befindet, das Beobachtungsfernrohr also auf unendliche Entfernung eingestellt ist.

Im Polarisationsapparate befinden sich die Quarzplatten so gestellt, dass ihre optischen Axen parallel den aus dem Polariseur kommenden Strahlen sind. Letztere müssen daher auch parallel unter einander sein, was durch eine zweckmässig angebrachte Sammellinse, welche die aus dem Polariseur divergirend austretenden Strahlen aufnimmt, bewerkstelligt werden kann. Die Parallelisirung dieser Strahlen und die sorgfältige Stellung der Quarzplatten ist von grosser Wichtigkeit. Gehen die Strahlen nicht in parallelen Richtungen durch die Quarzplatten, so haben einige längere, einige kürzere Wege durch die Quarze zu machen. Die austretenden Strahlen einer und derselben Farbe haben verschiedene Drehungen erlitten. Im Spectrum zeigen sich dann die dunklen Streifen gekrümmt, was auch der Fall ist, wenn die Quarzplatten nicht planparallel sind.

Sind die in die Quarzplatten tretenden Strahlen wohl unter einander parallel, gehen aber nicht parallel der optischen Axe durch die Quarzplatten, so erscheinen die Streifen im Spectrum wohl gerade, aber nicht an ihrem gehörigen Orte, auch sind sie nicht so schwarz wie in dem Falle, wenn die Strahlen parallel der optischen Axe gehen. Sind die Quarzplatten mit ihren Axen gegen die durchgehenden Strahlen schief gestellt und man bringt sie durch Drehung der Parallelstellung näher, so bemerkt man, dass erstens die Streifen immer dunkler werden und zugleich im Spectrum gegen das violete Ende vorrücken. Sie erreichen die grösste Schärfe und die grösste Deviation, wenn die Parallelstellung erreicht ist, dreht man über diese Stellung die Quarzplatten noch hinaus, so wird die Schwärze der Streifen wieder geringer und die Streifen rücken zugleich gegen das rothe Ende zurück, bis sie sich bei fortgesetzter Drehung gänzlich verwischen. Diese Erscheinung findet ihre Erklärung darin, dass jeder schief zur Axe durch eine Quarzplatte gehende Strahl in zwei entgegengesetzt elliptisch polarisirte zerlegt wird. Ich will jedoch hier auf die nähere Discussion derselben nicht eingehen und ein anderesmal darauf bezügliche Messungen mittheilen.

Da man die Streifen zugleich dann am schärfsten sieht, wenn das Spectrum eine möglichst geringe Ausbreitung besitzt, was der Fall wird, wenn das Prisma auf das Minimum der Deviation für einen der mittleren Strahlen im Spectrum gestellt ist, so ergibt sich für eine möglichst scharfe Darstellung der Streifen folgende Regel: Man stelle das Prisma so, dass das Spectrum für einen der mittleren Strahlen das Minimum der Deviation gibt und stelle dann die Quarze so, dass die Streifen im festgehaltenen Spectrum das Maximum der Deviation erreichen.

V.

Das Spectrum, auf welches sich die nächsten Mittheilungen beziehen, ist erzeugt durch ein Kronglasprisma von Merz in München. Der brechende Winkel dieses Prisma beträgt 44°53′43″. Es ist so gestellt, dass die von Fraunhofer mit *D* bezeichnete Linie das Minimum der Deviation besitzt.

In den Polarisationsapparat sind Quarzplatten in der oben angegebenen Weise eingestellt. Ihre Gesammtdicke beträgt

70·08 Millim. Die beiden Ebenen der Polarisirung und Analysirung sind parallel.

Der unmittelbare Anblick des Spectrums mit den dunklen Streifen lässt schon erkennen, dass die dunklen Mittellinien der Streifen gleich weit von einander abstehen, was auch die Messung der Deviationen der einzelnen Streifen bestätigt. In der ersten Columne der folgenden Tabelle sind die Deviationen für neun auf einander folgende Streifen enthalten, die zweite gibt die Differenzen zwischen den Deviationen zweier auf einander folgender Streifen, die dritte die Brechungsquotienten der einzelnen Streifen, die vierte die Differenzen der Brechungsquotienten.

I. Reihe.

31° 1'27"		1·61090	
31 10 37	. . . . 9'10"	1·61366	0·00276
31 19 45	. . . . 9 8	1·61640	274
31 28 52	. . . . 9 7	1·61913	273
31 38 3	. . . . 9 11	1·62187	274
31 47 10	. . . . 9 7	1·62459	272
31 56 20	. . . . 9 10	1·62729	270
32 5 39	. . . . 9 19	1·63009	280
32 15 5	. . . . 9 26	1·63289	280

Drehungswinkel für den ersten Streifen 16°695. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 2°5685.

Bei Drehung des Analyseurs wandern die Streifen im Spectrum und zwar bei einer Drehung des Analyseurs nach rechts gegen das rothe Ende, weil die verwendeten Quarzplatten linksdrehende sind. Die relativen Distanzen der einzelnen Streifen ändern sich nicht. Wurde der Analyseur um 45° nach rechts gedreht, so wurden für neun auf einander folgende Streifen folgende Deviationen und Brechungsquotienten mit den dabei stehenden Differenzen gefunden:

II. Reihe.

30°59' 8"		1·61021	
31 8 21	. . . . 9'13"	1·61298	0·00277
31 17 30	. . . . 9 9	1·61574	276
31 26 39	. . . . 9 9	1·61845	271
31 35 43	. . . . 9 4	1·62118	273
31 44 55	. . . . 9 12	1·62392	274
31 54 6	. . . . 9 11	1·62666	274
32 3 20	. . . . 9 14	1·62940	274
32 12 36	. . . . 9 16	1·63216	276

Drehungswinkel für den ersten Streifen 16°053. Unterschied zwischen den Drehungswinkeln zweier auf einander folgenden Streifen 2°5685.

Wurde der Analyseur um 90° nach rechts gedreht, so ergab sich für zehn auf einander folgende Streifen folgende

III. Reihe.

30°56'53"		1·60953	
31 6 3	. . . . 9'10"	1·61229	. . . . 0·00276
31 15 11	. . . . 9 8	1·61503	 274
31 24 17	. . . . 9 6	1·61776	 273
31 33 26	. . . . 9 9	1·62049	 273
31 42 33	. . . . 9 7	1·62321	 272
31 51 44	. . . . 9 11	1·62595	 274
32 1 3	. . . . 9 19	1·62872	 277
32 10 21	. . . . 9 18	1·63148	 276
32 19 42	. . . . 9 21	1·63425	 277

Drehungswinkel für den ersten Streifen 15°411. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 2°5685.

Vergleicht man die Deviationen der zweiten Reihe mit denen der ersten, die der dritten mit denen der zweiten, so findet man, dass jeder Streifen bei der ersten Drehung des Analyseurs um 45° um eben so viel gegen das rothe Ende des Spectrums rückte, als wieder bei der nachfolgenden Drehung um 45°. Wird der Analyseur um 90° gedreht, so liegen die Streifen gerade in der Mitte zwischen jenen Stellen, an welchen sie sich bei der ursprünglichen Stellung des Analyseurs befanden.

Die Deviationen der dritten Reihe sind die Mittel je zweier auf einander folgenden der ersten Reihe und umgekehrt.

Die Wanderung der Streifen im Spectrum bei Drehung des Analyseurs geht somit gleichförmig mit letzterer vor sich.

Bringt man in den Polarisationsapparat Quarzplatten von anderer Dicke, so ändern sich mit der Anzahl der Streifen auch ihre relativen Distanzen, jedoch so, dass diese wieder unter einander gleich sind. Die Grössen dieser Distanzen verhalten sich verkehrt, wie die Dicken der verwendeten Quarzplatten. Den Beweis hiefür liefern die folgenden Beobachtungsreihen.

Die Dicke der Quarzplatten beträgt 61·33 Millim. Die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung sind einander parallel.

IV. Reihe.

30°59'31"		1·61032	
31 10 4	10'33"	1·61349	0·00317
31 20 31	10 29	1·61663	314
31 30 57	10 26	1·61975	312
31 41 27	10 30	1·62288	313
31 51 55	10 28	1·62601	313
32 2 32	10 37	1·62916	315
32 13 7	10 35	1·63231	315

Drehungswinkel für den ersten Streifen 16°142. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 2°9349.

Die Dicke der Quarzsäule beträgt 44·80 Millim., die Polarisirungs- und Zerlegungsebenen sind parallel. Für sechs auf einander folgende Streifen ergab sich folgende

V. Reihe.

31° 6'29"		1·61242	
31 20 54	14'25"	1·61674	0·00432
31 35 6	14 12	1·62099	427
31 49 21	14 15	1·62525	426
32 3 59	14 38	1·62960	435
32 18 27	14 28	1·63388	428

Drehungswinkel für den ersten Streifen 18°080. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 4°0178.

Für die nächste Reihe beträgt die Dicke der Quarzplatten 25·28 Millim. Die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung sind parallel.

VI. Reihe.

31° 4'50"		1·61192	
31 30 9	25'19"	1·61951	0·00759
31 55 31	25 22	1·62708	757
32 21 7	25 36	1·63463	755

Drehungswinkel für den ersten Streifen 17°761. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 7°1044.

Die Brechungsquotienten in den vorhergehenden und den noch mitzutheilenden Reihen sind nach der Formel

$$\mu = \frac{\operatorname{Sin} \alpha}{\operatorname{Sin}\left(\frac{A}{2} - \varepsilon\right)}$$

berechnet. Darin bedeutet A den brechenden Winkel des Prisma, α den Winkel, unter dem die Strahlen auf das Prisma fallen, ε einen Hilfswinkel, der durch die Formel

$$\operatorname{Tang} \varepsilon = \frac{\operatorname{Tang}\left(\frac{A+\Delta}{2} - \alpha\right) \operatorname{Tang} \frac{A}{2}}{\operatorname{Tang} \frac{A+\Delta}{2}}$$

bestimmt ist, und Δ die Deviation. Für alle vorher gehenden Reihen ist

$$\alpha = 38^\circ 6' 31''$$

Zum Beweise des Satzes, dass die Distanz zweier Streifen der Dicke der sie erzeugenden Platten verkehrt proportional ist, nehmen wir die Mittel aus den Unterschieden der auf einander folgenden Deviationen in der III., IV., V. und VI. Reihe, sie sind in Minuten ausgedrückt

9·20 10·51 14·39 25·43

Multiplicirt man diese Zahlen mit den zugehörigen Dicken der Quarzplatten, nämlich mit

70·08 61·33 44·80 25·28

so erhält man die Producte

644·74 644·58 644·67 641·87

Es ist also das Product aus Plattendicke in Streifendistanz eine constante Zahl, womit der ausgesprochene Satz und zugleich das Biot'sche Gesetz, dass die Drehung der Polarisationsebene der Dicke der drehenden Platte proportional ist, bewiesen wird.

Die auf einander folgenden dunklen Streifen stehen im Spectrum an den Stellen jener Farben, deren Drehungswinkel um gleichviel, nämlich um $\frac{180}{D}$ Grade verschieden sind. Die über die Vertheilung der Streifen im Spectrum ausgesprochenen Sätze führen daher noch zum folgenden Gesetze: Die Abstände der Farben im Spectrum des Kronsglasprisma verhalten sich zu einander wie die Unterschiede ihrer Drehungswinkel im Quarz.

Durch die Brechung im Prisma werden die im weissen Lichte vorhandenen farbigen Strahlen in einen Fächer ausgebreitet. Eine

derartige Ausbreitung erfahren bei der Drehung der Polarisationsebene im Quarz die Schwingungsrichtungen der farbigen Strahlen. Nach dem Vorhergehenden ist die Vertheilung der Farben in diesen zwei Fächern dieselbe, der Fächer der Fortpflanzungsrichtungen in dem einen Falle ist ein Abbild des Fächers der Schwingungsrichtungen im andern Falle.

So populär sich diese Beziehung zwischen den beiden Formen der Dispersion aussprechen lässt, so gewinnt sie doch ihre eigentliche physikalische Bedeutung erst durch folgende Fassung. Gleichen Differenzen zwischen den Deviationen von Strahlen im Spectrum entsprechen auch nahe gleiche Differenzen zwischen den Brechungsquotienten dieser Strahlen. Der vorhin aufgestellte Satz kann also noch in folgender Weise ausgesprochen werden: Farben, deren Drehungswinkel gleich viel verschieden sind, werden im Kronglasprisma so gebrochen, dass auch ihre Brechungsquotienten um gleich viel verschieden sind oder gleichen Unterschieden in den Brechungsquotienten entsprechen gleiche Unterschiede in den Drehungswinkeln.

Die Beweise für diesen Satz sind schon in den obigen Tabellen enthalten.

Ebenso gibt der Satz, dass der Abstand zweier dunklen Streifen im Spectrum verkehrt proportional ist der Dicke der die Streifen erzeugenden Quarzplatte, dieselbe Beziehung zwischen Plattendicke und Differenz der Brechungsquotienten der zwei Streifen.

Wenn gleichen Unterschieden in den Brechungsquotienten gleiche Unterschiede in den Drehungswinkeln entsprechen, so folgt daraus, dass der Brechungsquotient einer Farbe im Kronglasprisma eine lineare Function des Drehungswinkels dieser Farbe im Quarz oder umgekehrt der Drehungswinkel eine lineare Function des Brechungsquotienten ist. Bezeichnet man diesen mit μ, den Drehungswinkel mit φ, ferner mit M und N zwei constante Zahlen, so hat man

$$\mu = M + N\varphi$$

Die Constanten M und N können aus obigen Reihen gefunden werden. Sie wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet nach folgenden Formeln:

$$N = \frac{12\left[S' - \frac{n-1}{2} S\right]}{n\,(n^2-1)\,y}$$

$$M = -Nx + \frac{(2n-1)\,S - 3\,S'}{\frac{n\,(n+1)}{2}}$$

Darin bedeutet n die Anzahl der beobachteten Streifen, x den Drehungswinkel des ersten Streifens, y den Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen; ferner ist

$$S = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots\ldots + \mu n$$

$$S' = \mu_2 + 2\,\mu_3 + 3\,\mu_4 + \ldots\ldots + (n-1)\,\mu n$$

Die sechs Reihen auf diese Weise behandelt, liefern folgende sechs Formeln:

$$\mu = 1{\cdot}59308 + 0{\cdot}001067\varphi \ldots\ldots \text{(I)}$$
$$\mu = 1{\cdot}59311 + 0{\cdot}001067\varphi \ldots\ldots \text{(II)}$$
$$\mu = 1{\cdot}59307 + 0{\cdot}001068\varphi \ldots\ldots \text{(III)}$$
$$\mu = 1{\cdot}59308 + 0{\cdot}001069\varphi \ldots\ldots \text{(IV)}$$
$$\mu = 1{\cdot}59312 + 0{\cdot}001068\varphi \ldots\ldots \text{(V)}$$
$$\mu = 1{\cdot}59309 + 0{\cdot}001063\varphi \ldots\ldots \text{(VI)}$$

Dieser einfache Zusammenhang, welcher zwischen dem Brechungsquotienten eines farbigen Strahles im Kronglase und seinem Drehungswinkel im Quarze stattfindet, gibt uns Aufschluss über die Beziehung zwischen den Gesetzen, nach welchen Brechungsquotient und Drehungswinkel einer Farbe von ihrer Wellenlänge abhängen.

Die zwei Functionen der Wellenlänge, welche den Brechungsquotienten und den Drehungswinkel bestimmen, müssen einerlei Art sein, von einander nur verschieden durch einen constanten Factor und einen constanten Addenden. Ist die eine der Functionen z. B. die für den Brechungsquotienten gegeben, so ist durch obige Beziehung auch die für den Drehungswinkel bestimmt.

Nun lässt sich der Brechungsquotient im Kronglase mit grosser Annäherung ausdrücken durch die aus der Cauchy'schen Theorie der Dispersion bekannte Formel

$$\mu = P + \frac{Q}{\lambda^2}$$

worin P und Q zwei Constante, λ die Wellenlänge bedeutet. Es wird sich somit auch der Drehungswinkel einer Farbe mit grosser Annäherung darstellen lassen durch die Formel

$$\varphi = R + \frac{S}{\lambda^2}.$$

worin R und S zwei Constante sind, zu deren Berechnung die Kenntniss von P, Q, M und N genügt, denn es ist

$$R = \frac{P-M}{N}, \quad S = \frac{Q}{N}$$

Für die Brechungsquotienten des verwendeten Kronglases für die Fraunhofer'schen Linien B, C, D, E, F, G wurden folgende Zahlen erhalten:

B	C	D	E	F	G
1·60982	1·61157	1·61626	1·62251	1·62808	1·63885

Aus diesen Zahlen und den entsprechenden von Fraunhofer bestimmten in Millim. ausgedrückten Wellenlängen

B	C	D	E
0·0006878	0·0006564	0·0005888	0·0005260

F	G	H
0·0004843	0·0004291	0·0003928

findet man nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende Dispersionsformel:

$$\mu = 1·59122 + \frac{0·0087158}{\lambda^2.10^6}$$

Mit Hilfe dieser zwei Werthe ergeben sich aus obigen sechs Gleichungen folgende Werthe für R und S:

R	S
—1·743	8·1685
—1·771	8·1685
—1·732	8·1609
—1·740	8·1532
—1·779	8·1609
—1·759	8·1992

Bei den Werthen von S kommt noch der Divisor 10^6 hinzu. Aus den fünf ersten Werthen von R und S folgt als Mittel die Formel

$$\varphi = -1\cdot753 + \frac{8\cdot1624}{\lambda^2 10^6}$$

Diese Formel ist nur eine Näherungsformel aus zwei Gründen: Erstens gilt die zu ihrer Ableitung verwendete Dispersionsformel für das Kronglasprisma nur annäherungsweise, zweitens besteht auch der lineare Zusammenhang zwischen Brechungsquotienten und Drehungswinkel nur näherungsweise.

Berechnet man nach der für das Kronglasprisma aufgestellten Formel die Brechungsquotienten für die Fraunhofer'schen Linien, so erhält man folgende Zahlen:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1·60964	1·61145	1·61636	1·62272	1·62838	1·63856

diese geben mit den direct bestimmten folgende Differenzen in den zwei letzten Stellen:

−18	−12	+10	+21	+20	−29

Die Unterschiede reichen also bis in die vierte Decimalstelle. Nun gilt eine Einheit in der vierten Decimalstelle 0·1 Grad des Drehungswinkels. Würde also eine Formel von der Gestalt

$$R + \frac{S}{\lambda^2}$$

die Drehungswinkel genauer als bis auf Zehntel von Graden liefern, so müssten die Differenzen zweier auf einander folgenden Brechungsquotienten in obigen sechs Reihen mehr von einander abweichen, als dies der Fall ist. Allerdings sind in obigen Reihen die ersteren Differenzen grösser als die mittleren und die letzten wieder grösser, aber die Abweichungen bleiben in der fünften Decimalstelle. Daraus schliesse ich Folgendes: Trägt man die reciproken Quadrate der Wellenlängen als Abscissen, die zugehörigen Brechungsquotienten für das Kronglas und die Drehungswinkel als Ordinaten auf, so erhält man zwei Curven, welche von einer geraden Linie wenig abweichen, erstere mehr als letztere, aber beide in gleicher Weise;

sie haben anfänglich eine stärkere, in der Mitte eine schwächere, gegen das Ende wieder eine stärkere Steigung.

Aus demselben Grunde, aus welchem gefolgert wurde, dass eine Formel von der aufgestellten Form für die Drehungswinkel Werthe liefert, die bereits in den Zehnteln der Grade fehlerhaft sind, folgt auch weiter, dass die Fehler nicht in die Einheiten eingreifen können, weil sonst wieder die Äquidistanz der Streifen nicht in so genäherter Weise stattfinden könnte.

Obige Formel gestattet daher den sicheren Schluss, dass das von Biot aufgestellte Gesetz: Die Drehungswinkel der verschiedenen Farben seien den Quadraten der Wellenlängen dieser Farben verkehrt proportional, unhaltbar ist. Es muss zu dem von der Wellenlänge abhängigen Gliede noch ein davon unabhängiges hinzukommen, dessen Betrag wohl gegen das andere klein ist, aber doch einen und einen halben Grad erreicht. Die aus dem Biot'schen Gesetze abgeleiteten Drehungswinkel sind schon in dem Ganzen der Grade fehlerhaft, die nach obiger Formel abgeleiteten erst in den Zehnteln.

Merkwürdig an obiger Formel ist noch der Umstand, dass das von der Wellenlänge unabhängige Glied negativ ist, während dasselbe bei der ähnlichen Dispersionsformel positiv ist. Während letztere Formel für die Brechungsquotienten von Farben, deren Wellenlängen immer grösser werden, besagt, dass sie sich einer bestimmten positiven Grenze nähern, dass also für diese die Brechung wohl ihre Stärke, aber nie den Charakter einer Brechung zum Einfallslothe ändert, sagt die Formel für die Drehungswinkel, dass dieser für Farben von wachsender Wellenlänge nicht nur Null, sondern auch negativ werden kann, dass also der Quarz für eine Farbe von einer bestimmten Wellenlänge aufhört, auf die Polarisationsebene drehend zu wirken, und dass für Farben von noch grösserer Wellenlänge ein rechtsdrehender Quarz sich in einen linksdrehenden und umgekehrt ein linksdrehender sich in einen rechtsdrehenden verwandelt. Für die Wellenlänge, bei welcher diese Umwandlung stattfinden würde, findet man aus obiger Formel

$$\frac{1}{10^{3}}\sqrt{\frac{8 \cdot 1624}{1 \cdot 753}} = 0 \cdot 002158 \text{ Millim.},$$

sie wäre also etwa dreimal so gross als die Wellenlänge der Fraunhofer'schen Linie *B*.' Dieses Resultat stützt sich auf die

Voraussetzung, dass obige Formel ihre näherungsweise Giltigkeit so weit behält.

Berechnet man aus der oben für φ gegebenen Formel die Drehungswinkel für die Fraunhofer'schen Linien, so findet man folgende Zahlen:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
15·50	17·19	21·79	27·75	33·05	42·58	51·15

während man mittelst der für das Kronglasprisma bestimmten Brechungsquotienten aus der Formel

$$\mu = 1{\cdot}59309 + 0{\cdot}001067\,\varphi$$

folgende Werthe findet:

B	*C*	*D*	*F*	*G*	*E*
15·68	17·32	21·71	27·57	32·79	42·88

Die auf diese zwei Arten gerechneten Drehungswinkel weichen bereits in den Zehnteln der Grade von einander ab. Sie sind auch alle etwas grösser, als die von Broch durch directe Messung gefundenen. Letztere sind

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
15·30	17·24	21·67	27·46	32·50	42·20

Berechnet man aus diesen Zahlen nach der Methode der kleinsten Quadrate die Constanten *R* und *S*, so findet man folgende Formel:

$$\varphi = -1\cdot 581 + \frac{8\cdot 0403}{\lambda^2 . 10^6}$$

Die Broch'schen Messungen hat auch schon v. Lang in der Weise berechnet. Er fand jedoch

$$\varphi = -3\cdot 40 + \frac{8\cdot 5706}{\lambda^2 . 10^6}$$

Ich habe mich durch wiederholte Rechnung von der Richtigkeit meiner Zahlen überzeugt. Rechnet man aus diesen wieder die Drehungswinkel, so findet man die Werthe

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
15·41	17·08	21·61	27·48	32·70	42·09

welche gegen die direct gemessenen die Fehler

+0·11 —0·16 —0·06 +0·02 +0·20 —0·11

liefern, deren der Null gleiche Summe ebenfalls die Rechnung als richtig erweist.

Während sich die Broch'schen Zahlen an die nach der Methode der kleinsten Quadrate aus allen Daten gerechnete Formel gut anschliessen, erhält man einzelne Beobachtungspaare zur Berechnung der Constanten *R* und *S* benützend für diese sehr abweichende Werthe. Aus den Paaren *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FG* findet man der Reihe nach

R	*S*
—4·50	9·3685
—1·00	7·8613
—1·21	7·9328
—0·60	7·7633
—2·92	8·3084

VI.

Ich habe die Lage der dunklen Streifen auch noch in anderen Spectren untersucht, ich will im folgenden einige dieser Messungen mittheilen.

Zunächst die Messungen, welche sich auf das Spectrum eines Flintglasprisma von Steinheil beziehen. Der brechende Winkel dieses Prisma wurde zu 45°3'38" bestimmt.

In den folgenden zwei Reihen sind die Deviationen und Brechungsquotienten der dunklen Streifen enthalten, welche durch Quarzplatten von 70·08 Millim. Dicke erzeugt wurden. Für die erstere Reihe sind die Ebenen der Polarisation und Zerlegung gekreuzt, für die letztere parallel.

VII. Reihe.

31°27'41"		1·61610	
31 37 10	9'29"	1·61893	0·00283
31 46 35	9 25	1·62172	279
31 55 54	9 19	1·62449	277
32 5 25	9 31	1·62732	283
32 14 46	9 21	1·63008	276
32 24 12	9 26	1·63286	278
32 33 40	9 28	1·63565	279
32 43 7	9 27	1·63843	278
32 52 45	9 38	1·64126	283

Drehungswinkel für den ersten Streifen 17°979. Unterschied der Drehungswinkel zweier auf einander folgenden Streifen 2°5685.

Berechnet man aus dieser Reihe die Formel

$$\mu = M + N\varphi$$

so findet man

$$\mu = 1{\cdot}59659 + 0{\cdot}001087\ \varphi \text{ (VII)}.$$

VIII. Reihe.

31°22'52"		1·61467	
31 32 24	. . . . 9'32"	1·61751	0·00284
31 41 53	. . . . 9 29	1·62033	282
31 51 14	. . . . 9 21	1·62310	277
32 0 44	. . . . 9 30	1·62592	282
32 10 2	. . . . 9 18	1·62867	275
32 19 30	. . . . 9 28	1·63147	280
32 28 49	. . . . 9 19	1·63422 . . .	275
32 38 24	. . . . 9 35	1·63704	282
32 48 0	. . . . 9 36	1·63986	282

Drehungswinkel des ersten Streifens 16°695.

Aus dieser Reihe folgt die Formel

$$\mu = 1{\cdot}59657 + 0{\cdot}001087\ \varphi \text{ (VIII)}.$$

Für die folgende Reihe beträgt die Quarzdicke 44·8 Millim. Die Ebenen der Polarisation und Zerlegung sind gekreuzt.

IX. Reihe.

31°21' 0"		1·61411	
31 35 33	. . . . 14'33"	1·61845	0·00434
31 50 16	. . . . 14 43	1·62284	439
32 4 58	. . . . 14 42	1·62718	434
32 19 49	. . . . 14 51	1·63158	440
32 34 55	. . . . 15 6	1·63602	444

Drehungswinkel des ersten Streifens 16°071.

Aus dieser Reihe folgt die Formel

$$\mu = 1{\cdot}59656 + 0{\cdot}001090\ \varphi \text{ (IX)}.$$

Die Brechungsquotienten der Fraunhofer'schen Linien *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* für dieses Prisma wurden gefunden:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1·61367	1·61544	1·62024	1·62611	1·63228	1·64332

woraus nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet die Dispersionsformel

$$\mu = 1{\cdot}59467 + \frac{0{\cdot}0088966}{\lambda^2 . 10^6}$$

folgt.

Berechnet man aus dieser und den Formeln VII, VIII, IX die Constanten *R* und *S*, so findet man

R	*S*
—1·766	8·1851
—1·748	8·1851
—1·734	8·1621

woraus sich für die Drehungswinkel die Formel

$$\varphi = -1{\cdot}749 + \frac{8{\cdot}1774}{\lambda^2 . 10^6}$$

als Mittel ergibt.

VII.

Wenn man die reciproken Quadrate der Wellenlängen der den Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Strahlen als Abscissen, die zugehörigen Brechungsquotienten für Kron- oder Flintglas als Ordinaten aufträgt, so findet man die Endpunkte dieser Ordinaten verbindend eine gebrochene Linie, die sich anfänglich einer geraden sehr nahe anschliesst, von der Linie *F* an aber stärker zu steigen beginnt. Dieses Verhalten habe ich nicht nur bei den zwei zu den obigen Versuchen verwendeten Prismen, sondern bei allen untersuchten Glasprismen gefunden. Meistens zeigte die so construirte Linie anfänglich eine stärkere, dann eine schwächere, zuletzt wieder eine bedeutend stärkere Steigung. Dasselbe gilt für die Linie, welche man durch Auftragen der Broch'schen Zahlen für die

Drehungswinkel als Ordinaten erhält, nur ist die schliessliche Abweichung von einer Geraden geringer.

Trägt man hingegen als Ordinaten die Brechungsquotienten für Wasser auf, so nimmt die Steigung der Linie fortwährend ab von *B* an bis *H*. Diese eigenthümliche Abweichung des Wassers von der Dispersionsformel erkennt man alsogleich, wenn man die Lage der dunklen Streifen im Wasserspectrum untersucht. Während die dunklen Streifen im Spectrum eines Glasprisma gegen das violete Ende hin aus einander rücken, werden ihre Distanzen im Spectrum eines Wasserprisma gegen das violete Ende hin immer kleiner. Die folgende Reihe macht dies ersichtlich. Die Dicke der Quarzsäule für diese beträgt 44·8 Millim., die Zerlegungsebene bildet mit der Ebene der Polarisation einen Winkel von 38°25′. Die Temperatur des Wassers ist 15° C.

X. Reihe.

18°15'41"		1·33145	
18 21 27	. . . . 5'46"	1·33311	. . . . 0·00166
18 26 46	. . . . 5 19	1·33465	 154
18 32 3	. . . . 5 17	1·33617	 152
18 36 58	. . . . 4 55	1·33758	 141
18 41 42	. . . . 4 44	1·33894	 136

Fraunhofer gibt für die Brechungsquotienten im Wasser von 15° R. die Zahlen

B	*C*	*D*	*E*	*F*
1·330935	1·331712	1·333577	1·335851	1·337818

G	*H*
1·341293	1·344177

woraus nach der Methode der kleinsten Quadrate für *P* und *Q* die Werthe

$$P = 1{\cdot}324742,\ Q = \frac{0{\cdot}00303133}{10^6}$$

folgen. Benützt man aber zur Berechnung von *Q* die auf einander folgenden Paare *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FG*, *GH*, so findet man nach Multiplication mit 10^9 die Zahlen

37522 33095 31156 30298 29765 27462

welche die oben erwähnte continuirliche Abnahme der Steigung der aus den Brechungsquotienten construirten Curve beweisen.

Ähnlich wie mit dem Wasserspectrum verhält es sich mit den beiden Spectren des Quarzes. Auch in diesen nehmen die Distanzen der dunklen Streifen vom rothen gegen das violete Ende hin ab, wie aus den zwei folgenden Reihen ersichtlich ist. Die Dicke der verwendeten Quarzsäule ist für beide Reihen 44·8 Millim., die Ebene der Zerlegung bildet mit der Polarisationsebene einen Winkel von 10°15′ für die erste Reihe und einen Winkel von 100°15′ für die zweite Reihe, die erstere bezieht sich auf das ordentliche, die zweite auf das ausserordentliche Spectrum.

XI. Reihe.

40°59′34″		1·54219	
41 11 1	. . . . 11′27″	1·54431	0·00212
41 22 5	. . . . 11 4	1·54635	204
41 32 34	. . . . 10 29	1·54827	192
41 42 55	. . . . 10 21	1·55016	18
41 53 5	. . . . 10 10	1·55204	188
42 2 50	. . . . 9 45	1·55379	175

XII. Reihe.

41°42′32″		1·55010	
41 54 54	. . . . 12′22″	1·55235	0·00225
42 6 39	. . . . 11 45	1·55448	213
42 17 57	. . . . 11 18	1·55653	205
42 29 8	. . . . 11 11	1·55855	202
42 39 45	. . . . 10 37	1·56045	190
42 50 0	. . . . 10 15	1·56231	186

Nach Rudberg sind die Brechungsquotienten der Fraunhofer'schen Linien im ordentlichen und ausserordentlichen Spectrum folgende:

B	. . . . 1·54090	1·54990
C	. . . . 1·54181	1·55085
D	. . . . 1·54418	1·55328
E	. . . . 1·54711	1·55631
F	. . . . 1·54965	1·55894
G	. . . . 1·55425	1·56365
H	. . . . 1·55817	1·56772

Trägt man diese Zahlen als Ordinaten zu den reciproken Quadraten der zugehörigen Wellenlängen als Abscissen auf, so erhält man zwei Curven, welche ihre concave Seite gegen die Abscissenaxe gewendet haben. Davon überzeugt man sich auch, wenn man die Constante Q der Dispersionsformel der Reihe nach aus den Paaren *BC, CD, DE, EF, FG, GH* rechnet. Man erhält so, den Divisor 10^9 weglassend für das ordentliche Spectrum, die Zahlen

4394 4206 4014 3912 3940 3733

und für das ausserordentliche Spectrum

4588 4312 4151 4051 4034 3875

Die mitgetheilten Messungen über die Lage der dunklen Streifen in den Spectren des Kron- und Flintglases, des Wassers und des Quarzes zeigen, dass man mittelst dieser Streifen ein Spectrum auf sein Verhalten gegen die Dispersionsformel prüfen kann, und zwar jeden beliebigen Theil des Spectrums, da man durch passende Stellung des analysirenden Nicols an jede beliebige Stelle des Spectrums einen dunklen Streifen bringen kann.

VIII.

Die Untersuchungen über die Lagen der dunklen Streifen im prismatischen Spectrum lieferten als erstes Ergebniss die Beziehung zwischen den zwei Formen der Farbenzerstreuung, der Dispersion der Strahlen und der Dispersion der Schwingungen, eine Relation zwischen Brechungsquotient und Drehungswinkel. Diese Relation wurde nun weiter benützt, den Zusammenhang zwischen dem Drehungswinkel einer Farbe und ihrer Wellenlänge festzustellen, nachdem die Beziehung zwischen Brechungsquotient und Wellenlänge gegeben war. Diese Methode, Wellenlänge und Drehungswinkel auf einander zu beziehen, ist daher eine indirecte und die Giltigkeit des gefundenen Abhängigkeitsgesetzes wesentlich bedingt durch die Giltigkeit der zu Hilfe genommenen Cauchy'schen Dispersionsformel.

Ich habe daher, um die Art der Abhängigkeit des Drehungswinkels von der Wellenlänge aufzufinden, noch einen directen Weg eingeschlagen.

Die Zusammenstellung des Apparates bleibt dieselbe wie bei den vorhergehenden Versuchen, nur wird auf den Tisch des Goniometers an die Stelle des Prisma ein beugendes Gitter gebracht. Die dunklen Streifen, welche früher im prismatischen Spectrum erschienen, treten jetzt in dem Beugungsspectrum auf. Misst man die Deviationen der Streifen und die Spaltenbreite des Gitters, so lassen sich daraus die Wellenlängen der Farben, welche jedem der dunklen Streifen entsprechen, unmittelbar bestimmen.

Dieser Beugungsversuch gehört sicher zu den schönsten der Optik. Zur blossen Demonstration desselben braucht man natürlich das Goniometer nicht, sondern es genügt, eine zwischen zwei Nicolen befindliche Quarzsäule zwischen Lichtquelle und Spalte zu bringen und dann die Spalte durch das Gitter mit freiem Auge zu betrachten. Man kann auch den Polarisationsapparat zwischen Spalte und Auge postiren, wenn die Nicole so gut gearbeitet sind, dass sie das Bild der Spalte nicht zu sehr verzerren. Auch kann man die Erscheinung projiciren auf die gewöhnliche für Beugungserscheinungen dienliche Art. Für die directe Beobachtung genügt als Lichtquelle eine Lampe.

Das Gitter, welches ich benützte, ist von Hèrrn Prof. Jedlik in Pesth verfertigt. Es ist auf Glas geritzt und enthält bei Tausend Linien auf den Zoll. Ein Gitter von Plössl mit doppelt so viel Linien auf den Zoll gab bei Lampenlicht schon zu schwache Spectra und auch im Sonnenlicht die Streifen so breit, dass sie sich nicht gut zur Messung eigneten.

Die Spaltenbreite des Gitters wurde nicht direct bestimmt, sondern aus der Deviation der Natriumlinie im ersten Spectrum und der von Fraunhofer für die Linie *D* gefundenen Wellenlänge 0·0005888 berechnet. Da die durchsichtigen Streifen des Gitters nicht gleiche Breite besitzen, so erschien die Natriumlinie in jedem Spectrum doppelt, doch der eine Streifen viel weniger intensiv als der andere. Letzterer wurde zur Einstellung genommen. Auf diese Weise wurde für die Breite einer Spalte 0·012852 Millim. gefunden. Zur Probe wurden die Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien *A*, *a*, *B*, *C*, *D*, *E*, *b*, *F*, *G*, welche das Gitter leidlich darstellt, bestimmt und dafür aus den nebenstehenden Deviationen folgende Werthe gefunden:

A	1°41'29"	0·0007598
a	1 35 57	7178
B	1 31 55	6872
C	1 27 43	6558
D	1 18 50	5894
E	1 10 15	5253
b	1 9 36	5187
F	1 4 46	4843
G	1 57 32	4302

Die Deviationen wurden durch Einstellung der Linien in dem ersten Spectrum rechter und linker Hand bestimmt. Um die Linien *A*, *a* deutlich zu sehen, bedecke ich die Spalte mit einem rothen Glase und concentrire die vom Heliostaten kommenden Strahlen durch eine Linse auf die Spalte.

Die folgenden Tabellen enthalten die für die Streifen gefundenen Deviationen, die daraus berechneten Wellenlängen und ihre reciproken Quadrate, so wie die Unterschiede zwischen diesen nach Weglassung des Factors 1000.

XIII. Reihe.

1°29'12	0·0006669	2248	
1 23 29	6242	2567	309
1 18 36	5877	2825	328
1 14 34	5575	3217	322
1 11 7	5317	3537	320
1 8 12	5099	3846	309
1 5 41	4911	4146	300
1 3 27	4744	4443	297

Die Dicke der Quarzsäule für diese Reihe beträgt 70·08 Millim., die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung sind parallel. Der Drehungswinkel für den ersten Streifen beträgt 16°695.

XIV. Reihe.

1°26' 5"	0·0006436	2414	
1 18 12	5847	2925	511
1 12 18	5406	3422	497
1 7 40	5059	3907	485
1 3 48	4770	4394	487
1 0 40	4536	4860	466

Dicke der Quarzsäule 44·80 Millim. Die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung parallel. Drehungswinkel für den ersten Streifen 18°080.

XV. Reihe.

1°30'48"	0·0006789	2168	
1 21 47	6115	2674	506
1 14 58	5606	3182	508
1 9 47	5218	3673	491
1 5 30	4897	4169	496
1 2 5	4643	4639	470
0 59 17	4433	5089	450
0 56 51	4251	5533	444
0 54 42	4090	5978	445

Die Dicke der Quarzsäule für diese Reihe beträgt wieder 44·8 Millim. Die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung sind gekreuzt. Drehungswinkel für den ersten Streifen 16°071.

Die Beobachtung wurde mit Sonnenlicht gemacht. Dasselbe gilt für die folgende Reihe, welche sich auf dasselbe Quarzstück und dieselbe Stellung der Nicole bezieht, nur wurde die Messung mit dem Goniometer von Meyerstein ausgeführt.

XVI. Reihe.

1°30'47"	0·0006787	2171	
1 21 50	6119	2671	500
1 15 3	5611	3176	505
1 9 45	5215	3677	501
1 5 25	4892	4179	502
1 2 3	4639	4646	467
0 59 18	4434	5087	441
0 56 49	4248	5541	454

Man sieht aus diesen Reihen, dass die Differenzen der reciproken Quadrate der Wellenlängen zweier auf einander folgenden Streifen in erster Annäherung als constant betrachtet werden können, denn es sind schon die zweiten Stellen dieser Differenzen von dem Einflusse der Beobachtungsfehler nicht ganz frei. Doch tritt in auffallender Weise die Abnahme dieser Differenzen gegen das violete Ende hervor. Man kann die Curve, welche entsteht, wenn man die reciproken Quadrate der Wellenlängen als Abscissen, die Drehungs-

winkel als Ordinaten aufträgt und die Endpunkte dieser Ordinaten unter einander verbindet, in zweiter Annäherung als aus zwei geraden Linien bestehend annehmen, welche zwei Geraden in der Nähe der Fraunhofer'schen Linie *F* zusammentreffen. Die erste dieser Linien, welche über den rothen, gelben und grünen Theil des Spectrums sich erstreckt, hat eine sanftere, die zweite über den blauen und violeten Theil des Spectrums ausgespannte eine stärkere Steigung. Die letztere schneidet daher die Ordinatenaxe noch tiefer als die erstere, so dass das Biot'sche Gesetz für die zweite Hälfte des Spectrums noch unhaltbarer ist als für die erste.

IX.

Merkwürdiger Weise steht der Quarz mit diesem Verhalten nicht allein, sondern auch die drehenden Flüssigkeiten schliessen sich demselben an. Ich habe die Messungen Wiedemann's über das Drehungsvermögen des Terpentinöls und des Citronenöls berechnet, und gefunden, dass sich die Drehungswinkel für verschiedene Farben auch für diese Flüssigkeiten nach der für den Quarz angewendeten Formel darstellen lassen und dass die Abweichungen von der Formel bei diesen Flüssigkeiten in demselben Sinne wie beim Quarz stattfinden.

Wiedemann fand für die Drehungswinkel der Fraunhofer-schen Linien im Citronenöl folgende Werthe:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
0·340	0·379	0·485	0·633	0·775	1·060

Diese nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, geben folgende Formel:

$$\varphi = -0{\cdot}1254 + \frac{0{\cdot}214567}{10^6.\lambda^2}$$

Die nach dieser Formel gerechneten Werthe von φ sind folgende:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
0·328	0·373	0·494	0·650	0·789	1·040	1·285

und ihre Differenzen gegen die beobachteten

+0·012	+0·006	—0·009	—0·017	—0·014	+0·020

Aus dem negativen Zeichen der mittleren Differenzen sieht man schon, dass die Curve, welche die Endpunkte der Ordinaten φ, welche zu den zugehörigen Abscissen $\frac{1}{\lambda^2}$ verzeichnet sind, verbindet gegen das violete Ende stärker ansteigt. Dies geht noch klarer aus den folgenden Zahlen hervor, welche den Factor von $\frac{1}{\lambda^2}$ geben, wie er aus je zwei auf einander folgenden Beobachtungen gefunden wird

0·1883 0·1872 0·2028 0·2187 0·2441

Für ein nicht rectificirtes links drehendes Terpentinöl fand Wiedemann folgende Drehungswinkel:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
0·215	0·234	0·293	0·368	0·436	0·559

Diese Daten geben nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet

$$\varphi = -0{\cdot}0064 + \frac{0{\cdot}10392}{10^6 . \lambda^2}$$

Daraus erhält man die Drehungswinkel

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
0·213	0·235	0·293	0·369	0·437	0·558	0·667

mit folgenden Differenzen gegen die beobachteten Werthe:

+0·002 —0·001 0·000 —0·001 —0·001 +0·001

Diese Flüssigkeit folgt dem angenommenen Gesetze besser als das Citronenöl und zugleich zeigt der kleine Werth des von der Wellenlänge unabhängigen Gliedes, dass auch ihre Abweichung vom Biot'schen Gesetze sehr gering ist. Für den Factor von $\frac{1}{\lambda^2}$ erhält man aus den auf einander folgenden Beobachtungspaaren folgende Werthe:

0·0917 0·1047 0·1028 0·1047 0·1053

woraus wieder das stärkere Ansteigen der Curve gegen das violete Ende ersichtlich ist.

Auch bei diesen zwei Substanzen ist der von der Wellenlänge unabhängige Theil negativ, wie beim Quarz.

In den Beobachtungen von Broch tritt das besprochene Verhalten des Quarzes weniger zum Vorschein, besser in den Zahlen, die ich für die Drehungswinkel der einzelnen Fraunhofer'schen Linien nach der Broch'schen Methode mit einem 30·513 Millim. dicken links drehenden Quarzstücke erhalten habe. Es sind folgende:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
15·55	17·22	21·67	27·46	32·69	42·37	50·98

Berechnet man aus den auf einander folgenden Paaren den Coëfficienten S in der Formel

$$\varphi = R + \frac{S}{\lambda^2}$$

so findet man, nach Weglassung des Divisors 10^6, dafür die Zahlen

8·0645 7·8968 7·9328 8·0559 8·2913 8·1986

Die Formel für φ, nach der Methode der kleinsten Quadrate aus allen sieben Beobachtungen berechnet, wird

$$\varphi = -1{\cdot}697 + \frac{8{\cdot}1088}{10^6 . \lambda^2}$$

Die daraus berechneten Werthe der Drehungswinkel sind

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
15·44	17·12	21·69	27·61	32·87	42·34	50·85

mit folgenden Fehlern gegen die Beobachtungsdaten:

—0·11 —0·08 +0·02 +0·15 +0·18 —0·03 —0·13

Die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung reichen also auch hier bis in die Zehntel der Grade, wie sich schon nach dem Verhalten der dunklen Streifen im prismatischen Spectrum erwarten liess. Übrigens ist ein Zehntel eines Grades erst etwa ein Drittel Procent des mittleren der vorkommenden Drehungswinkel, und wie aus den Messungen im Spectrum hervorgeht, äquivalent nahe einer Einheit in der vierten Decimalstelle des Brechungsquotienten des Flint- oder Kronglases.

Wenn also für die Dispersion im Glase die Cauchy'sche Formel als genügend befunden wird, so muss sie es um so mehr für die Dispersion durch Drehung der Schwingungsebene.

Zum Schlusse bemerke ich noch, dass sich die betrachteten Erscheinungen sehr gut zur Projection eignen.

Ich lasse zu diesem Zwecke das von einem Heliostaten reflectirte Sonnenlicht durch eine Spalte im Fensterladen durch den Polarisationsapparat gehen, in den eine Quarzsäule eingeschaltet ist. Als Analyseur und Polariseur verwende ich entweder Nicol'sche Prismen oder Kalkspathprismen. Man kann diese mit dem dazwischen liegenden Quarze einfach in einer Röhre anbringen, welche in die Richtung des von der Spalte kommenden Strahlenbündels gebracht wird. Das aus dem Polarisationsapparate kommende Licht trifft eine Linse von grosser Brennweite (anderthalb Meter), welche von der Spalte im Fensterladen ein scharfes Bild auf einem Schirme erzeugt. Bringt man nun nahe vor oder hinter die Linse ein Prisma, stellt es in das Minimum der Deviation und fängt das Spectrum in der deutlichen Bildweite auf einem Schirme auf, so sieht man im Spectrum die äquidistanten dunklen Streifen. Dreht man den Analyseur, so sieht man das Wandern der Streifen.

Bringt man aber nahe vor oder hinter die Linse ein beugendes Gitter, so entstehen neben dem durch die Linse erzeugten Bilde der Spalte rechts und links die Beugungssprectra mit den dunklen Streifen, die vom rothen gegen das violete Ende der Spectra immer näher und näher an einander liegen. Einen besonders schönen Anblick gewähren die entfernteren Spectra, die schon in einander greifen, in welchen dann statt schwarzer mannigfaltig gefärbte Streifen auftreten. Prächtig sind natürlich auch die Erscheinungen, die durch gekreuzte Gitter oder durch Gitter mit kreisförmigen Linien erzeugt werden.

Auf diese Weise stelle ich auch andere Interferenzerscheinungen im prismatischen oder Beugungsspectrum dar. Wird z. B. zwischen die beiden Nicole eine parallel zur Axe geschnittene Kalkspath- oder Quarzplatte gebracht, so dass der Hauptschnitt des Polariseurs gegen die Axe der Platte unter einem Winkel von 45° geneigt, der Polariseur mit ihm aber gekreuzt oder parallel ist, so sieht man in den Spectren dunkle Streifen, deren Zahl abhängig ist von der Dicke der Platte und von der Stärke ihrer Doppelbrechung. Die

dunklen Streifen entstehen an den Stellen jener Farben, deren ordentliche und ausserordentliche Strahlen beim Durchgange durch die Krystallplatte einen Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen erfahren haben. Dreht man die Krystallplatte, so fangen die Streifen an, vom violeten gegen das rothe Ende zu wandern und werden immer dichter und dichter. Bringt man eine senkrecht zur Axe geschnittene Kalkspathplatte in den Polarisationsapparat, so treten solche Streifen im Spectrum ebenfalls auf, sobald sie gegen die durchgehenden Strahlen geneigt wird.

Ähnliche Versuche lassen sich auch mit zweiaxigen Krystallen machen, und bietet die Spectralanalyse der Polarisationserscheinungen auch ein Mittel zur Bestimmung des Axenwinkels.

XVI. SITZUNG VOM 23. JUNI 1864.

Das hohe Curatorium der kais. Akademie der Wissenschaften bringt, mit Erlass vom 17. Juni l. J. zur Kenntniss, dass Se. k. k. Apostolische Majestät mit Allerhöchster Entschliessung vom 14. Juni, auf Grundlage der von der Akademie in ihrer Gesammtsitzung am 27. Mai vorgenommenen Wahlen, zum wirklichen Mitgliede der philosophisch-historischen Classe den Archivar des geheimen Haus-, Hof- und Staatsarchives in Wien, Herrn Joseph Fiedler Allergnädigst zu ernennen, und die folgenden von der Akademie getroffenen Wahlen Allerhöchst zu genehmigen geruht haben:

Die Wahl des Vorstandes der Bibliothek von St. Marcus in Venedig Joseph Valentinelli, des Professors der historischen Hilfswissenschaften an der Universität in Wien Dr. Theodor Sickel, und des Custos im Münz- und Antiken-Cabinete in Wien Dr. Friedrich Kenner, zu inländischen correspondirenden Mitgliedern, des geheimen Regierungsrathes und Professors an der Universität zu Bonn Dr. Friedrich Ritschl zum auswärtigen Ehrenmitgliede, des Professors und Mitgliedes der kais. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg Otto Böhtlingk, des Präfecten des vaticanischen Archives in Rom Augustin Theiner und des Professors an der Universität zu Basel Dr. Wilhelm Wackernagel zu correspondirenden ausländischen Mitgliedern, sämmtlich in der philosophisch-historischen Classe, so wie jene des Professors und Directors der Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus Dr. Karl Jelinek und des Professors der Physiologie an der Universität zu Graz Dr. Alexander Rollett zu correspondirenden inländischen Mitgliedern der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kais. Akademie der Wissenschaften.

Herr Prof. A. E. Reuss legt eine Abhandlung „über einige Anthozoen der Kössener Schichten und der alpinen Trias“ vor.

Herr Prof. R. Kner spricht über eine neue Fischgattung „*Psalidostoma*“ aus der Familie der Characinen“.

Herr F. Unferdinger überreicht eine Abhandlung über „die Wurzelformel der allgemeinen Gleichung des vierten Grades".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. No. 1477. Altona, 1864; 4°.

Bericht über die Erhebungen der Wasserversorgungs-Commission des Gemeinderathes der Stadt Wien. Wien, 1864; 4°. Nebst einem Atlas in Folio.

— über die dritte allgemeine Versammlung von Berg- und Hüttenmännern zu Mährisch-Ostrau (14. und 18. September 1863). Wien, 1864; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII, No. 22—23. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIII° Année. 24° Volume, 25° Livraison. Paris, 1864; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg., No. 18. Wien, 1864; 4°.

Mondes. 2° Année, Tome V, 7° Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Moniteur scientifique. 180° Livraison, Tome VI°, Année 1864. Paris; 4°.

Reader. No. 77; Vol. III. London, 1864; Folio.

Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND. II. HEFT.

Jahrgang 1864. — Juli.

(Mit 2 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER KAIS. KÖN. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1864.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

7.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

1866, Sept. 24.
[illegible] Fund,

XVII. SITZUNG VOM 7. JULI 1864.

Der Secretär gibt Nachricht von dem am 6. d. M. erfolgten Ableben des inländischen correspondirenden Mitgliedes der Akademie, Herrn Prof. Dr. Theodor Wertheim. Die Classe drückt ihr Beileid aus, indem sich die Mitglieder von ihren Sitzen erheben.

Herr Prof Dr. E. Mach in Graz übermittelt eine Abhandlung: „Über einige der physiologischen Akustik angehörige Erscheinungen".

Herr Dr. R. Maly übersendet eine Abhandlung: „Beiträge zur Kenntniss der Abietinsäure".

Das freie Deutsche Hochstift zu Frankfurt a./M. übermittelt zwei Denkschriften von den Herren Professoren Dr. Mädler und Dr. Heis „über die Principien der Gregorianischen Schaltmethode und über die Verbesserung derselben nach den astronomischen Forschungen der Neuzeit" und ladet zu einer Abordnung sachverständiger Gelehrter zur diesjährigen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Giessen vom 18.—24. September ein, um dort diesen Gegenstand einer Berathung zu unterziehen.

Herr A. v. Gyra übersendet ein versiegeltes Schreiben zur Aufbewahrung, zur Sicherung seiner Priorität.

Herr Prof. J. Stefan legt folgende zwei Abhandlungen vor:

a) „Über eine Erscheinung am Newton'schen Farbenglase";

b) „Über Interferenzerscheinungen im prismatischen und im Beugungsspectrum".

Herr Th. Oppolzer überreicht eine Abhandlung: „Untersuchung über die Bahn des Planeten (73) „Clytia"".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, königl., zu Amsterdam: Verhandlungen. Afdeeling Letterkunde. Deel II. 1863; 4°. — Verslagen en Mededeelingen. Afd. Letterkunde. Deel VII. 1863; Afd. Natuurkunde. Deel XV—XVI. 1863—1864; 8°. — Jaarboek voor 1862. 8°. — Catalogue du cabinet de monnaies et médailles

de l'Académie R. des Sciences à Amsterdam. Amsterdam, 1863; 8°. — Giacoletti Josephus, De lebetis materie et forma ejusque tutela in machinis vaporis vi agentibus carmen didascalicum. (Gekrönte Preisschrift.) Amstelodami, 1863; 8°.

Annales des mines. XIe Série. Tome V. Ire Livraison de 1864. Paris; 8°.

Archiv für die Holländischen Beiträge zur Natur- und Heilkunde. Bd. III, Hft. 4. Utrecht, Paris, Leipzig, London, 1864; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII. No. 24. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 24e Volume, 26e — 27e Livraisons. Paris, 1864; 8°.

Gastaldi, Sur la théorie de l'affouillement glaciaire. (Dal Vol. V. degli Atti della Società ital. di Sc. Natur.) Milan, 1863; 8°.

Gesellschaft, naturhistorische, zu Nürnberg: Abhandlungen. III. Bd., 1. Hälfte. Nürnberg, 1864; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von F. Vorwerk. Bd. XXI, Hft. 6. Juni 1864. Speyer; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg. Nr. 19. Wien, 1864; 8°.

Meteorologis Waarnemingen etc. uit gegeven door het k. Nederlandsch Meteorologisch Instituut. 1862. Utrecht, 1863; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1864, Hft. V. Gotha; 4°.

— des k. k. Genie-Comité. Jahrg. 1864. IX. Bd., 3. Hft. Wien, 1863; 8°.

Mondes. 2e Année, Tome V, 8e—9e Livraisons. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Mortillet, Gabriel de, Terrains du versant italien des Alpes comparés à ceux du versant français. (Extr. du Bulletin de la Soc. géologique de France. 2e série, t. 19.) 8°. — Coupe géologique de la colline de Sienne. (Dal Vol. V. degli Atti della Società ital. di Sc. Natur.) 8°.

Reader. Nr. 78—79, Vol. III. London, 1864; Folio.

Report of the Committee of the overseers of Harvard College appointed to visit the Observatory in the year 1863. Boston, 1864; 8°.

Scheerer, Th., Über den Astrophyllit und sein Verhältniss zu Augit und Glimmer im Zirkonsyenit nebst Bemerkungen über

die plutonische Entstehung solcher Gebilde. (Aus Poggendorff's Annalen Bd. 122.) Berlin, 1864; 8°· — Vorläufiger Bericht über krystallinische Silicatgesteine des Fassathales und benachbarter Gegenden Südtyrols. Stuttgart, 1864; 8°· — Hat die Kieselsäure die Zusammensetzung SiO_3 oder SiO_2? (Aus dem Journ. f. prakt. Chemie von Erdmann und Werther. Bd. 91.) Leipzig; 8°·

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 26—27. Wien, 1864; 4°·

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrgang, Nr. 17. Gratz, 1864; 4°·

Zeitschrift für Chemie und Pharmacie von E. Erlenmeyer. VII. Jahrg. Heft 11. Heidelberg, 1864; 8°·

— für Fotografie und Stereoskopie. Februar und März 1864. Wien, 8°·

Beiträge zur Kenntniss der Abietinsäure.

Von Dr. Richard L. Maly,

Privatdocent an der Universität zu Graz.

III. Mittheilung [1]).

Das Anhydrid der Abietinsäure.

Über das Verhalten des krystallisirten Abietinsäurehydrates in höherer Temperatur habe ich schon ein paar Angaben gemacht. Bei 100° C. verhält es sich ganz unverändert, und gibt auch bei höherer Temperatur kein Wasser ab, so lange nicht durch zu andauerndes Erhitzen bei gleichzeitiger Gelb-Braunfärbung eine Zersetzung eintritt. Rasch geschmolzen, namentlich im Kohlensäurestrom hält die Säure eine über den Schmelzpunkt gehende Erhitzung ohne Veränderung aus.

Man kann demnach durch Erhitzen die Krystalle nicht vom Hydratwasser befreien.

Ich habe also die Erledigung dieser Frage auf dem entgegengesetzten Wege versucht, wobei mir Beobachtungen zu Statten kamen, die mich schon früher die Vermuthung aussprechen liessen, dass die krystallisirte Abietinsäure in dem Darstellungsmateriale dem Kolophonium gar nicht vorhanden ist, sondern sich erst durch Wasseraufnahme aus demselben bilde.

Kolophonium in gewöhnlichem Alkohol gelöst, setzt im verschlossenen Gefässe nach einiger Zeit, etwa einigen Wochen, krystallinische Krusten von Abietinsäure ab; versetzt man die alkoholische Lösung in der Wärme mit Wasser bis zur Trübung, so erscheinen die glänzenden spitzigen Blättchen der Abietinsäure meist in einigen Stunden. Bereitet man aber die Lösung des Kolophoniums mit absolutem Alkohol und lässt ebenfalls verschlossen stehen, so bekommt man auch nach Monaten keine Krystalle.

---

[1]) Diese Sitzungsberichte, Band 44 und 49.

Weiters ist hier zu berücksichtigen die Darstellung der krystallisirten Säure [1]) bei der die Ausbeute reichlicher ist, wenn der Alkohol nur etwa 70 Pct. hält, und mit dem Kolophonium mehrere Tage (bis 8) in Berührung ist. Desshalb haben die älteren Darsteller bei rascher Arbeit so erbärmlich wenig von ordentlich krystallisirter Säure aus dem Kolophonium gewonnen, während bei dem früher beschriebenen Verfahren, obwohl man durch das Abpressen u. s. w. Verlust erleidet, leicht 80 Pct. rein weisser Säure resultiren.

Zur quantitativen Feststellung der Wasseraufnahme wurde klares, über Schwefelsäure getrocknetes Kolophonium in einem Bechergläschen mit Alkohol von 80 Pct. übergossen, gelöst und mit ein paar Tropfen Wasser milchig getrübt. Sobald die Masse krystallinisch geworden war, wurde sie erst über Schwefelsäure, dann im Wasserbade getrocknet, bis sich das Gewicht durch mehrere Tage nicht mehr änderte. Dabei gaben:

1) 1·5535 Grm. Kolophonium 1·615 Grm. Krystalle,
2) 0·8345 „ „ 0·862 „ „

oder:

	1.	2.	Mittel
Zunahme:	3·81 Pct.	3·19 Pct.	3·50 Pct.

d. h. 96·50 Theile ergänzten sich zu hundert.

Die Abietinsäure ist, wie duch die doppelte Reihe ihrer Salze nachgewiesen wurde (Band 48), eine zweibasische Säure; ziehen wir von ihrer

Formel	$= C_{44}H_{64}O_5$
1 Molekül Wasser ab	$= H_2O$
so bleibt	$C_{44}H_{62}O_4$

als das Anhydrid übrig, und dieses brauchte, um in die krystallisirte Säure überzugehen, also H_2O aufzunehmen 3·82 Pct. Zunahme, was mit dem Mittel obiger Versuche genug genau stimmt. Diese Übereinstimmung zeigt, wie fast zum grössten Theile das reine Kolophonium aus dem Anhydrid der Abietinsäure besteht.

Die Umwandlung des Anhydrids kann man auch sehr schön ausserhalb des Laboratoriums beobachten. An Fichten-Lerchbäumen u. s. w. findet man oft spontan frisch ausgeflossenes Harz als ganz klare, stark lichtbrechende, fast farblose Tropfen perl-

[1]) Erste Mittheilung, Bd. 44.

schnurartig über einander an der Borke haften. Erst sind sie weich in Folge einer geringen als Lösungsmittel wirkenden Menge ätherischen Öles, nach einigen trockenen Tagen werden sie fester. Im August vorigen Jahres habe ich viele solche durch die heisse Zeit begünstigte Harzausschwitzungen beobachtet, sie blieben längere Zeit gleich, wurden höchstens etwas consistenter. Nun kamen einige Regentage, und darauf hatten alle diese hellen Tropfen ihr Aussehen verändert, waren schneeweiss geworden, aussen rauh von hervorstehenden Krystallspitzen, und durch und durch zu einer Krystallmasse erstarrt; sie waren aus dem Anhydrid in Abietinsäurehydrat übergegangen.

Eigenschaften und Analyse des Anhydrids.

Reines Kolophonium bietet die Eigenschaften des Anhydrid dar; noch besser die vorerwähnten farblosen Harzausschwitzungen. Dieselben wurden in grösserer Menge gesammelt, im Wasserbade erwärmt zur Verflüchtigung des ätherischen Öles, bis die Masse nicht mehr an Gewicht verlor. So ist das Anhydrid ein gelbes sprödes klares Harz, das sich in Alkohol, Äther, Chloroform u. s. w. leicht löst, und aus der alkoholischen Lösung durch Wasser milchig gefällt wird. Zwischen 90—100° C. ist es schon weich, bei 100° dickflüssig, auch nachdem das ätherische Öl ganz entfernt ist, zum Unterschiede von der krystallisirten Säure, die 100° C. ohne Veränderung aushält, und erst bei 165° C. schmilzt.

Bei Behandlung mit Alkalien, oder beim Versetzen der alkoholischen Lösung mit Metallsalzen bilden sich unter Wasseraufnahme abietinsaure Salze.

Folgende Zahlen sind das Mittel aus zwei Verbrennungen, von denen die eine mit dem Harze von *Pinus Abies* die andere mit dem von *Pinus Larix* ausgeführt wurde:

	Berechnet.		Gefunden.
Ɵ	= 44	80·73 Proc.	80·23 Proc.
H	= 62	9·48 „	9·87 „
Ɵ	= 4	9·79 „	9·90 „
		100·00	100·00 [1]

Es wurde hiebei etwas zu wenig Kohlenstoff und zu viel Wasserstoff gefunden, und zwar desshalb, weil es kaum gelingt, ganz

[1]) Die Substanz war aschefrei.

reines Anhydrid zu sammeln, immer enthält es schon etwas Abietinsäure, die sich noch vermehrt beim Zutritte nur geringer Menge Feuchtigkeit.

Man sieht aus dem vorherigen, die Natur des Kolophoniums, d. h. der aus Abietineen nach Verletzung des Stammes ausfliessenden, und dann zur Verflüchtigung des ätherischen Öles geschmolzenen Harzmassen ist eine wesentlich andere, und namentlich viel einfachere als man bisher annahm. Es ist nicht ein Gemenge von mehreren isomeren Säuren (Silvin-, Pinin- und Pimarsäure [1]) nebst noch indifferenten Harzen, sondern besteht der überwiegenden Hauptmasse nach (über 90 Pct.) aus dem Anhydrid der Abietinsäure.

Es war und ist noch immer eine für die Pflanzenphysiologie interessante Frage: die Bildung von Harzen aus den ätherischen Ölen. Mehrfach haben Chemiker die verschiedensten Oxydationsmittel auf ätherische Öle einwirken lassen, aber ohne das gewünschte Resultat, d. h. die Überführung in Harzsäuren zu erreichen. Wie wir erst gesehen haben, kommt es aber im Pflanzenleibe der Coniferen gar nicht zur Bildung von einer Harzsäure, sondern diese Bildung bleibt beim Anhydrid stehen; insoweit ist also obige Frage zu modificiren. Aber auch die Bildung des Anhydrids ist bei weitem nicht so einfach, als gewisse Gleichungen es ausdrücken sollen, die eine ganz einfache Oxydation darstellen. Man hatte dabei immer die alte unrichtige Formel $\Theta_{20}H_{30}\Theta_2$ für die aus dem Kolophonium sich bildende Säure im Auge, welche gerade den doppelten Kohlenstoffgehalt von 1 Molekül Terpentinöl enthält:

$$2\Theta_{10}H_{16} + 3\Theta = \Theta_{20}H_{30}\Theta_2 + H_2\Theta.$$

[1]) Die Sylvinsäure von Unverdorben, Rose etc. war unvollständig gereinigte Abietinsäure l. c. Der Pininsäure ist jedes materielle Substrat entzogen; sie sollte amorph, dem Kolophonium ähnlich sein, einen niedern Schmelzpunkt besitzen etc. und war jener Theil des Kolophoniums der sich zuerst mit wenig kaltem Alkohol ausziehen liess (Unverdorben). Dies zeigt alles, dass sie nichts anderes war als wirkliches Kolophonium, also Anhydrid, auf das der wasserhaltige Alkohol noch nicht verändernd eingewirkt hat. Wurde nun die angebliche Pininsäure mit Alkalien behandelt oder mit Metallsalzen zusammengebracht, so erhielt man Niederschläge von unreinen abietinsauren Salzen, die man nun mit den ebenfalls unreinen, sogenannten sylviusauren isomer hielt. Die Pininsäure ist demnach zu streichen. Die Pimarsäure habe ich noch nicht in Händen gehabt, aber nach den vorhandenen Mittheilungen scheint sie ebenfalls nichts anderes als Abietinsäure zu sein.

Da die Säure des Coniferenharzes, respective deren Anhydrid aber nicht C_{30} auch nicht $n(C_{20})$ enthält, so muss wohl dieser Vorgang der Harzbildung in den Pflanzen, wenn er überhaupt vorkommt, ein complicirterer sein.

Ein Versuch, der am meisten hieher gezogen zu werden verdient, ist die bekannte Verharzung von Terpentinöl in dünneren Schichten, wenn diese längere Zeit der Luft ausgesetzt werden. Ich liess also rectificirtes Terpentinöl in flachen Schalen durch einige Wochen der Luft ausgesetzt. Die zäh und gelbbraun gewordene Masse wurde mit Wasser bis zur Verflüchtigung alles noch vorhandenen Öles gekocht, und hatte nach dem Schmelzen im Wasserbade (es wurde darin dickflüssig wie das Anhydrid) ganz das Aussehen von Kolophonium. Trotzdem gelang es mir nicht Abietinsäure-Krystalle daraus zu gewinnen. Das Wasser, mit dem die Harzmasse gekocht worden war, enthielt reichlich Ameisensäure, die wohl denselben Ursprung hatte, als die, welche Redtenbacher im gährenden Kiefernadelreisig auffand.

Diese Versuche habe ich vor einiger Zeit in Prof. Gottlieb's Laboratorium in Graz ausgeführt.

Über eine Erscheinung am Newton'schen Farbenglase.

Von J. Stefan.

Sieht man gegen das Newton'sche Farbenglas so, dass man die Ringe deutlich sieht und schiebt dann von der Seite ein dünnes Blättchen einer durchsichtigen Substanz, z. B. ein Glimmerblättchen vor das Auge, so dass ein Theil der Pupille vom Blättchen verdeckt wird, der andere Theil frei bleibt, so bemerkt man auf der Seite des unbedeckten Auges am Farbenglase entfernt von dem centralen System der Newton'schen Ringe ein System von feinen Halbkreisen, die anscheinend zu demselben Centrum gehören, wie die vollen Ringe. Diese Halbkreise sind abwechselnd helle und dunkle, nur wenn man ein sehr dünnes Blättchen nimmt, lassen sich an denselben Farben unterscheiden. Ich sehe von hellen Halbkreisen bei den mir zu Gebote stehenden Farbengläsern acht bis zwölf, innerhalb dieser Grenzen bewegt sich auch die Zahl der im Tagelichte sichtbaren Newton'schen Ringe. Durch ein rothes Glas hindurch sieht man mehr Halbkreise, so wie mehr Ringe.

Die Distanz der Halbkreise vom Centrum der Newton'schen Ringe ist um so grösser, je dicker das Glimmerblättchen. Bei einem Blättchen von 0·015 Millim. Dicke sehe ich diese Halbkreise an meinem Farbenglase in einer Distanz von 17·5 Millim. vom Centrum der Newton'schen Ringe. Im homogenen Lichte der Natriumflamme sehe ich bis zu dieser Distanz 26 schwarze Ringe. Ich verwende bei den Versuchen Glimmerblättchen bis zu 0·05 Millim. Dicke, ein solches gibt die Halbkreise bereits am Rande meines Farbenglases.

Bestimmt man die Radien für die mittleren der Halbkreise, welche bei verschieden dicken Blättchen auftreten, so findet man das Gesetz, dass sich die Radien verhalten, wie die Quadratwurzeln aus den Dicken der Blättchen. Diese Bestimmung wurde so gemacht, dass ein Blättchen in mehrere zerschnitten wurde, und zuerst ein

Blättchen, dann zwei, dann drei über einander gelegte vor das Auge gebracht wurden.

Bringt man zwei Blättchen vor das Auge so, dass ein Theil der Pupille von dem einfachen, ein Theil von dem doppelten Blättchen bedeckt ist, ein Theil aber frei bleibt, so sieht man zwei Systeme von Halbkreisen, ein System, welches der Dicke des einfachen Blättchens entspricht, ein weiter entferntes System, das dem doppelten Blättchen angehört. Man kann auch noch mehr Systeme sehen, aber schon schwer.

Bedeckt man die Pupille ganz mit einem Blättchen, und schiebt ein anderes zur Hälfte darüber vor die Pupille, so sieht man natürlich nur ein System, wie es das letztere Blättchen allein liefert.

Um die Halbkreise zu sehen, braucht man das Glimmerblättchen nicht unmittelbar vor das Auge zu halten, man kann es auch von demselben entfernt anbringen, wenn es nur in das Strahlenbüschel, welches von der Stelle, wo die Halbkreise entstehen sollen, in das Auge gelangt, von der Seite eingeschoben wird. Hält man das Blättchen nahe am Farbenglase, so entstehen keine Halbkreise mehr, sondern nur Segmente, wenn das Glimmerblättchen nicht eine der Dicke entsprechende kreisförmige Begrenzung hat. Es muss nämlich das Blättchen nicht etwa blos über die Hälfte des Farbenglases, sondern bis zu der Stelle eingeschoben werden, an welcher die Halbkreise entstehen können.

Zur Erzeugung dieser Halbkreise tragen nur die Strahlen bei, welche von jenen Stellen des Farbenglases kommen, an welchen die Halbkreise entstehen. Die sichtbaren Newton'schen Ringe haben dabei nichts zu schaffen. Denn man kann diese auch mit einem undurchsichtigen Körper verdecken, man kann das ganze Farbenglas verdecken bis auf den Theil, welchen die Halbkreise einnehmen, ohne die Erscheinung zu beeinträchtigen.

Legt man zwei Spiegelplatten auf einander und drückt sie mit den Fingern an einer Stelle gegen einander, so zeigen sich um diese Stelle herum die Newton'schen Ringe. Lässt man mit dem Drucke nach, bis diese eben verschwinden und betrachtet dann die Glasplatten mit dem halb mit einem Glimmerblättchen verdeckten Auge, so gewahrt man an denselben die Nebenstreifen. Es genügt also zur Erzeugung dieser das Vorhandensein von Strahlen von der Dicke des Blättchens proportionalen Gangunterschieden.

Solche Halbkreise oder Nebenstreifen sieht man auch, wenn man andere Interferenzerscheinungen auf die angegebene Weise betrachtet. So sieht man Halbkreise neben den Ringen, welche senkrecht zur Axe geschnittene Kalkspathplatten im Polarisationsapparate zeigen, sobald man ein Glimmerblättchen zwischen Auge und Analyseur einschiebt, vorausgesetzt, dass das Gesichtsfeld des Polarisationsapparates gross genug ist. Sieht man schief durch einen Nicol gegen eine beleuchtete Fläche, so wird das Gesichtsfeld von einem blauen oder bräunlich gelben Bogen durchsetzt, je nach der Richtung, in welcher man durch den Nicol sieht. An der äussern Seite des gelben Bogens sieht man eine Reihe von Interferenzstreifen, welche bei geeigneter Stellung des Prisma gegen die Lichtzusendende Fläche ausserordentlich lebhaft werden können. Fixirt man diese und schiebt dann von der innern Seite des Prisma ein Glimmerblättchen, so gewahrt man in weiterer Entfernung gegen den Rand des Gesichtsfeldes hin eine Reihe heller und dunkler Streifen, die aber meistens sehr matt sind, so dass sie nicht so leicht gesehen werden können, wie die Halbkreise am Newton'schen Glase.

Über Interferenzerscheinungen im prismatischen und im Beugungsspectrum.

Von J. Stefan.

Talbot hat zuerst die Beobachtung gemacht, dass im prismatischen Spectrum dunkle, den Fraunhofer'schen Linien parallele Streifen auftreten, sobald man von der Seite, an welcher sich die Kante des das Spectrum erzeugenden Prisma befindet, ein Glimmerblättchen vor's Auge schiebt, so dass es die Hälfte der Pupille verdeckt, die andere Hälfte derselben aber frei lässt. Diese Streifen heissen Talbot'sche Streifen. Ich habe mehrfache Versuche über diese Streifen gemacht, deren Resultate ich im Folgenden mittheile.

Man braucht, um diese Streifen zu sehen, das Glimmerblättchen nicht gerade unmittelbar vor's Auge zu bringen. Man kann es irgendwo zwischen Auge und Prisma halten, auch am Prisma ankleben, jedoch so, dass es einen an der brechenden Kante liegenden Theil desselben bedeckt. Blickt man durch den bedeckten oder durch den freien Theil des Prisma, so sieht man keine Streifen. Sieht man aber so durch das Prisma, dass in das Auge Strahlen, die durch den bedeckten und Strahlen, die durch den unbedeckten Theil gehen, gelangen, so treten die Interferenzstreifen auf.

Man kann aber das Blättchen auch an die vom Auge abgewendete Fläche des Prisma kleben, man kann es auch weiter entfernt vom Prisma irgendwo zwischen diesem und der Spalte anbringen, wenn nur der Theil des von der Spalte ausgehenden Strahlenbüschels, welcher gegen die brechende Kante des Prisma geht, das Blättchen durchsetzen muss, so treten die Interferenzstreifen auf.

Man sieht diese Streifen auch noch mit freiem Auge in den Spectren, welche durch ein feines beugendes Gitter erzeugt werden. Schiebt man das Blättchen von der linken Seite vor das Auge, so erscheinen die dunklen Streifen nur in den rechts liegenden Spectren, die links liegenden Spectra enthalten keine solchen Streifen. Schiebt

man das Blättchen von der rechten Seite vor das Auge, so sind Streifen in den linksseitigen Spectren, keine in den rechtsseitigen. Wie beim Prisma kann man auch hier das Blättchen irgendwo zwischen Auge und Gitter oder zwischen Gitter und Spalte anbringen, um dieselbe Erscheinung zu sehen.

Noch folgende Modification des Versuches ist möglich. Man klebt zwei Blättchen auf das Gitter éines rechts, eines links, so dass in der Mitte ein schmaler Streifen frei bleibt, der, wenn das Gitter vor das Auge gebracht wird, nur den mittleren Theil der Pupille einnimmt, die seitlichen Segmente derselben aber von je einem der Blättchen bedeckt sind. Man sieht auf diese Weise die Interferenzstreifen in allen Spectren zugleich. Sind die beiden Blättchen gleich dick, so sind die Streifen in den Spectren rechts und links gleich vertheilt. Ist ein Blättchen dicker, so sind die Streifen in den Spectren auf der entgegengesetzten Seite zahlreicher. Schiebt man die beiden Blättchen ganz an einander, so verschwinden die Streifen in allen Spectren, wenn die Blättchen gleich dick sind. Ist das Blättchen rechts dicker, so bleiben Streifen in den linksseitigen Spectren, und zwar in der Art, wie sie durch ein rechts angebrachtes Blättchen allein hervorgebracht wurden, wenn dieses Blättchen eine Dicke hätte gleich der Differenz der Dicken der beiden angeklebten Blättchen.

Bei diesen Versuchen darf die Dicke des Blättchens nicht bedeutend sein, weil die Anzahl und damit auch die Feinheit der Streifen bei dickeren Blättchen so gross wird, dass sie mit freiem Auge nicht mehr unterschieden werden können. Ich verwende zu den Versuchen mit freiem Auge Blättchen bis zu 0·1 Millim. Dicke bei einem Prisma von 45°. Bei einem Prisma von 60° kann ich statt des Glimmerblattes auch Glasplättchen bis 0·15 Millim. Dicke nehmen. Ein solches gibt zwischen den Linien *B* und *H* bei 120 Streifen.

Hingegen sieht man die durch dickere Blättchen erzeugten Linien, wenn man das Spectrum durch ein Fernrohr beobachtet und das Blättchen, wie es Brewster und Airy gethan haben, zwischen das Auge und das Ocular bringt, nur muss das Blättchen von der violeten Seite des Spectrums eingeschoben werden, also, wenn das Fernrohr ein astronomisches ist, von der der Kante des Prisma entgegengesetzten Seite. Man sieht dann die Streifen in jenem Theile des Spectrums, von welchem Strahlen, die frei und solche, die durch das Blättchen gehen, in das Auge gelangen. Hier ist es vor-

theilhafter Glasplättchen zu nehmen, z. B. solche, welche bei mikroskopischen Präparaten als Deckplättchen verwendet werden. Sie sind ebener als Glimmerblätter und geben viel schärfere Linien.

So wie bei der Beobachtung mit freiem Auge das Glimmerblatt nicht unmittelbar vor dem Auge zu sein braucht, so kann man auch bei der Beobachtung des Spectrums durch's Fernrohr das Glasplättchen irgendwo zwischen Auge und Spalte anbringen. Ich mache die Versuche an einem Spectralapparate. Die Spalte befindet sich im Brennpunkte einer Collimatorlinse, das Beobachtungsfernrohr ist daher auf unendliche Distanz eingestellt.

Klebt man das Glasplättchen vorne an das Objectiv, und zwar an die Seite, welche gegen die brechende Kante des Prisma liegt, so treten die Interferenzlinien im ganzen Spectrum zugleich auf. Es braucht nicht gerade die Hälfte des Objectivs von dem Plättchen bedeckt zu sein, auch braucht die über dem Objectiv liegende Kante des Plättchens nicht parallel zu sein der brechenden Kante des Prisma, wenn nur das Plättchen vom Planparallelismus nicht zu sehr abweicht, in welchem Falle das ganze Spectrum verwischt wird, so treten die Linien auf. Der Planparallelismus des Plättchens ist ein wesentliches Erforderniss für das Zustandekommen der Erscheinung bei dickeren Plättchen. Ich habe eine planparallele Glasplatte von etwas über drei Millim. Dicke. Diese liefert sehr schöne Streifen, die in dem durch ein sechziggradiges Steinheil-sches Flintglasprisma erzeugten Spectrum sehr deutlich und scharf gesehen werden können, obwohl sie ungemein fein sind. Die Anzahl dieser Linien zwischen den Linien *B* und *H* beträgt gegen 2500. Die bei *B* befindlichen Linien entstehen durch Interferenz von Strahlen, deren Gangunterschied über 2700 Wellenlängen von *B*, die bei *H* liegenden entstehen durch Interferenz von Strahlen, die einen Gangunterschied von mehr als 5000 Wellenlängen von *H* besitzen. Es ist kein Zweifel, dass auch dickere planparallele Platten noch Streifen erzeugen, die man in einem durch mehrere Prisma erzeugten Spectrum wahrnehmen kann.

Da die Anzahl der Interferenzlinien um so grösser wird, je dicker das Plättchen ist, oder je länger der Weg ist, den die Strahlen im Plättchen zurücklegen müssen, so ändert sich die Stellung der Linien, sobald man dem Plättchen eine andere Neigung gegen die Axe des Objectivs gibt. Bei Vergrösserung der Neigung laufen die

Linien vom violeten gegen das rothe Ende, bei Verringerung der Neigung umgekehrt. Steht das Plättchen senkrecht auf der Richtung der durchgehenden Strahlen, so hat jede der Linien das Maximum ihrer Deviation. Man hat darin ein Mittel, das Plättchen in diese senkrechte Stellung zu bringen.

Anstatt das Plättchen unmittelbar vor das Objectiv zu geben, kann man es auch irgendwo zwischen Objectiv und Prisma, oder zwischen diesem und dem Collimator anbringen. Man hat es auf diese Weise in der Hand, mit dem Plättchen Änderungen vorzunehmen, z. B. es zu erwärmen oder zu pressen und aus der Veränderung der Linien im Spectrum auf die Veränderungen der optischen Eigenschaften des Plättchens zu schliessen.

Ganz so verhält es sich mit den Interferenzlinien in den Beugungsspectren. Ersetzt man das Prisma durch ein Gitter und gibt vor das Objectiv ein Glasplättchen, so dass es die rechte Seite desselben bedeckt, so treten die Linien in den rechtsseitigen Spectren auf. Bringt man vor das Objectiv zwei Plättchen eines rechts, eines links, jedoch so, dass der mittlere Theil des Objectivs frei bleibt, so sind dann die Interferenzlinien in allen Spectren vorhanden. Man kann auch jedes dieser Plättchen anderswohin bringen, wenn nur ein Theil des vom Collimator kommenden Strahlenbündels durch das eine, der gegenüber liegende Theil durch das andere Plättchen, der mittlere Theil frei geht.

Noch eine auffallende Modification dieser Versuche muss ich erwähnen. Man kann nämlich das Glasplättchen auch vor die Spalte bringen so, dass ein Theil des auf die Spalte fallenden Lichtes durch das Plättchen gehen muss, und sieht dann die Interferenzlinien ebenfalls. Hier ist es aber gleichgiltig, ob man das Plättchen von derjenigen Seite halb vor die Spalte schiebt, auf welcher sich die brechende Kante des Prisma befindet, oder von der entgegengesetzten. Der Unterschied zwischen den zwei Seiten tritt erst in dem von der Spalte ausgehenden Strahlenbüschel auf. Um die sehr feine Spalte zur Hälfte mit dem Glasplättchen verdecken zu können, muss man dessen Kante parallel mit der Spalte stellen, z. B. auf einem Tischchen, das dann eine sanfte Bewegung in einer zu dieser Kante senkrechten Richtung gestattet.

Airy behauptet, Talbot'sche Linien auch dann gesehen zu haben, wenn er das Glimmerblättchen vor das Ocular nicht von der

violeten, sondern von der rothen Seite einschob. Brewster konnte auf diese Weise keine Linien sehen, auch mir ist es nicht gelungen Linien zu sehen, wenn das Blättchen auf diese Art vor dem Ocular eingeschoben wurde, auch nicht, wenn das Blättchen zwischen Objectiv und Prisma oder zwischen Prisma und Spalte von der der brechenden Kante des Prisma entgegengesetzten Seite eingeschoben wurde. Wenigstens konnte ich nicht die Linien sehen, welche durch Interferenz der Strahlen, die durch das Blättchen und die frei gehen, gebildet werden, hingegen sieht man Interferenzlinien auch dann, wenn man das Ocular, oder das Objectiv, oder den Colimator mit einem Glimmerblatte oder einem Glasplättchen ganz bedeckt, auch wenn man das Licht, bevor es auf die Spalte fällt, durch ein solches Plättchen gehen lässt. Diese Linien sind aber anderen Ursprungs, sie entstehen durch Interferenz der Strahlen, die direct durch das Plättchen gehen und der Strahlen, die nach ein- oder mehrmaligem Hin- und Hergange im Plättchen aus diesen austreten. Über diese, so wie über die Linien, welche durch die Interferenz von Strahlen, die an der Vorder- und Hinterfläche eines Heliostaten reflectirt werden, entstehen, so wie über den Einfluss dieser Linien auf die Sichtbarkeit der Fraunhofer'schen werde ich in einer nächsten Mittheilung berichten.

Untersuchung über die Bahn des Planeten (73) „Clytia".

Von **Theodor Oppolzer.**

In meiner Abhandlung über den Planeten (58) „Concordia", die im XLVIII. Bande des Jahrganges 1863 der Sitzungsber. d. mathem.-naturw. Cl. der kais. Akad. d. Wissensch. erschienen ist, habe ich eine kurze Übersicht über die zu jener Zeit als verloren zu betrachtenden Planeten gegeben; es wurden zu denselben gerechnet: Concordia (58), Maja (66), Leto (68) und Clytia (73); zu derselben Zeit, als ich die Abhandlung über Concordia vorlegte, war für folgende Planeten der Zeitpunkt der zweiten Opposition noch nicht eingetreten. Galatea (74), Eurydice (75) Freia (76), Frigga (77), Diana (78) und eben entdeckt Eurynome (79). Diana, die anfangs Juli 1864 in Opposition kommt, dürfte schwerlich in dieser Opposition aufgefunden werden, da ihrer Aufsuchung die südliche Declination, die dieser Planet in diesem Jahre erreicht ($\delta = -33°$), verbunden mit der bedeutenden Lichtschwäche desselben (Oppositionshelligkeit = 11·8 mag.) allzu hindernd entgegen treten. Eurynome wurde, wie ich es aus einer brieflichen Mittheilung des Herrn Directors Prof. James Watson in Ann Arbor entnehme, von letzterem bis zum 3. Mai 1864 verfolgt; da nun der Planet am 14. September 1863 aufgefunden wurde, so sichert dieser ausserordentlich grosse Beobachtungsbogen die Wiederauffindung der Eurynome in der zweiten Opposition. Galatea, Eurydice, Frigga und Freia wurden in der zweiten Opposition aufgefunden, letztere unter besonders eigenthümlichen Umständen. Prof. d'Arrest, der nämlich die Freia am 21. October in Kopenhagen entdeckt hatte, berechnete selbst für diesen Planeten zwei Elementensysteme, die in Folge der Kürze der Zwischenzeiten und der Kleinheit der Breiten des Planeten sehr unsicher waren, so dass diese zwei Systeme aussergewöhnliche

sition nicht geliefert. Ende März 1864 kam nach Europa die Nachricht, dass der Director der Sternwarte in Madras N. Pogson, der schon mehrere Planeten entdeckt hat, bei Nachforschungen nach dem Planeten Concordia zufällig auf einen neuen Planeten gestossen sei, dem er den Namen „Sappho" gab. Anfangs hielt sogar Pogson diesen Planeten für identisch mit Concordia, doch der Lauf, den der Planet in den nächsten Tagen einschlug, wich so bedeutend von dem ab, der für Concordia berechnet war, dass es keinem Zweifel unterliegen konnte, dass dieser Planet jedenfalls mit Concordia nicht identisch sei; übrigens war dies unmittelbar ersichtlich aus meinen für Concordia gerechneten hypothetischen Ephemeriden. Der Ort für Freia, der sich aus d'Arrest's Elementen ergab, wich mehr als eine Stunde von den Pogson'schen Angaben ab; trotz dieser ausserordentlichen Differenz zeigte Dr. R. Luther mit grossem Scharfsinne und bewunderungswürdiger Umsicht, dass die Bahnlagen der Sappho und Freia einige Ähnlichkeit haben, und man daher durch eine allerdings bedeutende Änderung der mittleren Anomalie in d'Arrest's Elementen Orte erhalten kann, die recht nahe den Pogson'schen Angaben entsprechen. Pogson hatte nur zwei ganz rohe Angaben betreffs des Ortes des Planeten angegeben, es war daher nach seinen Mittheilungen allein an eine Bahnbestimmung der Sappho nicht zu denken, und eben so wenig konnte ein Versuch gemacht werden, den Planeten nach denselben in Europa nach Verlauf von nahe zwei Monaten aufzusuchen; Luther's Angaben schienen mir jedoch ein Hilfsmittel an die Hand zu geben, letzteren Punkt zur Ausführung zu bringen; ich suchte desshalb zu ermitteln, ob die Ortsangaben über Freia und Sappho sich durch ein System von Elementen erfüllen lassen, und wofern sich dies als möglich herausstellt, auf Grundlage dieser Rechnung den Planeten aufzusuchen. Die hierüber angestellten Untersuchungen habe ich in Nr. 1470 und 1471 der „Astron. Nachrichten" veröffentlicht. Ich hatte mir nämlich zuerst neue Elemente aus der ersten Opposition allein abgeleitet, die sich schon den Pogson'schen Angaben verhältnissmässig nahe anschlossen; diese Elemente wurden mit Zuhilfenahme der letzteren Beobachtungen verbessert; nach den so erhaltenen Elementen des Planeten suchte ich denselben auf, und schon am ersten Abend der Nachforschung (1. April 1864) wurde er von mir als ein Sternchen von nahe 12. Mag. aufgefunden. Die folgenden Elemente, die zwar

nur als rohe Annäherung an die Wahrheit zu betrachten sind, wurden mit Rücksicht auf eine Beobachtung vom 2. April, die ich auf meiner Sternwarte anstellte, erhalten:

Freia (76)

Epoche = 24·5 Oct. 1862 mittl. Berl. Zeit,

$M = 312°16'20''3$

$\pi = 92\ 52\ 4·8$ }

$\Omega = 213\ 3\ 21·2$ } mittl. Äquinoctium 1864·0,

$i = 2\ 1\ 51·5$ }

$\varphi = 10\ 47\ 17·2$

$\mu = 569''3699$

$\log a = 0·529742.$

Da dieses System alle Beobachtungen der Freia nahehin völlig darstellt, sich den Madraser Beobachtungen anfangs Februar anschliesst und meine Beobachtung vom 2. April darstellt, so dürfte es wohl kaum einem berechtigten Zweifel unterliegen, dass der von Pogson entdeckte Planet kein neuer, sondern dass derselbe Freia ist.

Die Wiederauffindung der Leto und Concordia verdankt die Astronomie dem in hohem Grade verdienten Director der Bilker Sternwarte Dr. R. Luther, dessen Verdienste hervorzuheben sich schon öfters Gelegenheit geboten hatte. Concordia wich von meiner Rechnung, die in der eingangs erwähnten Abhandlung ausgeführt ist, um $-4^m 52^s$ und $+15'7$ zur Zeit der Opposition ab, was unter Berücksichtigung der hier obwaltenden misslichen Umstände ein befriedigendes Resultat ist. Maja ist nicht wieder gesehen worden; es sind daher als verloren zu betrachten: Maja (66) und Clytia (73).

In der nun folgenden Abhandlung habe ich den Versuch gemacht, für Clytia aus den vorhandenen Beobachtungen genauere Elemente abzuleiten, um den Planeten in der kommenden Opposition auffinden zu können.

Clytia, der 73. Planet in der Reihe der kleinen Planeten, wurde am 7. April 1862 von Herrn M. P. Tuttle in Cambridge U. S. entdeckt, und erhielt ihren Namen durch Herrn T. Ingersoll Bowditch in Boston. Trübe Witterung und der eintretende Mondschein verhinderten, dass der Planet vor dem 20. April wieder beobachtet werden konnte; von letzterem Datum an wurde der Planet anhaltend in Cambridge U. S. (Harvard College) und in Clinton (Hamil-

ton College) bis zum 28. Mai verfolgt. Andere Sternwarten haben sich meines Wissens nicht an der Beobachtung dieses Planeten betheiligt. Nach dem 28. Mai gelangen nur mehr zwei isolirte Beobachtungen in Cambridge, und zwar am 17. Juni und 1. Juli, die jedoch zur Sicherung der Elemente wesentlich beitrugen. Es sind drei Elementensysteme dieses Planeten berechnet worden, und zwar von Hall in Cambridge U. S. (Astron. Nachr. Nr. 1370), von Safford ebenfalls in Cambridge (Astron. Nachr. Nr. 1374) und von Schjellerup in Kopenhagen (Astr. Nachr. Nr. 1368). Letzterer hat sich in seiner darauf bezüglichen Notiz ausdrücklich die Bearbeitung dieses Planeten vorbehalten, hat jedoch für die zweite Opposition keine Ephemeriden veröffentlicht, und man muss es wohl diesem Umstande besonders zuschreiben, dass dieser Planet verloren ging. Alle drei oben erwähnten Systeme zeigten schon bei der letzten Cambridger Beobachtung eine grössere Abweichung; ich leitete desshalb mir aus vier Orten, die den ganzen beobachteten Bogen der ersten Opposition umfassen, ein neues Elementensystem ab; in Folge der Kleinheit der Breiten nämlich war ich gezwungen, Gauss' zweite Methode der Bahnbestimmung einzuschlagen, wobei der Rechnung vier Längen und die zu den zwei mittleren Orten gehörigen Breiten zur Bestimmung der sechs Unbekannten zu Grunde gelegt werden. Dabei zeigte es sich, dass während die unabhängige Breite des ersten Ortes gut dargestellt wurde, in der Breite des letzten Ortes ein nicht unbeträchtlicher Fehler (12 Bogensec.) übrig blieb, diesen Fehler vertheilte ich durch Änderung der Neigung der Bahn, so gut es anging, auf die vier übrigen Breiten und fand so folgende Elemente:

Clytia (73)

Epoche = 28·0 Mai 1862 mittl. Berl. Zeit,

$M = 130°\ 4'\ 11''2$

$\pi = 60\ 35\ 18·6$
$\Omega = 7\ 32\ 55·6$ } mittl. Äquinoctium 1862·0,
$i = 2\ 24\ 6·0$

$\varphi = 2\ 20\ 52·0$

$\mu = 813''9691$

$log\ a = 0·426266.$

Dieses System diente mir zur Ableitung der zweiten unten folgenden Ephemeride, bei der jedoch aus Versehen für μ der Werth 813''9791 in Anwendung kam, für Log. a war jedoch der

richtige Werth eingesetzt. Dass dieser Umstand übrigens auf die folgende Untersuchung ohne Einfluss ist, da diese Ephemeride nur zur Bildung von Normalarten benützt wird, ist selbstverständlich. Für die Äquatorconstanten wird :

$$x = \overline{0\cdot425983}\,\sin\,(E + 150^\circ 33' 41''0) - 0\cdot053692$$
$$y = \overline{0\cdot380439}\,\sin\,(E + 60\;\;45\;\;18\cdot6) - 0\cdot085830$$
$$z = \overline{0\cdot065516}\,\sin\,(E + 59\;\;57\;\;5\cdot4) - 0\cdot041233$$

Die Ephemeride gilt für 12 Uhr m. Berl. Zeit.

1862		α	δ	Log r	Log Δ	Aberrtzt.
April	20	11ʰ34ᵐ55ˢ48	+2°48'41"6	0·435 988	0·269 82	15ᵐ27ˢ
	21	34 30·08	50 32·3	0·436 044	0·271 76	31
	22	34 6·07	52 14·4	0·436 100	0·273 73	35
	23	33 43·46	53 47·9	0·436 156	0·275 74	39
	24	33 22·26	55 12·7	0·436 211	0·277 78	44
	25	33 2·48	56 28·7	0·436 267	0·279 86	48
	26	32 44·14	57 36·0	0·436 322	0·281 97	53
	27	32 27·24	58 34·4	0·436 377	0·284 11	15 58
	28	32 11·79	+2 59 23·9	0·436 431	0·286 28	16 2
	29	31 57·80	+3 0 4·5	0·438 486	0·288 47	7
	30	31 45·26	0 36·3	0·436 540	0·290 69	12
Mai	1	31 34·19	0 59·1	0·436 594	0·292 93	17
	2	31 24·58	1 13·0	0·436 648	0·295 20	22
	3	31 16·43	1 18·0	0·436 702	0·297 49	28
	4	31 9·73	1 14·2	0·436 756	0·299 79	33
	5	31 4·49	1 1·5	0·436 810	0·302 11	38
	6	31 0·69	0 40·1	0·436 863	0·304 45	43
	7	30 58·34	+3 0 9·9	0·436 916	0·306 81	49
	8	30 57·41	+2 59 31·1	0·436 969	0·309 18	16 54
	9	30 57·90	58 43·7	0·437 022	0·311 56	17 0
	10	30 59·80	57 47·7	0·437 075	0·313 96	6
	11	31 3·10	56 43·2	0·437 128	0·316 37	11
	12	31 7·79	55 30·4	0·437 180	0·318 78	17
	13	31 13·85	54 9·2	0·437 232	0·321 21	23
	14	31 21·28	52 39·8	0·437 284	0·323 64	29
	15	31 30·06	51 2·2	0·437 336	0·326 08	35
	16	31 40·19	49 16·4	0·437 388	0·328 53	41
	17	31 51·64	47 22·5	0·437 440	0·330 98	47
	18	32 4·40	45 20·7	0·437·491	0·333 44	53
	19	32 18·47	43 11·0	0·437 542	0·335 90	17 59
	20	32 33·83	40 53·4	0·437 593	0·338 37	18 5
	21	32 50·46	38 28·1	0·437 644	0·340 84	11
	22	33 8·36	35 55·1	0·437 694	0·343 30	17
	23	33 27·51	33 14·5	0·437 745	0·345 77	23
	24	33 47·90	30 26·2	0·437 795	0·348 24	30
	25	34 9·52	27 30·4	0·437 845	0·350 71	36
	26	34 32·35	24 27·1	0·437 895	0·353 17	43
	27	35 6·38	21 16·5	0·437 945	0·355 64	49
	28	35 21·60	17 58·7	0·437 994	0·358 10	18 55
	29	11ʰ35ᵐ47ˢ99	+2°14'33"8	0·438 044	0·360 57	19ᵐ 1ˢ

Diese Ephemeride erstreckt sich über einen Zeitraum, in dem der Planet häufiger beobachtet wurde, und das Resultat

1862		Ort	Ortszeit	Beobachtet α	Parall.
April	20	Cambridge U. S. .	8ʰ 0ᵐ26ˢ	11ʰ34ᵐ54ˢ09	−0ˢ09
„	20	„ „ „ .	10 17 10	11 34 51·61	+0·04
„	20	„ „ „ .	12 45 58	11 34 48·87	+0·17
„	23	„ „ „ .	11 43 26	11 33 38·44	+0·13
„	24	„ „ „ .	10 49 38	11 33 18·86	+0·08
„	25	„ „ „ .	9 2 23	11 33 0·43	−0·01
„	25	Clinton	10 17 58	11 32 59·36	+0·06
„	26	Cambridge U. S. .	9 12 9	11 32 42·53	0·00
„	26	Clinton	9 36 56	11 32 41·55	+0·02
„	27	Cambridge U. S. .	9 13 7	11 32 25·68	−0·01
„	27	Clinton	8 58 56	11 32 25·28	−0·03
„	29	Cambridge U. S. .	10 6 16	11 31 55·84	+0·06
„	29	Clinton	9 57 41	11 31 55·52	+0·05
„	30	Cambridge U. S. .	8 44 37	11 31 44·47	−0·01
„	30	Clinton	9 30 10	11 31 43·64	+0·03
Mai	2	„	11 20 29	11 31 22·64	+0·13
„	3	„	9 34 39	11 31 15·23	+0·05
„	5	„	9 39 29	11 31 3·63	+0·06
„	6	Cambridge U. S. .	10 59 34	11 30 59·83	+0·12
„	8	Cambridge U. S. .	9 28 27	11 30 57·26	+0·06
„	14	„ „ „ .	9 51 55	11 31 22·23	+0·09
„	15	Clinton	9 24 54	11 31 31·00	+0·07
„	16	„	9 27 43	11 31 41·20	+0·08
* „	17	Cambridge U. S. .	9 10 43	11 31 52·83	+0·07
„	17	Clinton	9 31 53	11 31 52·86	+0·08
„	22	Clinton	9 15 41	11 33 10·44	+0·08
„	24	„	9 32 15	11 33 50·41	+0·10
** „	24	Cambridge U. S. .	10 34 7	11 33 50·54	+0·14
„	26	„ „ „ .	9 48 2	11 34 35·03	+0·11
„	28	Clinton	9 45 24	11 35 25·03	+0·12

Bemerkungen zu vor-

* Bei dieser Beobachtung zu Cambridge ist die *AR* angegeben 11ʰ31ᵐ47ˢ42. *AR* mit falschen Zeichen angewendet worden.

** Zu dieser Beobachtung verdanke ich die Bestimmung des Vergleich-Die Position des Sternes ist für 1862·0 11ʰ32ᵐ23ˢ64 +2°28'28"7

Schliesslich muss noch bemerkt werden, dass zur Berechnung der Parallaxe für Clinton die parallaktischen Factoren in Anwendung kamen, wie dieselben von Prof. C. H. F. Peters in Nr. 1368 der Astr. Nachr. mitgetheilt wurden. Für die Cambridger Beobachtun-

der Vergleichung der Beobachtungen mit dieser Ephemeride ist Folgendes :

Beobachtet δ	Parall.	Berechnet α	Berechnet δ	B—R	
				∂α	∂δ
+2°48'42"9	+2"9	11h34m53s98	+2°48'48"2	+0s02	—2"4
+2 48 56·6	+2·9	11 34 51·42	+2 49 0·4	+0·23	—0·9
+2 49 7·3	+3·0	11 34 48·85	+2 49 10·8	+0·19	—0·5
+2 54 3·8	+2·9	11 33 38·95	+2 54 6·6	—0·36	+0·1
+2 55 23·3	+2·9	11 33 18·70	+2 55 26·6	+0·14	—0·4
+2 56 33·0	+2·8	11 33 0·57	+2 56 35·9	—0·15	—0·1
+2 56 39·1	+2·9	11 32 59·36	+2 56 40·4	+0·06	+1·6
+2 57 40·5	+2·8	11 32 42·26	+2 57 42·7	+0·27	+0·6
+2 57 41·5	+2·8	11 32 41·75	+2 57 44·5	—0·18	—0·2
+2 58 39·7	+2·8	11 32 25·50	+2 58 40·2	+0·17	+2·3
+2 58 36·8	+2·8	11 32 25·47	+2 58 40·3	—0·20	—0·7
+3 0 5·2	+2·8	11 31 55·90	+3 0 9·6	0·00	—1·6
+3 0 7·2	+2·8	11 31 55·82	+3 0 9·9	—0·25	+0·1
+3 0 35·8	+2·8	11 31 44·23	+3 0 38·7	+0·23	—0·1
+3 0 34·7	+2·8	11 31 43·72	+3 0 39·8	—0·05	—2·3
+3 1 9·8	+2·8	11 31 22·77	+3 1 14·8	0·00	—2·2
+3 1 13·2	+2·8	11 31 15·45	+3 1 18·0	—0·17	—2·0
+3 0 55·9	+2·7	11 31 3·88	+3 0 59·1	—0·19	—0·5
+3 0 35·8	+2·8	11 31 0·16	+3 0 35·3	—0·21	+3·3
+2 59 22·8	+2·6	11 30 57·39	+2 59 26·0	—0·07	—0·6
+2 52 24·6	+2·6	11 31 22·38	+2 52 27·2	—0·06	0·0
+2 50 44·2	+2·6	11 31 31·07	+2 50 46·8	—0·20	—2·4
+2 48 59·3	+2·6	11 31 41·59	+2 49 2·2	—0·31	—0·3
+2 47 8·9	+2·5	11 31 52·92	+2 47 10·1	—0·02	+1·3
+2 47 4·3	+2·6	11 31 53·24	+2 47 6·9	—0·30	0·0
+2 35 33·1	+2·5	11 33 10·59	+2 35 36·3	—0·07	—0·7
+2 29 57·3	+2·5	11 33 50·67	+2 30 3·5	—0·16	—3·7
+2 29 52·2	+2·5	11 33 51·33	+2 30 58·2	—0·65	—3·5
+2 23 56·5	+2·4	11 34 35·41	+2 24 2·7	—0·27	—3·8
+2 17 24·2	+2·5	11 35 25·23	+2 17 30·4	—0·08	—3·7

stehenden Beobachtungen :

Es ist offenbar die Reduction des Vergleichsternes auf scheinbaren Ort in

sternes einer gütigen Mittheilung des Herrn Prof. Argelander in Bonn. und die Reduction auf den scheinbaren Ort +2s62 und —17"2.

gen sind die Werthe der Parallaxe in Nr. 1419 der Astr. Nachr. angesetzt und dieselben wurden unverändert entlehnt, mit Ausnahme der Parallaxe in *AR.* bei der Beobachtung am 23. April, wo offenbar ein Irrthum im Zeichen sich eingeschlichen hat.

Diese Beobachtungen wurden auf die ersichtlich gemachte Weise in vier Normalorte zusammengefasst, zu denen noch die folgenden drei isolirten Cambridger Beobachtungen hinzutreten, die unverändert aus Nr. 1419 der Astr. Nachr. entlehnt sind.

Datum.	m. Camb. Zeit	app. α	Parall.	app. δ	Parall.	*
1862, April 7	15ʰ 5ᵐ26ˢ	11ʰ42ᵐ 7ˢ44	+0ˢ22	+2°13'50"3	+3"2	*a*
Juni 17	9 52 13	11 47 35·00	+0·14	+0 48 21·6	+2·2	*k*
Juli 1	9 28 19	11 59 38·31	+0·14	−0 35 44·2	+2·1	*l'*

Bei diesen Beobachtungen wurden folgende Sternpositionen, die auf Wolfers reducirt sind und sich auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 beziehen, angenommen:

	α	δ
a)	11ʰ42ᵐ44ˢ47	+2°12'48"4
k)	11 47 22·57	+0 52 42·0
l')	11 58 14·58	−0 44 39·2

Der Stern *a* ist durch Vergleichung mit zwei anderen Sternen bestimmt, die aus den Katalogen Bessel und Lalande entlehnt sind; es ist demnach diese Sternposition ziemlich verlässlich.

k ist den Harvard Zones entlehnt; die ausgezeichnete Schärfe und Sicherheit dieser Zonenbeobachtungen bürgen für die Genauigkeit dieser Sternposition.

l' beruht nur auf einer Position, die sich in Bessel's Kataloge vorfindet, und bedarf daher einer genaueren Prüfung, da abgesehen von den möglichen Fehlern, die bei jeder einzelnen Beobachtung sich einschleichen können, auch die Epoche der Besselschen Beobachtungen schon so weit entfernt liegt, dass der Einfluss einer nur halbwegs grösseren Eigenbewegung von bedeutendem Einflusse sein kann. Es muss noch hinzugefügt werden, dass dieser Stern in Cambridge nicht direct zur Vergleichung benützt wurde, sondern es ist noch ein Hilfsstern eingeschoben worden. Zur Prüfung der Richtigkeit der eben erwähnten Sternposition musste noch um so mehr der Umstand auffordern, dass, wie früher erwähnt, bei der ersten Ableitung der Elemente die Darstellung der Breite dieses Ortes sehr unbefriedigend war; es war diese Differenz zwischen Beobachtungen und Rechnung + 11"6. Ich musste mich vorab darauf beschränken, die Richtigkeit der Position des Vergleichsternes *l'* zu prüfen, da keine Gelegenheit sich bot, den Hilfsstern selbst zu

bestimmen. Da jedoch der Stern l' schon so weit in die Dämmerung vorgerückt war, dass derselbe nicht mehr im Meridian bestimmt werden konnte, so wählte ich zur Prüfung dieses Sternes einen Stern (der mit l'' bezeichnet wird) 6·5 Grösse, der sich in mehreren Katalogen vorfindet; ich reducirte die Angaben der verschiedenen Kataloge auf das mittlere Äquinoctium 1862·0, und mit Hilfe der Auwers'schen Grössen auf die Tabb. reductionum und bekam so:

Stern l'', 1862·0.

Quelle		α	δ	Gewicht
Lalande	22594	11ʰ 53ᵐ 58ˢ21	−0° 59' 42"6	1
Piazzi	XIʰ, 213	58·11	44·4	2
Weisse I	XIʰ, 925	58·31	45·0	2
Taylor	6412	58·06	37·9	2
Rumker	3777	57·88	46·7	2
Santini	−2°, 224	58·02	51·7	2
Robinson	2581	57·85	48·2	3
Förster, Astr. Nachr..	1328	58·10	46·3	5
Angenommen . .		11 53 58·03	−0° 59' 46"4	

Der Stern zeigt keine auffallende Eigenbewegung; die Bessel'sche Bestimmung wurde um 10ˢ verkleinert. Die Differenz $l'-l''$ fand ich bezogen auf 1862·0.

$$d\alpha = +4^m 15^s 41,\quad d\delta = +15' 18"4.$$

Dr. Edmund Weiss in Wien, der die Güte hatte, die Bestimmung in Rectascension auszuführen, fand

$$d\alpha = +4^m 15^s 28.$$

Indem ich letzterer Bestimmung das doppelte Gewicht gegen die meinige gab, erhielt ich für l'

$$\alpha = 11^h 58^m 13^s 35,\quad \delta = -0° 44' 28"0.$$

Die Bestimmung der Declination, die ich ausgeführt habe, verdient kein grosses Vertrauen, da dieselbe durch ein Ringmikrometer erhalten werden musste, dessen Durchmesser nicht scharf bestimmt ist, und die Kürze der Zeit erlaubte mir nicht eine genauere Bestimmung vorzunehmen. Aus diesem Grunde verband ich den Stern l' noch mit einem anderen Sterne l''', der 7ᵐ48ˢ nahehin im Parallel folgt, und der in Bonn genau bestimmt ist. Dr. Tiele in Bonn war so gefällig mir letztere Sternposition zu verschaffen:

Stern l''' 1862·0.

$\alpha = 12^h 6^m 0^s 70, \quad \delta = -0°45'36''6.$

Ich fand nun mit Hilfe eines Ringmikrometers, dessen Durchmesser genau bestimmt ist, was übrigens bei diesem Sterne als Parallelstern nicht wesentlich ist,

$l' - l''' = -7^m 48^s 04$ und $+1'3''6.$

Daraus wird l' für 1862·0

$\alpha = 11^h 58^m 12^s 66, \quad \delta = -0°44'33''6.$

Diese Werthe stimmen nichts weniger als gut mit den früher nach l'' erhaltenen überein. Die Rectascension der ersten Bestimmung erhielt doppeltes Gewicht, während die Declination derselben Bestimmung nur halbes Gewicht gegen die der zweiten Bestimmung erhielt. Es wird demnach

Stern l', 1862·0.

$\alpha = 11^h 58^m 13^s 12, \quad \delta = -0°44'31''7.$

Nach Bessel folgt die Position dieses Sternes

$\alpha = 11^h 58^m 14^s 58, \quad \delta = -0°44'39''2,$

und so wurde diese in Cambridge U. S. angenommen. Hieraus geht hervor, dass an die letzten Cambridger Beobachtungen folgende Correctionen anzubringen sind

$d\alpha = -1^s 46, \quad d\delta = +7''5.$

Es unterliegt keinem Zweifel, dass dieser Stern eine merkbare Eigenbewegung hat, wenigstens in *AR.*, da dieser Stern ebenfalls bei Lalande bestimmt sich vorfindet und die Position des Sternes nach diesem Kataloge ist für 1862·0 reducirt auf Wolfers

$\alpha = 11^h 58^m 15^s 43 \quad \delta = -0°44'37''6$ [1]).

---

[1]) Während des Druckes dieser Bogen hat Herr Schjellerup in Kopenhagen in den Astron. Nachrichten, Nr. 1485, die Anzeige einer von ihm unternommenen sehr umfassenden Arbeit betreffs der Bestimmung Bessel'scher Sterne gemacht und in derselben eine Liste von Sternen angeführt, die eine beträchtliche Eigenbewegung zeigen. Unter denselben findet sich auch der hier in Betracht kommende Stern; die Position dieses Sternes nach einer Kopenhagener Meridianbeobachtung ist für 1862·0 mit Rücksicht auf die jährliche Eigenbewegung $-0^s 035$.

$11^h 58^m 13^s 16 \quad -0°44'35''4.$

Es ist demnach die Differenz zwischen meiner Bestimmung und der des Herrn Schjellerup

$\delta\alpha = +0^s 04 \quad d\delta = -3''7.$

Fasst man nun die oben angeführten Beobachtungen in vier Normalorte zusammen, und fügt denselben die drei isolirten Beobachtungen mit Rücksicht auf das zuletzt erwähnte als drei weitere Orte hinzu, so erhält man als Grundlage für die weitere Rechnung die folgenden sieben Orte, die sich auf den mittleren Äquator 1862·0 beziehen.

Mittl. Berl. Zeit	α	δ	Zahl d. Beob.
1862, April 7·85333	175°31'27"4	+2°14' 5"4	1
„ 24·50000	173 20 4·5	+2 55 25·3	11
Mai 2·50000	172 50 37·2	+3 1 25·4	8
„ 15·50000	172 51 56·6	+2 51 15·7	6
„ 25·50000	173 31 45·7	+2 27 41·8	5
Juni 17·63138	176 53 10·2	+0 48 39·9	1
Juli 1·61370	179 53 35·5	—0 35 17·5	1

Ehe ich jedoch zur Bahnverbesserung schritt, habe ich, um eine grössere Schärfe in die Rechnung zu legen, für die Sonnenorte nicht die Angaben des Berliner Jahrbuches benützt, die im Allgemeinen sich auf die von Bessel verbesserten Carlini'schen Tafeln gründen, sondern die Sonnenorte der Tafeln von Hansen und Olufsen entlehnt; ich habe um so mehr von diesen Tafeln Gebrauch machen zu müssen geglaubt, da, wie es aus den von Herrn Dr. Powalky in Nr. 1334 der Astr. Nachr. gegebenen Differenzen zwischen diesen beiden Tafeln ersichtlich ist, der Gang derselben während der Zeit der ersten Opposition der Clytia nicht ganz klein ist. Die unten folgenden Werthe für die Sonnenorte habe ich direct aus den Tafeln von Hansen und Olufsen entlehnt, damit sich nicht durch die Benützung der von Powalky von 8 zu 8 Tagen gegebenen Differenzen, die in Folge der Mondargumente

$+6''41 \sin(U-u)$ in Länge und $+135\cdot0 \cos(U-u)$ in log. d. Rad. vectors

einen ziemlich unregelmässigen Gang zeigen, einige Ungenauigkeiten einschleichen; die Vergleichung meiner Resultate mit denen von Powalky jedoch zeigen, dass dieser Vorgang überflüssig war, da die Correctionen, die durch lineare Interpolation aus den Angaben Powalky's folgen, nahezu identisch mit den von mir gefundenen sind.

Die Länge der Sonne (λ) und die Breite (β) beziehen sich auf das wahre Äquinoctium der zugehörigen Datums, die vierte Columne

enthält den Logarithmus des Radius vectors. In der fünften und sechsten Columne sind die Werthe angeführt, die man zu den Angaben des Berliner Jahrbuches hinzulegen muss, um die entsprechenden Werthe der neueren Sonnentafeln zu erhalten.

	λ	β	$\log R$	$d\lambda$	$d \log R$
1.	18°13'12"57	−0"69	0·0008 450	+4·51	+ 8
2.	34 28 58·50	+0·20	0·0028 473	+4·00	+19
3.	42 15 4·75	−0·31	0·0037 263	+4·11	+22
4.	54 48 20·84	−0·37	0·0049 726	+3·31	0
5.	64 25 7·17	+0·24	0·0058 052	+3·05	+16
6.	86 32 39·90	+0·43	0·0069 901	+1·54	+ 2
7.	99 52 54·79	−0·56	0·0072 199	+1·63	+ 7

Nach Powalky würde ich erhalten haben

	$d\lambda$	dR
1.	+4"6	+ 6
2.	+3·9	+16
3.	+4·2	+19
4.	+3·2	0
5.	+3·0	+15
6.	+1·4	+ 2
7.	+1·6	+ 6

welche Werthe sich kaum merkbar von den meinigen unterscheiden.

Da der Planet kurze Zeit vor der ersten Opposition die Conjunction mit Jupiter verlassen hatte, so berücksichtigte ich auch noch die Störungen, die Clytia durch Jupiter während der ersten Opposition erlitten hat; den Osculationspunkt verlegte ich auf den 28·0 Mai 1862. Die folgende Tafel enthält die erhaltenen Störungscomponenten, bezogen auf den mittleren Äquator 1862·0 in Einheiten der siebenten Decimale.

	ζ	η	ξ
1862. April 2	−376	+119	+74
„ 18	−188	+ 62	+38
Mai 4	− 66	+ 23	+14
„ 20	− 7	+ 3	+ 2
Juni 5	− 7	+ 3	+ 2
„ 21	− 63	+ 23	+14
Juli 7	−171	+ 64	+39

Vereinigt man nun die erhaltenen Störungswerthe mit den aus obigen Sonnenorten folgenden Sonnencoordinaten, so erhält man folgende Grössen, denen der mittlere Äquator 1862·0 zu Grunde liegt.

	X	Y	Z
1.	+0·9517 278	+0·2872 721	+0·1246 520
2.	+0·8297 920	+0·5226 744	+0·2268 021
3.	+0·7466 820	+0·6220 259	+0·2699 099
4.	+0·5831 243	+0·7582 421	+0·3290 036
5.	+0·4377 636	+0·8384 959	+0·3638 436
6.	+0·0614 467	+0·9305 377	+0·4037 838
7.	−0·1742 995	+0·9189 372	+0·3987 452

Nachdem nun alle Vorbereitungsrechnungen beendet waren, schritt ich zur Verbesserung meiner eingangs aufgeführten Elemente. Bei dem Mangel aller Normalorte zu Anfang und zu Ende des in der ersten Opposition beobachteten Bogens des Planeten schien es mir am zweckmässigsten, die Bahnverbesserung durch die Methode der Differentialformeln vorzunehmen, da überdies diese Methode, sobald sie anwendbar ist, die schärfsten Resultate liefert. Zwar wird häufig die Methode, wenn die Beobachtungszeit nur kurze Zeit umfasst, wie es hier der Fall ist, und wenig Orte in Betracht kommen, nicht gut anwendbar, da die nahe Proportionalität der einzelnen Coëfficienten eine scharfe Auflösung nicht gestattet; doch umgeht man stets diesen misslichen Umstand dadurch, dass man, wenn es angeht, recht viele Orte bildet, denen die Bahn anzuschliessen ist, doch muss man wohl im Auge behalten, dass diese Vorschrift nicht zu weit getrieben wird, da die Arbeit hindurch überaus viel länger wird; auf was für einer Ursache diese Vorschrift beruht, ist leicht einzusehen. Aus letzterem Grunde habe ich vier Normalorte gebildet, die sonst recht gut in zwei hätten vereinigt werden können.

Zur Ermittlung der Differentialcoëfficienten habe ich die Formeln angewendet, die ich vor Kurzem in den Sitzungsb. d. math.-nat. Cl. d. k. Akad. d. Wissensch. Bd. XLIX veröffentlicht habe, und auf die ich im Folgenden mich beziehe. Zuerst werden die Elemente auf den Äquator übertragen und erhalten.

Osc. u. Epoche = 28·0 Mai 1862, mittl. Berl. Zeit,

M = 130° 4' 11"20
π' = 60 39 15·46)
Ω' = 0 43 25·27 } mittl. Äquinoctium 1862·0,
i = 25 50 23·40)
φ = 2 20 52·00
μ = 813"96910
$\log a$ = 0·4262 658

welches die Orte mit Rücksicht auf die neuen Sonnenorte und Störungen im Sinne Beob.-Rechg. darstellt:

	$d\alpha$	$d\delta$
1.	+ 3·73	— 0·21
2.	+ 1·95	— 1·02
3.	+ 0·72	— 1·47
4.	— 1·56	— 0·59
5.	— 2·63	— 3·36
6.	— 9·61	— 0·06
7.	—20·23	+13·11

Die verhältnissmässig schlechte Darstellung des letzten Ortes, der den Elementen zu Grunde gelegt war, und demnach nahe dargestellt werden sollte, erklärt sich hauptsächlich aus der bedeutenden Correction, die der letzte Ort durch die neue Bestimmung des Sternes l' erfahren hat, ferner aus der oben erwähnten unvollkommenen Darstellung der unabhängigen Breite, die nur durch Änderung der Neigung näherungsweise dargestellt wurde, und schliesslich durch Einführung der neuen Sonnenorte und der Störungen, welche letztere zwei Umstände auch auf den ersten Ort wesentlichen Einfluss nehmen. Überblickt man den Gang, den die Fehler zeigen, so sieht man auf den ersten Blick, dass die Declination des siebenten Ortes wohl durch kein Elementensystem befriedigend dargestellt wird; auf diesen Umstand wird in der Folge Rücksicht genommen.

Zunächst stellte ich die folgenden 14 Bedingungsgleichungen auf, in denen statt der Zahlen die Logarithmen der Zahlen angesetzt sind.

$$1\begin{cases} 0\cdot11997\,dM_0 + 0_n00181\;100d\mu + 0\cdot37750\,d\varphi + 0\cdot13608\,d\omega' + 0\cdot18221\,d\Omega' \\ \qquad + 9_n49273\,\frac{di'}{10} = 0\cdot57138 \\ 9_n80339 \quad + 9\cdot67377 \quad + 0_n05958 \quad + 9_n81967\,d\omega' + 7\cdot89884\,d\Omega' \\ \qquad + 9_n80984\,\frac{di'}{10} = 9_n32222 \end{cases}$$

$$2\begin{cases} 0\cdot08304 \quad + 9_n97948 \quad + 0\cdot34059 \quad + 0\cdot09951\,d\omega' + 0\cdot14659\,d\Omega' \\ \qquad 9_n83277\,\frac{di'}{10} = 0\cdot28946 \\ 9_n76613 \quad + 9\cdot63547 \quad + 0_n02011 \quad + 9_n78300\,d\omega' + 8\cdot21891\,d\Omega' \\ \qquad + 0_n15211\,\frac{di'}{10} = 0_n00860 \end{cases}$$

$$3\begin{cases} 0\cdot06102\,dM_0 + 9_n95494\;100\,d\mu + 0\cdot31761\,d\varphi + 0\cdot07784\,d\omega' + 0\cdot12541\,d\Omega' + 9_n92023\,\frac{di'}{10} = 9\cdot85673 \\ 9_n74459 + 9\cdot60454 + 9_n99654 + 9_n76189\,d\omega' + 8\cdot27833\,d\Omega' + 0_n24018\,\frac{di'}{10} = 0_n16732 \end{cases}$$

$$4\begin{cases} 0\cdot02313 + 9_n89734 + 0\cdot27612 + 0\cdot04077\,d\omega' + 0\cdot08900\,d\Omega' + 0_n01903\,\frac{di'}{10} = 0_n19258 \\ 9_n70832 + 9\cdot53797 + 9_n95509 + 9_n72653\,d\omega' + 8\cdot28754\,d\Omega' + 0_n33893\,\frac{di'}{10} = 9_n77085 \end{cases}$$

$$5\begin{cases} 9\cdot99412 + 9_n83865 + 0\cdot24221 + 0\cdot01254\,d\omega' + 0\cdot06104\,d\Omega' + 0_n07331\,\frac{di'}{10} = 0_n41956 \\ 9_n68102 + 9\cdot47265 + 9_n92184 + 9_n70005\,d\omega' + 8\cdot22806\,d\Omega' + 0_n39238\,\frac{di'}{10} = 0_n52634 \end{cases}$$

$$6\begin{cases} 9\cdot93328 + 9_n64493 + 0\cdot16180 + 9\cdot95403\,d\omega' + 0\cdot00181\,d\Omega' + 0_n15840\,\frac{di'}{10} = 0_n98268 \\ 9_n62385 + 9\cdot25788 + 9_n84354 + 9_n64519\,d\omega' + 7\cdot71481\,d\Omega' + 0_n47444\,\frac{di'}{10} = 8_n77815 \end{cases}$$

$$7\begin{cases} 9\cdot90249 + 9_n46386 + 0\cdot11296 + 9\cdot92486\,d\omega' + 9\cdot97111\,d\Omega' + 0_n19351\,\frac{di'}{10} = 1_n30598 \\ 9_n59375 + 9\cdot04792 + 9_n79505 + 9_n61663\,d\omega' + 7_n53898\,d\Omega' + 0_n50841\,\frac{di'}{10} = 1\cdot11760 \end{cases}$$

Bei den nun folgenden Bestimmungen erhielten die Orte 2, 3, 4, 5 doppeltes Gewicht, da dieselben Normalorte sind. Wiewohl keine Hoffnung vorhanden ist, der Declination des letzten Ortes zu genügen, so habe ich dennoch zwei Elementensysteme abgeleitet, bei welchen in dem einen Falle diese Declination mit dem ihr zugehörigen Gewichte = 1 mitgenommen wurde, in dem anderen Falle wurde dieselbe ausgeschlossen.

Durch Vereinigung aller 14 Bedingungsgleichungen mit Rücksicht auf Gewicht erhielt ich folgende Bestimmungsgleichungen:

$$1\cdot44578\,dM + 1\cdot30864\;100\,d\mu + 1\cdot69742\,d\varphi + 1\cdot47689\,d\omega' + 1\cdot41676\,d\Omega' + 9\cdot30899\,\frac{di'}{10} = 1_n18682$$

$$1_n30864 + 1\cdot17795 + 1_n56142 + 1_n34020\,d\omega' + 1_n28655\,d\Omega' + 0\cdot06659\,\frac{di'}{10} = 9\cdot97900$$

$$1\cdot69742 \quad +1_n\cdot56142 \quad +1\cdot94926 \quad +1\cdot72869\,d\omega' +1\cdot66937\,d\Omega' + 9_n\cdot02036\,\frac{di'}{10} = 1_n\cdot35820$$

$$1\cdot47689 \quad +1\cdot34020 \quad +1\cdot72869 \quad +1\cdot51413\,d\omega' +1\cdot45091\,d\Omega' + 8\cdot25285\,\frac{di'}{10} = 1_n\cdot13861$$

$$1\cdot41676 \quad +1_n\cdot28655 \quad +1\cdot66937 \quad +1\cdot45091\,d\omega' +1\cdot48446\,d\Omega' + 1_n\cdot35773\,\frac{di'}{10} = 1_n\cdot45326$$

$$9\cdot30899 \quad +0\cdot06659 \quad +9_n\cdot02036 \quad +8\cdot25285\,d\omega' +1_n\cdot35773\,d\Omega' + 2\cdot01061\,\frac{di'}{10} = 1\cdot83192$$

Diese Gleichungen geben aufgelöst folgende Werthe für die Unbekannten

$$\begin{aligned} dM &= -\ 59''98 \\ d\mu &= -\ 0\cdot48961 \\ d\varphi &= +\ 11\cdot03 \\ d\omega' &= +\ 3\cdot66 \\ d\Omega' &= +\ 0\cdot11 \\ di' &= +\ 13\cdot74 \end{aligned}$$

Das zugehörige Elementensystem ist

Oscul. u. Epoche = 28·0 Mai 1862, mittl. Berl. Zeit,

$$\left.\begin{aligned} M &= 130^\circ\ 3'\ 11''22 \\ \pi' &= 60\ 39\ 19\cdot23 \\ \Omega' &= 0\ 43\ 25\cdot38 \\ i' &= 25\ 50\ 37\cdot14 \end{aligned}\right\}\ \text{mittl. Äquator 1862·0,}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 2\ 21\ 3\cdot03 \\ \mu &= 813''47949, \end{aligned}$$

welches die Orte darstellt $(B-R)$

	$d\alpha$	$d\delta$
1	+ 2″6	+ 0·7
2	— 0·1	+ 0·8
3	— 0·7	+ 0·4
4	— 0·5	+ 0·6
5	+ 1·3	— 3·2
6	+ 2·8	— 3·0
7	— 1·9	+ 7·9

Die Darstellung der letzten Declination befriedigt, wie zu erwarten war, nicht, und wenn ich auch meiner Declinationsbestim-

mung des Sternes l' kein zu grosses Gewicht beimesse, so liegt doch der Fehler ausserhalb der Unsicherheit meiner Bestimmung. Es dürfte vielleicht daher die Vermuthung gerechtfertigt sein, dass bei der Beobachtung in Cambridge ein Fehler vorgefallen ist; möglicherweise wurde bei der Declinationsbestimmung um einen Schraubengang gefehlt, der, wenn ich eine Bemerkung in den Annalen des Harvard College richtig hierher beziehe, 9"8 beträgt. Doch scheint mir diese Hypothese nicht wahrscheinlich genug, um darauf eine Rechnung zu gründen; ich habe daher in der folgenden Auflösung diese Declination ausgeschlossen, und erhielt aus den übrigen 13 Gleichungen unter Rücksichtnahme auf Gewicht folgende sechs Normalgleichungen

$$1\cdot44338\,dM + 1_n30770\,100\,d\mu + 1\cdot69528\,d\varphi + 1\cdot47454\,d\omega' + 1\cdot41674\,d\Omega' + 0_n02592\,\frac{di'}{10} = 1_n00991$$

$$1_n30770 + 1\cdot17759 + 1_n56059 + 1_n33928\,d\omega' + 1_n28654\,d\Omega' + 0\cdot18347\,\frac{di'}{10} = 9_n70851$$

$$1\cdot69528 + 1_n56059 + 1\cdot94736 + 1\cdot72659\,d\omega' + 1\cdot66935\,d\Omega' + 0_n32552\,\frac{di'}{10} = 1_n16542$$

$$1\cdot47454 + 1_n33928 + 1\cdot72659 + 1\cdot51185\,d\omega' + 1\cdot45089\,d\Omega' + 0_n11916\,\frac{di'}{10} = 0_n92100$$

$$1\cdot41674 + 1_n28654 + 1\cdot66935 + 1\cdot45089\,d\omega' + 1\cdot48446\,d\Omega' + 1_n35794\,\frac{di'}{10} = 1_n45256$$

$$0_n02592 + 0\cdot18347 + 0_n32552 + 0_n11916\,d\omega' + 1_n35794\,d\Omega' + 1\cdot96415\,\frac{di'}{10} = 2\cdot04209$$

Darnach werden die Verbesserungen der Elemente

$$dM = -1'\ 1''91$$
$$d\mu = -\ 0\cdot39694$$
$$d\varphi = +14\cdot25$$
$$d\omega' = +\ 2\cdot27$$
$$d\Omega' = +5\cdot02$$
$$di' = +27\cdot42$$

und die Elemente selbst, die wie die Vorausgehenden auf dieselbe Epoche bezogen sind.

11*

$$
\begin{aligned}
M &= 130^\circ\ 3'\ 9''29 \\
\pi' &= \ \ 60\ 39\ 22{\cdot}75 \\
\Omega' &= \ \ \ \ 0\ 43\ 30{\cdot}29 \\
i' &= \ \ 25\ 50\ 50{\cdot}82 \\
\varphi &= \ \ \ \ 2\ 21\ \ 6{\cdot}25 \\
\mu &= 813''57216 \\
\log a &= 0{\cdot}4264070,
\end{aligned}
\quad \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{mittl. Äquator } 1862{\cdot}0,
$$

welches die Orte darstellt zu Folge:

	Differentialformeln		directer Rechnung	
	$d\alpha$	$d\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
1.	+1·6	−1·3	+1·6	−1·3
2.	−0·2	+0·1	−0·3	+0·1
3.	−0·6	+0·2	−0·6	+0·2
4.	−0·3	+1·4	−0·4	+1·3
5.	+1·3	−1·5	+1·3	−1·5
6.	+2·2	+0·2	+2·1	+0·2
7.	−3·1	+2·1 (+11''9)	−3·2	+2·1 (+1''19)

Der bei der letzten Differenz in Declination eingeklammerte Werth ist die wahre Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung, während die ausser den Klammern stehende Zahl mit Rücksicht auf die oben aufgestellte Hypothese angesetzt ist. Ich erwähne jedoch nochmals, dass bei der Ableitung dieser Elemente weder der eine noch der andere Werth der letzten Declination angenommen wurde, sondern die Rechnung unabhängig von dieser Coordinate ausgeführt wurde.

Ausserdem zeigt es sich, dass die Elemente sich durch Ausserachtlassung der letzten Declination nicht wesentlich geändert haben, denn die Differenzen zwischen den zwei Elementensystemen sind verhältnissmässig gering, nämlich:

$$
\begin{aligned}
dM - dM_0 &= +\ \ 1''93 \\
d\pi' - d\pi'_0 &= -\ \ 3{\cdot}52 \\
d\Omega' - d\Omega'_0 &= -\ \ 4{\cdot}91 \\
di' - di'_0 &= -13{\cdot}68 \\
d\varphi - d\varphi_0 &= -\ \ 3{\cdot}22 \\
d\mu - d\mu_0 &= -\ \ 0{\cdot}09267.
\end{aligned}
$$

Ich habe nun für die weiteren Rechnungen das zweite Elementensystem, das mir mehr Vertrauen als das erste zu verdienen

scheint, gewählt, und erhielt durch Übertragung desselben auf die Ekliptik, wobei das mittlere Äquinoctium, der Osculationspunkt und die Epoche auf den 28·0 Mai 1862 mittl. Berl. Zeit bezogen ist, nach Abkürzung der Hunderttheile der Bogensecunde folgende Werthe:

Clytia (73)

$$
\begin{aligned}
L &= 190°38'55''0 + 50''24\,t \\
M &= 130\ \ 3\ \ 9\cdot 3 \\
\pi &= 60\ 35\ 45\cdot 7 + 50\cdot 24\,t \\
\Omega &= 7\ 32\ 48\cdot 3 + 47\cdot 53\,t \\
i &= 2\ 24\ 33\cdot 7 + \ 0\cdot 46\,t \\
\varphi &= 2\ 21\ \ 6\cdot 2 \\
\mu &= 813\cdot 57216 \\
\log a &= 0\cdot 4264070.
\end{aligned}
$$

Um nun für die kommende dritte Opposition den Ort des Planeten so sicher als möglich zu erhalten, wurden die Störungen, die Clytia durch Jupiter erfahren hat, in Rechnung gezogen; ich habe die Methode der Variation der Constanten eingeschlagen, und erhielt folgende numerische Werthe der Differentialquotienten der Elementenstörungen.

Datum	$40\,di$	$40\,d\Omega$	$40\,d\pi$	$40\,d\varphi$	$1600\,d\mu$	$40\,dL$
1862 Jänn. 8	−0''324	+3''416	+285''66	+19''440	−2''0601	−42·968
Febr. 10	−0·482	+3·087	+127·59	+21·665	+0·3489	−44·740
März 29	−0·604	+1·599	− 18·12	+24·080	+2·6472	−41·980
Mai 8	−0·664	−0·637	−120·17	+25·956	+4·4095	−35·584
Juni 17	−0·655	−2·988	−168·00	+26·737	+5·4408	−27·316
Juli 27	−0·592	−4·943	−170·26	+26·192	+5·7750	−18·798
Sept. 5	−0·497	−6·223	−144·53	+24·487	+5·5840	−11·149
Oct. 15	−0·390	−6·779	−107·37	+21·932	+5·0540	− 4·865
Nov. 24	−0·286	−6·695	− 71·04	+18·894	+4·3447	− 0·034
1863 Jänn. 3	−0·195	−6·117	− 42·45	+15·696	+3·5668	+ 3·466
Febr. 12	−0·120	−5·199	− 24·68	+12·579	+2·7895	+ 5·839
März 24	−0·064	−4·078	− 18·17	+ 9·708	+2·0506	+ 7·305
Mai 3	−0·026	−2·869	− 21·88	+ 7·190	+1·3699	+ 8·052
Juni 12	−0·004	−1·671	− 33·76	+ 5·097	+0·7580	+ 8·235
Juli 22	+0·002	−0·558	− 51·61	+ 3·451	+0·2165	+ 7·981
Aug. 31	−0·004	+0·413	− 73·10	+ 2·251	−0·2557	+ 7·390
Oct. 10	−0·020	+1·196	− 95·80	+ 1·477	−0·6590	+ 6·545
Nov. 19	−0·044	+1·761	−117·69	+ 1·089	−0·9959	+ 5·510
Dec. 29	−0·073	+2·092	−137·06	+ 1·030	−1·2701	+ 4·338

Datum	40 di	40 $d\Omega$	40 $d\pi$	40 $d\varphi$	1600 $d\mu$	40 dL
1864 Febr. 7	—0·104	+2·182	—152·49	+ 1·233	—1·4819	+ 3·073
März 18	—0·135	+2·036	—162·90	+ 1·623	—1·6336	+ 1·757
April 27	—0·163	+1·670	—167·86	+ 2·121	—1·7274	+ 0·421
Juni 6	—0·188	+1·110	—167·34	+ 2·646	—1·7643	— 0·901
Juli 16	—0·206	+0·389	—161·87	+ 3·128	—1·7471	— 2·183
Aug. 25	—0·217	—0·451	—152·41	+ 3·501	—1·6781	— 3·399
Oct. 4	—0·220	—1·364	—140·22	+ 3·720	—1·5601	— 4·524
Nov. 13	—0·214	—2·298	—126·99	+ 3·761	—1·3984	— 5·540
Dec. 23	—0·200	—3·206	—114·32	+ 3·620	—1·1975	— 6·427
1865 Febr. 1	—0·177	—4·037	—103·78	+ 3·315	—0·9631	— 7·170

Bei diesen Werthen sind nur die Glieder berücksichtigt, die von der ersten Potenz der Jupitermasse abhängen.

Überträgt man nun die zuletzt angeführten Elemente, die am 28·0 Mai 1862 osculiren, auf solche, die Oct. 4, 1864 osculiren, so erhält man zunächst durch Integration obiger Werthe

$$\begin{aligned}
\Delta i &= -\ 4''09 \\
\Delta\Omega &= -36\cdot23 \\
d\pi &= -38'31''47 \\
d\varphi &= +\ 3\ 13\cdot88 \\
d\mu &= +\ 0''57255 \\
dL &= -\ 1\cdot26 \\
\iint\frac{d\mu}{dt}\,dt^2 &= +\ 9'56''97
\end{aligned}
\Bigg\}\ +\ 9'55''71.$$

Berücksichtigt man diese Störungswerthe, und führt noch ausserdem die Reduction auf das mittlere Äquinoctium 1864·0 aus, so wird man zu folgenden Elementen geführt:

Epoche u. Osculatpkt. = 4. Oct 1864, mittl. Berl. Zeit,

$$\begin{aligned}
M &= 325^\circ12'48''6 \\
\pi &= \ \ 59\ 58\ 34\cdot4 \\
\Omega &= \ \ \ 7\ 33\ 28\cdot0 \\
i &= \ \ \ 2\ 24\ 30\cdot3 \\
\varphi &= \ \ \ 2\ 24\ 20\cdot1 \\
\mu &= 814''1447 \\
\log a &= 0\cdot426203
\end{aligned}$$

(π, Ω, i: m. Äquinoctium 1864·0.)

Folgende Angaben über die Helligkeit des Planeten habe ich den Angaben der Beobachter entnommen und auf die mittlere Oppositionshelligkeit reducirt.

Beobachter	Datum	Geschätzte Grösse	Mittl. *Mg.*
Bond . . .	1862. April 7	12·0	11·8
C. H. F. Peters	„ „ 25	12·7	12·3
„	„ „ 29	13·0	12·6
„	„ Mai 2	13·0	12·6
„	„ „ 28	13·7	13·0

Daraus würde die mittlere Oppositionshelligkeit folgen:

$$Mg = 12{\cdot}5.$$

Berücksichtigt man jedoch, dass die Helligkeitsangaben über die Planeten in Amerika meist von den europäischen Schätzungen in dem Sinne differiren, dass in Europa um etwa $^1/_2$ Grössenclasse heller geschätzt wird, so wird man für *Mg* den Werth 12·0 annehmen können, um die Übereinstimmung herzustellen. In Folge der sehr kleinen Excentricität wird sich die wahre Oppositionshelligkeit nie viel von der mittleren unterscheiden.

Mit den für 4. October 1864 osculirenden Elementen wurde die folgende Ephemeride berechnet; um jedoch das Nachsuchen nach dem Planeten zu erleichtern, wurden ausserdem zwei hypothetische Ephemeriden gerechnet, bei denen die mittlere Anomalie um die achtfache tägliche siderische Bewegung vermindert und vermehrt wurde; die Überschrift zeigt bei jeder Ephemeride an, welcher Werth der mittleren Anomalie in Anwendung kam. Zur Berechnung der rechtwinkeligen Äquatorconstanten wurde benützt:

$$x = 0{\cdot}42591 \sin(E + 149°56'87) - 0{\cdot}05604$$
$$y = 0{\cdot}38034 \sin(E + 60\ \ 8{\cdot}69) - 0{\cdot}08739$$
$$z = 0{\cdot}06555 \sin(E + 59\ \ 20{\cdot}28) - 0{\cdot}04199$$

Die Angaben gelten für 12^h mittl. Berliner Zeit.

1864		$M=M_0-8\mu$		$M=M_0$			$M=M_0+8\mu$	
		α	δ	α	δ	log Δ	α	δ
August	24	1ʰ51ᵐ12ˢ	+11°37'7	2ʰ 0ᵐ28ˢ	+12°34'9	0·2873	2ʰ 9ᵐ40ˢ	+13°30'3
	25			0 38	36·7			
	26			0 46	38·4			
	27			0 53	40·0			
	28	51 25	42·7	0 58	41·4	0·2772	10 25	38·0
	29			1 1	42·7			
	30			1 3	43·9			
	31			1 3	45·0			
September	1	51 14	45·6	1 2	45·9	0·2674	10 46	43·9
	2			0 59	46·7			
	3			0 55	47·4			
	4			0 49	47·9			
	5	50 37	46·4	0 41	48·3	0·2578	10 42	47·8
	6			0 32	48·6			
	7			0 21	48·7			
	8			2 0 9	48·7			
	9	49 35	44·9	1 59 55	48·5	0·2486	10 13	49·7
	10			59 39	48·2			
	11			59 22	47·8			
	12			59 3	47·3			
	13	48 8	41·1	58 43	46·6	0·2398	9 17	49·5
	14			58 21	45·8			
	15			57 58	44·9			
	16			57 33	43·8			
	17	1ʰ46ᵐ16ˢ	+11°35'2	1ʰ57ᵐ 7ˢ	+12°42'5	0·2316	2ʰ 7ᵐ56ˢ	+13°47'1

1864	$M=M_0-8\mu$		$M=M_0$			$M=M_0+8\mu$	
	α	δ	α	δ	log Δ	α	δ
September 17	$1^{h}46^{m}16^{s}$	+11°35'2	$1^{h}57^{m}\ 7^{s}$	+12°42'5	0·2316	$2^{h}\ 7^{m}56^{s}$	+13°47'1
18			56 39	41·1			
19			56 10	39·6			
20			55 39	38·0			
21	44 1	27·2	55 6	36·2	0·2241	6 10	42·6
22			54 33	34·3			
23			53 58	32·2			
24			53 22	30·0			
25	41 26	17·2	52 44	27·6	0·2174	4 0	36·1
26			52 5	25·4			
27			51 25	22·9			
28			50 43	20·3			
29	38 32	+11 5·3	50 0	17·5	0·2115	2 1 28	27·5
30			49 16	14·6			
October 1			48 31	11·7			
2			47 45	8·6			
3	35 32	+10 51·8	46 58	5·5	0·2066	1 58 36	16·9
4			46 10	+12 2·2			
5			45 22	+11 59·9			
6			44 32	56·4			
7	32 0	36·8	43 42	51·8	0·2028	55 27	+13 4·6
8			42 51	48·1			
9			42 0	44·4			
10			41 8	40·6			
11	$1^{h}28^{m}29^{s}$	+10°20'8	$1^{h}40^{m}15^{s}$	+11°36'8	0·2001	$1^{h}52^{m}\ 6^{s}$	+12°50'8

1864		$M=M_0-8\mu$		$M=M_0$			$M=M_0+8\mu$	
		α	δ	α	δ	log Δ	α	δ
October	11	$1^h28^m29^s$	$+10°20'8$	$2^h40^m15^s$	$+12°36'8$	0·2001	$1^h52^m\ 6^s$	$+12°50'8$
	12			39 22	32·9			
	13			38 29	28·9			
	14			37 35	24·9			
	15	24 55	+10 4·0	36 41	20·8	0·1986	48 35	35·8
	16			35 47	16·7			
	17			34 53	12·5			
	18			33 59	8·3			
	19	21 21	+ 9 46·9	33 5	+11 4·1	0·1984	44 58	19·8
	20			32 11	+10 59·9			
	21			31 18	55·6			
	22			30 24	51·3			
	23	17 51	29·8	29 31	47·1	0·1994	41 20	+12 3·3
	24			28 38	42·9			
	25			27 45	38·7			
	26			26 53	34·5			
	27	14 30	+ 9 13·1	26 2	30·3	0·2015	37 46	+11 46·6
	28			25 11	26·1			
	29			24 21	22·0			
	30			23 32	18·0			
	31	11 22	+ 8 57·3	22 44	14·0	0·2048	34 19	30·2
November	1			21 57	10·1			
	3			21 10	6·2			
	2			20 25	+10 2·4			
	4	$1^h\ 8^m29^s$	$+\ 8°42'7$	$2^h19^m40^s$	$+\ 9°58'7$	0·2093	$1^h31^m\ 4^s$	$+11°14'4$

1864	$M=M_0-8\mu$		$M=M_0$			$M=M_0+8\mu$	
	α	δ	α	δ	log Δ	α	δ
November 4	1ʰ 8ᵐ29ˢ	+ 8°42'7	2ʰ19ᵐ40ˢ	+ 9°58'7	0·2093	1ʰ31ᵐ 4ˢ	+11°14'4
5			18 57	55·1			
6			18 15	51·6			
7			17 34	48·2			
8	5 56	29·7	16 54	44·8	0·2148	28 6	+10 59·6
9			16 16	41·6			
10			15 39	38·4			
11			15 3	35·4			
12	3 45	18·6	14 28	32·4	0·2213	25 26	46·3
13			13 55	29·6			
14			13 23	26·9			
15			12 53	24·3			
16	1 57	9·6	12 24	21·8	0·2286	23 8	34·6
17			11 57	19·5			
18			11 31	17·4			
19			11 7	15·4			
20	1 0 33	+ 8 2·7	10 44	13·6	0·2366	21 12	24·7
21			10 23	12·1			
22			10 3	10·7			
23			9 45	9·5			
24	0 59 35	+ 7 58·2	9 29	8·5	0·2452	19 41	16·9
25			9 15	7·8			
26			9 2	7·2			
27			8 51	6·8			
28	0ʰ59ᵐ 2ˢ	+ 7°56'2	1ʰ 8ᵐ42ˢ	+ 9° 6'6	0·2544	1ʰ18ᵐ36ˢ	+10°11'5

☍ October 18, Helligkeit = 11·8 Mag., Lichtstärke = 1·2.

XVIII. SITZUNG VOM 14. JULI 1864.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Ein Mannaregen bei Charput in Klein-Asien im März 1864", von Herrn Hofrathe W. Haidinger.

„Über die Constitution des Caffeïn und Theobromin", nebst einer „vorläufigen Notiz über den Gerbstoff von *Aesculus Hippocastanum L.*", von Herrn Prof. Fr. Rochleder in Prag.

„Über die successiven Veränderungen, welche elektrische Schläge an den rothen Blutkörperchen hervorbringen", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. Alex. Rollett in Graz.

„Über specifische Wärme, die innere Arbeit und das Dulong-Petit'sche Gesetz", von Herrn Dr. S. Šubic.

Herr Prof. Brücke legt eine Abhandlung: „Die Intercellularräume des Gelenkwulstes der *Mimosa pudica*" vor.

Das c. M. Herr Prof. K. Wedl überreicht eine Abhandlung über einen im Zahnbein und Knochen keimenden Pilz".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna: Memoire. Serie II, Tomo III, Fasc. 3. Bologna, 1864; 8°. — Rendiconto. Anno accademico 1863—1864. Bologna, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1478—1480. Altona, 1864; 4°.

Comptes rendus de séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII. Nr. 25. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 1re Livraison. Paris, 1864; 8°.

Istituto, Reale, Lombardo di Scienze e Lettere: Memorie. Vol. IX. (III della Serie II.) Fasc. V. Milano, 1864; 4°. — Rendiconti: Classe di Lettere e Scienze morali e politiche. Vol. I, Fasc. 1—4; Classe di Scienze matematiche e naturali Vol. I, Fasc. 3—5. Milano, 1864; 8°. — Annuario 1864. Milano; 12°.

— I. R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo IX. Serie IIIa. Disp. 5a — 7a. Venezia, 1863—1864; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrgang. Nr. 20. Wien, 1864; 4°.

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. XIV. Jahrg. Juni 1864. Prag; 8°.

Maatschappij der Wetenschappen, Hollandsche: Natuurkundige Verhandelingen. XVIII. Deel. Haarlem, 1863; 4°.

Mondes. 2e Année, Tome V, 10e Livraison. Paris, Leipzig, Tournai, 1864; 8°.

Programm des Gymnasiums A. C. zu Hermannstadt für das Schuljahr 1862/3. Hermannstadt, 1863; 4°.

— des evang. Gymnasiums A. B. zu Mediasch für das Schuljahr 1862/3. Hermannstadt, 1863; 8°.

— des evang. Untergymnasiums in Mühlbach am Schlusse des Schuljahres 1862/3. Hermannstadt, 1863; 4°.

Protokoll über die Verhandlungen der 38. Generalversammlung der Actionäre der k. k. a. pr. Kaiser Ferdinands-Nordbahn. Wien, 1864; 4°.

Reader. Nr. 80. Vol. IV. London, 1864; Folio.

Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg: Jahreshefte. XIX. Jahrg. 2. und 3. Heft; XX. Jahrg. 1. Heft. Stuttgart, 1863 & 1864; 8°.

— für siebenbürgische Landeskunde: Archiv. N. F. VI. Bd. 1.&2. Heft, 1863 & 1864; 8°. — Jahresbericht für 1862 bis 1863. Hermannstadt, 1863; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 29. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrg. Nr. 18. Gratz, 1864; 4°.

Ein Mannaregen bei Karput in Klein-Asien im März 1864.

Bericht von dem w. M. W. Haidinger.

Zu grossem Danke bin ich wohl unserem so hochverdienten Collegen aus der philosophisch-historischen Classe verpflichtet, Seiner Excellenz dem Herrn k. k. Internuntius in Constantinopel, Freiherrn von Prokesch-Osten, für die freundliche Mittheilung einer Partie von etwa einem Pfunde Wiener Gewicht eines „Manna", welches in der Gegend nordwestlich von Diarbekir in Klein-Asien im März des gegenwärtigen Jahres gefallen war. Dasselbe kam mir unter freundlicher Vermittlung des hohen k. k. Ministeriums des Äussern zu und war von folgender Erläuterung, vom 27. Juni datirt, begleitet:

„Im März d. J. hat sich in Karput [1]) im kurdischen Gebirge der Provinz Diarbekir ein Phänomen wiederholt, das wenigstens seltsam ist, ein Mannafall. Auf die erste Nachricht davon, der einige Körner beilagen, wandte ich mich an die stets gefällige Pforte und durch ihre Vermittlung erhielt ich so eben den in Übersetzung beiliegenden Bericht mit einer genügenden Menge der Körner, die mir eine Untersuchung zu verdienen scheinen. Ich schliesse davon ein kleines Kistchen voll bei. Da dieser Mannafall mit Getreidemangel zusammenfiel, so ging aus Ursachen, die der Bericht des Gouverneurs angibt, der Kilo Weizen von 120 Piaster auf 80 herunter. Die Türken nennen dieses Manna Kudret boghdasi, das Wundergetreide und erzählen mehrere solche Fälle. Die Leute mahlen es wie anderes Getreide und finden es nährend und wohlschmeckend. Hier hat man die Meinung, dass es eine Frucht sei, die der Sturm aufwühlt und mit sich auf ferne Strecken trägt."

---

[1]) Der Name findet sich auf den Karten verschieden geschrieben, Karput, Charput, Harput. Ich glaube die Form wählen zu dürfen, wie sie hier in dem Schreiben des Freiherrn v. Prokesch vorliegt.

Folgendes war die Beilage:

„Übersetzung eines Berichtes der Statthalterei von Karput an den Gross-Vezier:

Am 12. Zilhidsche 1280.
17. Mai 1864.

„Mit hohem Telegramme vom 4. Mai l. J. haben mir Euer Hoheit mitzutheilen geruht, es sei zu Hochdero Kenntniss gekommen, dass in dieser Landschaft Getreide vom Himmel gefallen und in Folge dessen die Getreidepreise bedeutend gesunken seien. Euer Hoheit ertheilten mir gleichzeitig auf Grundlage einer bezüglichen Beschlussfassung des obersten Reichsrathes den Auftrag, eine Quantität dieses Getreides im Postwege einzuschicken und Anzeige zu erstatten, was hierorts über diesen Getreidefall bekannt geworden sei, so wie den Grad des hieraus entstandenen Nutzens anzugeben.

In gehorsamer Befolgung dieses hohen Auftrages überschicke ich durch die Post, in einem Behältnisse aus Blech verwahrt, eine Quantität dieses Getreides.

Was die näheren Umstände dieses Vorfalles anbelangt, so erlaube ich mir hierüber Folgendes zu berichten:

Dieses Getreide ist vor anderthalb Monaten während eines Regengusses bei dem Orte Schehid Duzi, östlich von Harput zur Erde gefallen und einige Leute haben von drei bis fünf Oka davon eingesammelt. Später ist derlei Frucht auch in der Nähe von Malatia niedergegangen. Die Menge des Getreides ist wohl an sich unbedeutend, aber man hat von Alters her die Beobachtung gemacht, dass sich in Jahren der Dürre, wie wir deren hier hatten, auf einen Fruchtsegen in den kommenden Jahren schliessen lasse, wenn ein derartiger Fruchtregen niedergeht.

Die Einwohner sind daher in dankbarer Stimmung, die Getreidewucherer andererseits, durch frühere Erfahrungen gewitzigt, kommen mit ihren Getreidevorräthen hervor und so hat dieser Vorfall die Getreidepreise bedeutend sinken gemacht.

Wir haben auch, Gott sei Dank, bereits wiederholten ausgiebigen Regen gehabt und an den meisten Saaten lassen sich die Wirkungen des Getreidesegens beobachten.

Geruhen Euer Hoheit u. s. w.“

Der Gegenstand selbst gehört dem Pflanzenreiche an. Der erste Gedanke war, denselben zur freundlichen Berichterstattung einem

wirklichen Botaniker aus unserem Kreise zu übergeben. Indessen blieb mir doch stets persönlich die Pflicht, für sein freundliches Wohlwollen meinen Dank dem hochverehrten Geber in voller akademischer Sitzung darzubringen. Dann auch erinnerte ich mich eines über ein ähnliches Ereigniss erstatteten Berichtes meines hochverehrten Freundes Siegfried Reissek, den ich selbst in einem naturwissenschaftlichen Sammelwerke — dem ersten Bande der „Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien, gesammelt und herausgegeben von Wilhelm Haidinger" — für wissenschaftliche Bibliotheken zur Vergleichung bewahrt und den ich doch noch vor der heutigen Vorlage vergleichen musste.

Durch freundliche Vermittlung von Herrn A. Senoner, welcher sogleich, nachdem ich die Gegenstände erhalten, einen Theil in das k. k. botanische Museum zu bringen übernahm, theilte unser hochverehrtes correspondirendes Mitglied, Herr Dr. Theodor Kotschy, auch noch den 15. Band, 2. Abtheilung, der Verhandlungen (Nova Acta) der kaiserlichen Leopoldinisch-Carolinischen Akademie der Naturforscher, Breslau und Bonn 1831, zur Vergleichung mit, in welchem sich die von Reissek erwähnte Abhandlung, Seite 351, findet: *Eduardi Eversmanni, D., Professoris Casaniensis, A. C. N. C. S., in Lichenem esculentum Pallasii et species consimiles adversaria. Cum tabula lapidi incisa et vivis coloribus picta.* (Acad. trad. die VIII. Mart. a. MDCCCXXV.) Mit einem Nachtrage von Dr. Fr. L. Nees von Esenbeck, M. d. A. d. N.

Eine Abhandlung aus den Berichten war zuerst in der Edlen v. Ghelen'schen Wiener Zeitung am 7. März erschienen unter dem Titel: „Über die Natur des kürzlich in Klein-Asien vom Himmel gefallenen Manna. Von Dr. Siegfried Reissek"; eben daselbst am 5. April ein Nachtrag: „Über den Mannaregen". Ich darf wohl im Ganzen diese wichtigen Mittheilungen der Aufmerksamkeit theilnehmender Freunde empfehlen. Aber die Erscheinung dieser Art von Mannaregen ist doch, wenn auch nicht ganz aussergewöhnlich, doch jedenfalls so sehr auf gewisse Örtlichkeiten und Oberflächenverhältnisse beschränkt und es sind die eintretenden Fälle durch Zwischenräume oft von vielen Jahren so sehr getrennt, dass die schon sicher gewonnene Kenntniss oft nicht mehr frisch die Erinnerung fesselt. Für Viele ist die Erscheinung etwas ganz Neues. So bietet sich denn immer Veranlassung auf früheres zurückzukommen.

Auch das von Freiherrn v. Prokesch-Osten übersandte Manna von Karput besteht aus rundlichen, mehr oder weniger Maulbeeren-, Erdbeeren- oder Himbeerentheilen ähnlichen Körnern einer Flechte, der *Parmelia (Lecanora) esculenta Pallas*, von blass gelblich-grauer Oberfläche, die grössten bis ³/₄ Zoll lang, ¹/₂ Zoll breit und dick (18 Millim. gegen 13 Millim.), doch die Mehrzahl kleiner. Sie schneiden sich mit einem scharfen Messer ganz leicht durch und erscheinen im Innern mehlig und vollkommen weiss, höchstens mit einem schwach gelblichen Stiche. Es stimmt im Allgemeinen gut überein mit der von Eversmann gegebenen Beschreibung und Abbildungen, doch beabsichtige ich, was mir zur Verfügung steht, möglichst in der Art zu vertheilen, dass es weiterer wissenschaftlicher Forschung dargebracht wird, in erster Linie unserem hochgeehrten Collegen, meinem trefflichen, in unseren Vorbereitungen für die Martius-Medaille mir innigst verbündetem Freunde, Herrn Director Fenzl und dem k. k. botanischen Museum und sonstigen Forschern, namentlich durch die k. k. zoologisch-botanische Gesellschaft. Doch wünschte ich auch einige Bemerkungen nicht mit Stillschweigen zu übergehen, welche sich mir in der Zwischenzeit darboten.

Eversmann [1]) gab sich alle Mühe, Stücke zu finden, welche an anderweitige Körper angewachsen gewesen wären, aber umsonst. Er sah sehr viele von der Grösse eines Sandkornes, aber immer frei, ohne Verbindung mit einem anderen Körper. Er setzte nun voraus, dass vielleicht der erste Keim sich an ein ganz kleines Sandkörnchen ansetzte und dies sodann einschliesse. Aber auch diese Voraussetzung wurde durch die Untersuchung der kleinsten Exemplare nicht bestätigt, keines zeigte eine Spur eines solchen Sandkörnchens, woraus man geneigt sein würde, zu schliessen, dass schon jeder erste Keim dieser Flechte von allem Anfange nach allen Richtungen sich ausgedehnt und dass er seine Nahrung nur aus der umgebenden Luft aufgenommen habe.

---

[1]) Pag. 353. Maximam operam dedi, ut exempla invenirem corporibus aliquibus adnata sed frustra laborem impendi. Complura vidi magnitudine grani arenae, sed semper libera ea et absque ullo cum alio quopiam corpore nexu. Igitur nunc Lichenem circum arenulam forsan a primo initio germinare eamque includere suspicabar; neque haec opinio investigatione minimorum exemplorum, quae cuncta nullum ejusmodi arenulae vestigium ostendebant, confirmabatur, unde animus inclinatur ut primum hujus Lichenis germen jam ab origine in omnes partes se extendere et nutritionem suam non nisi ex aere ambiente haurire, mihi persuadeam.

Das Manna von Karput zeigt in dieser Beziehung einige Abweichung. Es ist wahr, man kann sehr viele der einzelnen Körner zerschneiden, ohne einen festen Kern als Unterlage zu treffen. Eversmann hat auf Taf. LXXVIII, Bd. einen solchen Durchschnitt etwas vergrössert ganz naturgetreu abgebildet. Die Figur erinnert an Durchschnitte der Nulliporen aus unserem Leithagebirge, von welchen ich autotype Darstellungen im VI. Bande der Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften gab, damals von dem Gesichtspunkte ausgehend, dass ihre Formbildung gänzlich unorganischer Natur sei, was später von unserem hochgeehrten Collegen, Herrn Professor Unger als Wirkung organischer und namentlich vegetabilischer Kräfte nachwies. Aber eben zwischen jenen auseinander laufenden Zweigen trifft man stets feinen Sand, der wohl hingereicht haben mag, als Grundlage einem Keime zu dienen.

Aber mehr noch als das. Eine vorläufige Schau über zwei Drittel der erhaltenen Menge, ein Drittel etwa hatte ich bereits weggeschickt, traf ich einige und zwanzig Stücke, namentlich der grösseren, welche sich durch eine mehr eckige, kantige Form von den mehr rundlichen unterscheiden, welche einen wahren Stein im Innern hatten, einen solchen auch wohl nur unvollständig überkleideten, an einer Seite wohl gänzlich freiliessen, dass die Oberfläche des Steines auch die des Kornes war. Einer derselben, den ich entzwei schlug, ist ganz frischer Granit, einen Viertelzoll (6 Millimeter) in jeder Richtung, die Rinde, aus etwa einen Millimeter grossen und vielleicht nur halb so dicken an einander schliessenden Körnchen bedeckt, die Quarz- und Orthoklas-Individuen sind ganz ansehnlich drei bis vier Millimeter dick. Der Granit ist aber kein Geschiebe, sondern ein eckiges Bruchstück nach allen Richtungen mit scharfen, nicht abgerundeten Kanten. Ein anderes Stück dieser Art hatte zur Masse feinkörnigen Kalkstein, heftig in Säuren brausend, ein anderes wieder feinkörnigen Quarz-Sandstein, andere mögen noch den verschiedensten Gebirgsarten angehören. Eine umfassendere Untersuchung würde für den Augenblick zu viele Zeit in Anspruch genommen haben, wo ich mich verpflichtet fühlte, rasch für die Mittheilungen vorzubereiten. So viel ist augenscheinlich, diese Mannaflechte stimmt mit anderen Flechten, wie sie Steine überkleiden, wohl ebenfalls überein, wo sich ein solcher Anhaltspunkt bietet.

Dagegen ist aber nun die Thatsache auf einer andern Seite wieder etwas auffallender. Bei der leichten Flechte ist man gerne bereit zuzugeben, dass sie durch einen Sturm, vielleicht erst durch einen cyklonenartigen Wirbel erhoben und sodann weit weg fortgeführt werde.

Einige Stücke der Flechte schwimmen auf Wasser, eines derselben lag bei einem Versuche nach 12 Stunden, von 10 Uhr Früh bis 10 Uhr Abends, noch schwimmend auf der Oberfläche. Um 5 Uhr Früh war es gesunken, aber sichtlich die eine Hälfte leichter als die andere. Ich zertheilte sie nun und die leichte schwamm wieder an der Oberfläche, doch lag auch sie vollgesogen um 11 Uhr auf dem Grunde des Glases. Mehrere Stücke aber fielen gleich zu Boden, welche etwa einen Steinkern oder doch viel Sand in den Zwischenräumen enthielten.

Nebst den ganz leichten Stücken muss aber nun bei dem Falle von Karput auch das schwerere von dem Sturme mit fortgerissen worden sein. Mehrere der überrindeten Steinchen wogen im Durchschnitte über ein halbes Gramm ($^1/_{32}$ Loth).

Aber es wird dann natürlich zu fragen, woher diese Massen der Flechte gekommen sind. Pallas, Eversmann fanden sie reichlich in den kirghisischen Steppen, namentlich den Montibus Mugosaricis (Muchadschar der Karten) bis zum Embafluss. Von dort bis nach Diarbekir ist eine Entfernung von etwa 280 geographischen Meilen. In dieser Voraussetzung müsste der Strich des Sturmes von Nordost gegen Südwest gerichtet gewesen sein. Fiel das Manna bei Karput mit Ostwind, so wäre eine mögliche ursprüngliche Fundstätte die grosse turkomanische Wüste im Süden des Chanats Khiwa, östlich vom südlichen Theile des Caspi-Sees und dann betrüge die Entfernung etwa 240 geographische Meilen. Ein „zerstörender Orkan“ (devastating hurricane) ist nach Rouse's anemometrischer Tabelle [1]) auf 100 englische Meilen die Stunde geschätzt, also in runder Summe etwa 20 deutsche. Er müsste, nachdem er einmal das Manna erfasst, doch etwa 12—14 Stunden in gleicher Strömung fortgedauert haben, was allerdings wohl innerhalb der

[1]) Report of the 10th. Meeting of the British Association etc. held at Southampton in Sept. 1846, London 1847, p. 344. — W. Haidinger. Über die Natur der Meteoriten u. s. w. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften math.-naturw. Classe, Band XLIII. Sitzung am 14. März 1861.

Grenzen liegt, welche man für eine solche doch immer ungewöhnliche Erscheinung voraussetzen könnte. Die Angaben des Ortes der Fälle von 1824, 1828, 1841, 1846 und 1864 liegen nahe in einer westöstlichen Linie, Wan, Karput, Malatia, Jenischehir. Persien wird nach Parrot von Reissek nur im Allgemeinen angeführt, Aderbidschan, Tabris läge allerdings auf derselben Linie. Gewiss wäre es höchst lohnend durch fortgesetzte Aufmerksamkeit ein umfassendes meteorologisches Bild der ganzen Erscheinung zu entwerfen. Vielleicht liegt Manches bereits vor, was mir in dem gegenwärtigen Augenblicke nicht aufzufinden möglich war.

Merkwürdig ist das von Nees in dem obigen Zusatze zu Eversmann's Abhandlung und nach ihm von Reissek angeführte Ergebniss der chemischen Analyse der von Parrot mitgebrachten persischen *Parmelia esculenta* durch Fr. Göbel [1]. Nicht Stärkemehl ist der weisse Körper, wie man auf den ersten Blick vermuthen möchte, wenn man von Vermahlen und Brotbacken hört, sondern zu 65·91 Pct. oxalsaurer Kalk und das Nährende würde vornehmlich auf den Gehalt von 23 Pct. Gallerte beruhen. Die übrigen Bestandtheile waren nach Göbel 1·73 in Äther auflösliches grünlichgelbes Chlorophyll enthaltendes Weichharz, von kratzendem Geschmack, 1·75 in Alkohol lösliches geruch- und geschmackloses Weichharz, 1 Pct. einer in Alkohol und Wasser löslichen, bitterlich schmeckenden Substanz, 2·50 Inulin, 3·25 Flechtensäure. (Verlust 0·84.)

Höchst anziehend, gerade zu diesem überraschend hohen Gehalte an oxalsaurem Kalke, kam mir, als ein in dem Augenblicke doppelt dankenswerthes Geschenk durch Herrn Prof. L. Radlkofer in München für Herrn Dr. Georg Holzner die Inaugural-Abhandlung des letzteren zu, in welcher derselbe in umfassender Weise die Krystalle in den Pflanzenzellen darlegt und den Nachweis liefert, dass sie sämmtlich oxalsaurer Kalk sind, aber theils dem quadratischen (pyramidalen), theils dem klinorhombischen (augitischen) Systeme angehören. Sie werden namentlich in den Rindengebilden verfolgt. Herr Dr. Holzner erwähnt keiner Untersuchungen an Flechten. Ich werde nicht verfehlen ihm eine Probe der Parmelia des neuen Falles von Karput mitzutheilen. Wohl dürfen wir fernere anziehende Mittheilungen von botanischen Freunden erwarten, wenn erst eines oder

---

[1]) Schweigger's Journal für Chemie und Physik 1830. Bd. 3, Heft 4, S. 393. Vermischte chemische Untersuchungen von Göbel in Dorpat.

das andere vertheilt sein wird. Herr Dr. Th. Kotschy, unser hochverehrtes correspondirendes Mitglied, theilt mit, dass er mit Eichenzweigen vom Atlas durch die Güte des General Jussuff vor zwei Jahren eine Flechte, ähnlich der asiatischen erhielt, welche *Chlorangium Jussuffii* genannt wird oder *Parmelia esculenta β Jussuffii* [1]).

Ein umfassendes Bild der geographischen Verbreitung dieser Flechte wäre gewiss sehr anziehend, nicht nur für ihren ursprünglichen Standpunkt, sondern auch für die durch Sturm-Meteore ausserordentliche Verbreitung, welche die Mannafälle bedingt. Ich musste mich in der gegenwärtigen raschen Anzeige der freundlichen Sendung meines hochverehrten Gönners Freiherrn v. Prokesch auf das Wenige beschränken, was in dem Augenblicke vorlag, hoffe aber dass sich an ferneren Untersuchungen manches werthvolle Ergebniss anschliessen wird.

---

1) In Peter von Tchihatcheff's *„Asie Mineure 3. Botanique II. S. 662"* finden sich folgende Angaben für *„Parmelia esculenta" Endl.* von Fundstätten: *„Agro Byzantino"* nach Rigler: „Die Türkei und ihre Bewohner", *Lycaonia planitiebus excelsis aridisque* nach Tchihatcheff's eigenen Beobachtungen, und *Sahara Algeriensi* nach E. Cosson in dem *Bulletin de la Société botanique IV. 473.*

Eine Angabe über die Häufigkeit des Vorkommens ist nicht beigefügt, doch würde allerdings aus den dürren Hochebenen Karamaniens die Entfernung bis Malatia und Karput 60—80 Meilen, und zwar mit Westsüdwest-Winden, eine wenigstens nähere Quelle zu der Erscheinung bezeichnen, als der Bezug aus dem viel entfernteren Osten oder Nordost.

Über das algierische Manna theilte Herr Hofrath L. Reichenbach von Dresden in einem Schreiben an Herrn A. Senoner einige Notizen freundlichst mit. Er hatte Proben derselben von dem damals in Algier stationirten Generalstabsarzt der französischen Armeen in Afrika Dr. Guyon erhalten, welcher über die Orte des Vorkommens in seinem Werke: *„Voyage d'Alger au Ziban l'ancienne Zebe, Alger 1852"* Nachricht gab. Die Beni M'zab hatten die Flechte mit Sand bereits 1835 nach Algier gebracht. Zehn Jahre später wurde sie durch eine unter den Befehlen des Herzogs von Aumale nach dem El Berda, und dem Teli, in der öden Gegend zwischen dem Djebel Dira und Djebel Amour marschirenden Armee-Colonne in grosser Menge angetroffen. In der Wildniss sind die Pferde, Kameele, Gazellen und andere Thiere lüstern nach dieser Flechte, auch der Mensch lässt sie sich gefallen, doch fielen die Versuche wirkliches Brot zu erzeugen, sogar mit Zusatz von Mehl, nicht hinlänglich günstig aus, um die grossen Hoffnungen zu erfüllen, welche man erst auf sie gesetzt hatte.

Dr. W. Nylander, nach Reichenbach der gegenwärtige classische und erste Schriftsteller über Flechten, citirt in seiner *Enumération générale des Lichens, avec l'Indication Sommaire de leur distribution géographique (Mém. de la Soc. Imp. des sciences naturelles de Cherbourg. V. 1857. Paris et Cherb. 1858, pag. 113)* beide Fundorte: *Afr. bor., Asia*, so dass er aber beide *Specie* nicht trennt.

Gewiss wäre es wichtig, die Angaben der geographischen Verbreitung fortan mehr zu beschränken.

Über die successiven Veränderungen, welche elektrische Schläge an den rothen Blutkörperchen hervorbringen.

Von dem c. M. Prof. Alexander Rollett in Graz.

(Mit 1 Tafel.)

In einer Abhandlung über die Wirkung des Entladungsstromes auf das Blut (diese Berichte Bd. XLVII, p. 356, und Moleschott, Untersuchungen etc. Bd. IX) habe ich die Mittheilung einiger neugewonnener Thatsachen angekündigt, welche sich auf die successiven Veränderungen der Blutkörperchen unter dem Einflusse elektrischer Schläge beziehen.

Die Versuche, welche dazu führten, sind nach einem etwas anderen Plane angestellt, als die am angeführten Orte beschriebenen mikroskopischen Beobachtungen.

Wenn es sich um das Studium der successiven Veränderungen der Blutkörperchen handelt, muss die Stromwirkung in allen Theilen der eingeschalteten Blutschichte einen gleichmässigen und allmählichen Verlauf nehmen, das ist aber nach unseren Versuchen im Grossen (l. c. p. 359 und 371) nur der Fall, wenn die Stromdichte der Partialströme, in welche man sich den Strom innerhalb des Blutes zerlegt denken kann, an allen Stellen den gleichen, aber einen verhältnissmässig geringen Werth besitzt. Diese Bedingungen sind erfüllt, wenn eben noch wirksame Schläge zwischen breiten und einander gleichen Elektroden durch eine prismatische Blutschichte gehen, die einen mit den Elektroden gleichen Querschnitt besitzt.

Es wurden also nicht wie zu den früheren Versuchen V förmige Elektroden benützt, sondern die in Fig. 1 abgebildeten. Der schraffirte Theil der Zeichnung bedeutet den Stanniolbeleg des Objectträgers, der weisse das frei gebliebene Glas, auf das letztere wurde der Blutstropfen gebracht und vorsichtig, um das Einschliessen von Luftbläschen zu vermeiden, mit einem passend zugeschnittenen Deckgläschen bedeckt, welches eben noch auf den 6 Millim. entfernten Stanniolrändern aufruhte. In der Zeichnung ist es durch die punktirten Umrisse angedeutet. Das Blut, welches auf einen gegen das Deckgläschen geführten Druck an den Rändern desselben austrat, wurde

sorgfältig mit Filtrirpapier abgesaugt, so dass eben nur die zwischen Objectträger und Deckgläschen sich haltende Blutschichte übrig blieb.

Das so vorbereitete Object wurde quer über die Kupferschienen *s* und *s'* des mit dem Mikroskop verbundenen Tisches (Fig. 1) gelegt

Die Einschaltung des Mikroskopes in den Schliessungsbogen geschah wie früher (l. c. p. 383).

Ich habe zwar die meisten der zu beschreibenden Versuche mit einer neuen Maschine angestellt, allein die Einrichtung derselben ist genau der mir in Wien zur Disposition gestandenen nachgebildet, so dass die (l. c. Tab. I, Fig. 1) gegebene Zeichnung auch vollkommen auf meine neue Maschine passt.

Die Masse sind aber von den früheren verschieden.

Der Conductor bildet einen Ring von 130 Mm. Diameter, sein eigener Durchmesser beträgt 43 Mm.

Mit der Maschine konnten 2 Flaschen in leitende Verbindung gebracht werden. Der innere Beleg der einen kleineren ist 493·14 □Centim. gross. Die grössere Flasche hatte einen inneren Beleg von 1055·37 □Centim. Für die mikroskopischen Versuche wurde die kleinere Flasche allein eingeschaltet und die Schlagweite nur 1 Mm. gross gemacht.

Bevor der Objectträger im einzelnen Versuche auf die Kupferschienen des Tisches gelegt wurde, war der Schliessungsbogen durch den Kupferstreifen *ab* geschlossen, ehe dieser abgehoben wurde, durchsuchte ich aufmerksam das ganze Sehfeld, um einen genauen Überblick über die daselbst vorhandenen, noch nicht elektrisirten Blutkörperchen zu haben. Das Blut wurde frisch defibrinirt entweder unverändert oder mit wechselnden Mengen von Serum, *humor aqueus* oder einer *ClNa*-Lösung (von 1 Grm. in 100 Kub. Centim.) verdünnt, der Untersuchung unterworfen. Der Gang der successiven Formveränderung der Blutkörperchen ist in allen diesen Fällen derselbe.

Objecte waren das Menschenblut, das Blut vom Schweine vom Kaninchen, von der Katze, vom Meerschweinchen, endlich das Froschblut.

Die successiven Veränderungen der kreisscheibenförmigen Blutkörperchen der angeführten Säugethiere und des Menschen stimmen vollkommen überein.

In dem frisch defibrinirten Blute dieser Thiere oder im Menschenblut findet man, gleichgiltig ob man es unverdünnt oder mit einem der angeführten Medien verdünnt untersucht, Blutkörperchen von verschiedener Form.

Die grösste Mehrzahl derselben zeigt in der Regel die bekannte Napfform, oft ist diese die allein vorhandene.

Sehr häufig erscheint aber ein Theil der Blutkörperchen in einer Form, welche in Fig. 2 *b* abgebildet ist, und welche ich die grosszackige oder Rosettenform nennen will, ein anderer Theil der Blutkörperchen zeigt dagegen die in Fig. 2 *c* abgebildete, bekannte Maulbeerform. Letztere ist oft unmittelbar nach dem Ausschlagen des Faserstoffes die überwiegende, sie ist es auch, welche man vorzugsweise vor sich hat, wenn in einem frischaufpräparirten Blutstropfen spontan die sogenannte sternförmige Verschrumpfung der Blutkörperchen auftritt. Hat man das Sehfeld auf alle diese Formen genau untersucht, so wird die Schiene *ab* abgehoben, die Maschine in Thätigkeit versetzt und nun nach jeder einzelnen Entladung wieder das ganze Sehfeld untersucht.

Die successiven Veränderungen der rothen Blutkörperchen, welche man auf diese Weise beobachten kann und welche sich in allen einzelnen Versuchen wiederholen, sollen nun im Zusammenhange beschrieben werden.

Erst am Ende der allgemeinen Darstellung werde ich einzelne Versuche mit ihren Details als Beispiele anführen.

Man beobachtet, dass unter dem Einflusse der langsam auf einander folgenden Schläge die napfförmigen Blutkörperchen zuerst am Rande einzelne Kerben bekommen, diese vervielfältigen sich auf drei, vier oder fünf und mehr, es entsteht die in Fig. 2 *b* gezeichnete Rosettenform. Das freie Ende der grossen Zacken ist bald schmäler, bald breiter, als die Basis derselben, man kann sich die Zackenenden noch durch eine Kreislinie verbunden denken, welche dem ursprünglichen Grenzcontour des Blutkörperchens ungefähr entspricht, im Ganzen ist aber das von dem Blutkörperchen gedeckte Areal des Sehfeldes kleiner geworden. Unter sichtlicher Verkleinerung des Durchmessers geht darauf die Rosettenform in die Maulbeerform über (Fig. 2 *c*). Die anfänglichen grossen Zacken vervielfältigen sich durch neue Einkerbung, während zugleich neue kleinere Zacken selbstständig auf der Oberfläche des Blutkörperchens sichtbar werden.

Die beschriebenen Veränderungen erleiden nicht alle Blutkörperchen in derselben Zeit, so dass man Gelegenheit hat, unveränderte neben rosetten- und maulbeerförmigen zu beobachten. Die Zeit, während welcher die Blutkörperchen in der Form (Fig. 2 *b*), verweilen, ist in der Regel kürzer als die Zeit, nach welcher die maulbeerförmigen die gleich zu beschreibenden weiteren Veränderungen eingehen, so dass meistens die kurzdauernde, aber constante Übergangsform (Fig. 2 *b*) während der einzelnen Momente eines Versuches in einer geringeren Anzahl vorhanden ist, als die Napf- oder Maulbeerform der Blutkörperchen.

Die weiteren Veränderungen, welche die maulbeerförmigen Blutkörperchen erleiden, bestehen darin, dass einige ihrer Zacken nach und nach einzeln, ähnlich den Fangarmen eines Polypen, in das Blutkörperchen eingezogen werden. Andere Zacken verschmächtigen sich von der Spitze her. Indem die Substanz dieser Zacken gegen die Basis derselben hin und schliesslich bis zum Niveau des Körpers der Maulbeere einsinkt, verwandelt sich diese in einen rundlichen, wie mit feinen Stacheln besetzten Körper in die Form (Fig. 2 *d*), welche passender mit einem Stechapfel, denn mit einer Maulbeere verglichen werden könnte, nach und nach gehen auch diese feinen Fortsätze alle verloren und das Blutkörperchen gewinnt nun ein glattes Ansehen mit einem etwas gesättigteren Farbenton, als ihn das napfförmige Blutkörperchen besass.

Auf diesem Stadium der Veränderung beharren die Blutkörperchen am längsten, so dass in der Regel diejenigen Blutkörperchen, welche am ehesten aus der Napfform durch die verschiedenen Stadien der successiven Formveränderung hindurch in die Kugelform übergegangen sind, noch in dieser beharren, wenn auch die später veränderten die Gestalt der gesättigt gefärbten Kugeln erlangt haben. Das Sehfeld hat dann ein durchaus gleichmässiges Ansehen, es ist eben mit nahezu gleichgrossen, in ihren optischen Effecten einander vollkommen gleichen Kugeln angefüllt. Bald darauf beginnt aber die Farbe einzelner dieser Kugeln zu verlöschen und an der Stelle der gefärbten Kugel bleibt nur ein blasses, schwach contourirtes, wenig schattirtes, rundes Gebilde zurück, welches immer mehr und mehr sich dem Blicke entzieht. Dieses Verblassen ergreift successive alle Blutkörperchen, so dass im Sehfelde nichts mehr übrig bleibt, als jene kaum mehr sichtbaren Überreste der Blutkörperchen.

Die weiteren Veränderungen dieser Reste lassen sich nur sehr schwer verfolgen. Anfangs erhalten sie durch Zusatz von *ClNa*-Lösung (6 Grm. in 100 Kub. Centim.) noch härtere Umrisse. Die Zahl der auf diese Weise wieder zu verdeutlichenden Stromata nimmt aber, wenn man noch längere Zeit nach dem Verlöschen der Farbe der Blutkörperchen fortfährt, zu elektrisiren, in dem Masse ab, als die Anzahl der elektrischen Schläge vervielfältigt wurde.

Man wende nicht ganz concentrirte Salzlösungen an, weil diese im aufgehellten Blute störende Niederschläge erzeugen.

Ein sehr gutes Mittel, die Blutkörperchen nicht nur im Endstadium, sondern auch während aller einzelnen Phasen ihrer successiven Veränderungen zu untersuchen, ist, wie ich fand, die Müller'sche Flüssigkeit.

Ich mischte mir dieselbe aus 1 Theil kaltgesättigter Lösung von doppeltchromsaurem Kali, 5 Theilen kaltgesättigter Lösung von Glaubersalz und aus 10 Theilen Wasser. Die Blutkörperchen erhalten sich in dieser Flüssigkeit, wenn sie in einem weit übertreffenden Volumen dem Blute zugemischt wird, sehr lange, sie werden darin härter und bekommen schärfere Contouren, ohne wenigstens im Anfange der Einwirkung ihre Gestalt besonders zu ändern. Man kann dieses Gemisch in einzelnen Fällen sehr zweckmässig noch mit grösseren Mengen von Wasser verdünnen. Man wird auf diese Flüssigkeit aufmerksam, da man gelegentlich die Chorioidea eines darin erhärteten Auges auf das Schönste natürlich injicirt antrifft.

Wenn die Blutkörperchen, ehe man sie der Wirkung des Entladungsstromes ausgesetzt hatte, spontan die Rosetten- oder Maulbeerform angenommen haben, so durchlaufen sie während des Elektrisirens genau so, als ob man sie erst durch den elektrischen Strom in jene Formen gebracht hätte, alle weiteren Stadien der successiven Veränderung bis zum vollständigen Verblassen.

Die mitgetheilten Beobachtungen an den einzelnen kreisscheibenförmigen Blutkörperchen wurden direct während des Elektrisirens mittelst eines Plössl'schen Mikroskopes (Ocular I + stärkster Linseneinsatz) gemacht.

Sie wurden aber mit einem Hartnack'schen Immersionssysteme (Nr. 10) controlirt. Man kann, wenn man mit dem Elektrisiren bald früher, bald später innehält, alle die beschriebenen Stadien der Veränderung bei einer Reihe von Blutkörperchen fixiren und das Object

unter das Immersionsmikroskop bringen. Man findet die eben beschriebenen Veränderungen durch die Angaben des Immersionsmikroskopes bestätigt und kann sich bei dieser Gelegenheit noch überdies auf das Deutlichste über die Körperform der einzelnen Veränderungsstadien belehren, wenn man die Blutkörperchen durch leise Stösse auf das Deckgläschen leicht hin- und herschiebt. Man findet auf diese Weise, dass an der Rosettenform sehr häufig noch der napfförmige Eindruck in der Mitte vorhanden ist, während der Rand des Blutkörperchens nach beiden Seiten der ursprünglichen Scheibe jene Hervorragungen zeigt, welche in der Aufsicht als die Zacken der Rosette erscheinen. Die maulbeerförmigen Blutkörperchen dagegen erscheinen stets an ihrer ganzen Oberfläche mit jenen kleineren Zacken besetzt, welche dem Rande das feingekerbte Ansehen, der Aufsicht aber ein punktirtes Ansehen verleihen, wie es auch in Fig. 2 *c* angedeutet ist. Dasselbe gilt von dem späteren Stadium. An den gefärbten Kugeln und den entfärbten Resten ist auch bei dieser Art der Untersuchung nichts weiter zu sehen, als die ebenmässig runde Gestalt.

Will man die Blutkörperchen nicht nach der Fläche, sondern nach dem Rande der Scheibe untersuchen, so kann man dies leicht dadurch erreichen, dass man nicht verdünntes Blut, sondern einen Tropfen unverdünnten Blutes untersucht, in welchem wegen der gedrängten Menge der Blutkörperchen immer einige von ihren Nachbarn in der passenden Lage erhalten werden.

Eine viel bessere Gelegenheit zur Beobachtung nach dem Rande der Scheibe gewähren aber die geldrollenartig aufgereihten Blutkörperchen, auf deren merkwürdiges Verhalten ich nun besonders eingehen muss.

Man findet nicht immer, aber ziemlich häufig im defibrinirten Blute Geldrollen, namentlich im Blute junger Katzen und Kaninchen, sie kommen, obwohl etwas kürzer, aus weniger Blutscheiben bestehend, auch im defibrinirten Schweineblut vor und erhalten sich in allen Fällen auch, wenn das Blut mit Serum, *humor aqueus*, etc. verdünnt wird.

Wenn man solche Geldrollen unter das Mikroskop gebracht hat, so sehe man vor Allem darauf, ob nicht einige derselben mit ihrer Längenaxe in der Richtung des Stromes, andere im Sehfelde befindliche dagegen mit ihrer Längenaxe in der Richtung senkrecht darauf orientirt sind.

Hat man zwei oder mehrere solcher Geldrollen gefunden und fängt nun zu Elektrisiren an, so wird man fast in allen Fällen, so dass die vorkommenden Ausnahmen dagegen verschwinden, beobachten, dass die Geldrollen, welche mit ihrer Axe senkrecht auf der Stromrichtung liegen, ebenso wie die meisten einzeln im Sehfelde liegenden Blutkörperchen immer früher, nach einer geringeren Anzahl von Schlägen oder rascher in der Zeit nach dem letzten Schlage in die verschiedenen Stadien der Veränderung eintreten, als die Geldrollen, welche mit ihrer Axe parallel der Richtung des Stromes liegen. Es ist klar, dass im letzteren Falle die im einzelnen Blutkörperchen vom Strome durchlaufene Strecke kleiner ist, als in den anderen Fällen und wir sind durch die Beobachtung von geldrollenartig aufgereihten Blutkörperchen im Stande, Bedingungen in unseren Versuch einzuführen, welche bei der mikroskopischen Kleinheit der einzelnen Blutkörperchen auf keine andere Weise zu erreichen sind.

Wie gestalten sich aber die successiven Veränderungen an der einzelnen Geldrolle?

Man sieht zuerst die Seitenansicht der Blutkörperchen sich verbreitern, aber nicht gleichmässig, während früher die Contouren der an einander stossenden Blutkörperchen einen geraden oder leicht geschwungenen Verlauf hatten (Fig. 3 *a*), erscheinen die Blutkörperchen jetzt wie mit Nathzacken in einander verschränkt (Fig. 3 *b*). Diese Zacken sind anfangs, wenn der Querdurchmesser der Geldrolle noch das einem Blutkörperchen entsprechende Stück der Rollenaxe übertrifft, breit, sie werden später kleiner, während gleichzeitig die Blutkörperchendurchmesser einander immer ähnlicher werden, endlich nehmen alle Blutkörperchen die Kugelgestalt an, die Kugeln berühren sich entweder oder aber sie stossen sich ab und liegen nun durch ziemlich gleich grosse Intervalle getrennt in einer Reihe neben einander.

Die Veränderungen der einzelnen Blutkörperchen einer Geldrolle entsprechen im Ganzen den Veränderungen, welche man an den isolirten Blutkörperchen beobachten kann und eben so entsprechen die zeitlichen Verhältnisse des Überganges aus einer Form in die andere; die Dauer des Verweilens in einem bestimmten Stadium den früheren Angaben. Dem gemäss sieht man eben alle Glieder einer Geldrolle eine Zeit lang in der Gestalt gefärbter Kugeln aufgereiht. Die weitere Veränderung, die Entfärbung erleiden aber in der Regel

nicht alle Glieder einer Geldrolle gleichzeitig. Man hat vielmehr Gelegenheit, eine grosse Mannigfaltigkeit in dieser Beziehung zu beobachten.

Ein Fall dieser Art ist in Fig. 3 schematisch dargestellt, *c* stellt die aus einer Geldrolle hervorgegangene Reihe gefärbter Kugeln dar, *d* ein weiteres Stadium, in welchem zwei der Kugeln bereits entfärbt, *e* ein folgendes, *f* ein noch späteres Stadium, bis endlich, wie in *g* zu sehen, alle Blutkörperchen nur mehr durch ihre verblassten Überreste angedeutet sind.

Es sollen nun die Veränderungen der elliptisch scheibenförmigen Blutkörperchen des Frosches beschrieben werden.

Die Methode der Untersuchung ist für das Froschblut ganz dieselbe, wie für das Blut der Säugethiere.

Die Reihenfolge der Veränderungen ist die folgende:

Die Blutkörperchen werden anfangs fleckig, und zwar existirt ein kurz vorübergehendes Stadium, wo das Körperchen eine punktförmige Zeichnung besitzt, indem intensiver gefärbte, umschriebene Stellen mit eben solchen weniger intensiv gefärbten abwechseln. Bald erscheint aber das Blutkörperchen wie unregelmässig geädert. Partien, welche durch ihre gesättigtere Farbe von weniger gesättigt gefärbten Zwischenräumen abstechen, laufen vom Rande gegen die Mitte des Blutkörperchens in einen Knoten zusammen, in welchem der Kern mit seinen Contouren verschwindet. Einzelne dieser radial gestellten unregelmässigen Streifen verbinden sich oft mit einander, oder aber es laufen andere den Rändern des Blutkörperchens entlang, kurz ihre Anordnung und die dadurch bedingte Zeichnung des Blutkörperchens kann eine sehr verschiedene sein und die Fig. 4 *a* gegebene Abbildung kann nur als ein Beispiel für dieses Stadium der Veränderung angesehen werden. Die eben beschriebene Zeichnung des Blutkörperchens geht nun unter vielfältigem Wechsel in eine andere über, die dadurch charakterisirt ist, dass Licht und Schatten und Intensität der Färbung sich wieder gleichmässig über das Blutkörperchen vertheilen, nur einzelne hellere, linienförmige Streifen radienartig zu dem jetzt wieder scharf contourirten Kerne verlaufend, unterbrechen noch die Gleichförmigkeit, endlich verschwinden auch diese und das Blutkörperchen stellt einen ovalen, glatten, gleichmässig tingirten Körper dar. Der Kern ist in diesem meist kürzer, als in dem unveränderten Blutkörperchen, er zeigt jetzt auch schon die

früher (Versuche und Beobachtungen am Blute Bd. XLVI der Berichte, p. 74 und 75, und Taf. I, Fig. *A*) beschriebene und abgebildete Vacuolenbildung. Während aller dieser Veränderungen besitzt der Rand der Blutkörperchen manchmal eine sehr feine Zähnelung. Im weiteren Verlaufe der successiven Veränderungen verkleinern sich die Blutkörperchen zusehends, sie bleiben dabei oval oder werden kreisrund. Anfangs erscheinen sie noch gesättigt gefärbt und scharf contourirt (Fig. 4 *b*). Bald tritt aber hier dasselbe Verblassen ein, wie bei den Säugethier-Blutkörperchen, gleichzeitig bekommen immer mehr und mehr der im Sehfelde befindlichen Körperchen runde Umrisse, so dass die Zahl der runden bald die der ovalen weit übertrifft; nachdem schliesslich alle ihre Farbe verloren, finden sich nur mehr die Kerne, umfangen von einem schwachen kreisförmigen Contour, im Sehfelde vor (Fig. 4 *c*).

Bisher wurde nur die Veränderung der Aufsicht des Froschblutkörperchens, wenn dasselbe zu Anfang der Versuche auf der Fläche liegend angetroffen wurde, geschildert. Man kommt aber auch hier über die jene Veränderungen des mikroskopischen Bildes bedingenden Formenwechsel des Blutkörperchens erst vollkommen in's Klare, wenn man das Blutkörperchen auch nach dem Rande der Scheibe untersucht, während dasselbe der Wirkung des Entladungsstromes ausgesetzt ist. Beim Froschblute lässt sich das nur erreichen dadurch, dass man einen Tropfen unverdünnten Blutes aufpräparirt und sich nun Blutkörperchen aufsucht, welche durch ihre gedrängt liegenden Nachbarn in der passenden Lage erhalten werden. Die auf diese Weise zu beobachtenden Veränderungen beginnen mit einer Verbreiterung der schmalen Seitenansicht des Blutkörperchens, dabei werden aber die Contouren unregelmässig aus- und eingebogen (Fig. 5 *a*). Es ist dies die der in Fig. 4 *a* abgebildeten Flächenansicht entsprechende Seitenansicht. Unter gleichmässiger Verbreiterung geht jetzt das Bild der Seitenansicht in das der Fig. 5 *b* über. Namentlich die in der Längenaxe des Blutkörperchens zu beiden Seiten des Kernes liegenden Partien verbreitern sich immer mehr und hängen durch einen über den Kern hinlaufenden Streifen, der anfänglich schmäler, später breiter als der Kern erscheint, zusammen (Fig. 5 *b* und *c*).

Wenn man auch hier, wie dies in allen Versuchen geschehen ist, das Immersionsmikroskop und das Wälzen der Blutkörperchen in

verschiedenen Veränderungsstadien, als Behelfe der Untersuchung in Anwendung bringt, so sieht man, dass der zuletzt angeführten Seitenansicht des Froschblutkörperchens eine ovale Flächenansicht entspricht, es sind aber die Theile des Blutkörperchens rings um den Kern aufgewulstet, und zwar nach beiden Flächen des ursprünglichen Blutkörperchens hin, so dass der Kern gleichsam die Communication zwischen den verwendeten Hälften eines Doppeltrichters schliesst, dessen Wandungen von der Substanz des Blutkörperchens gebildet werden. Die Wände eines der trichterartigen Räume fliessen nun gleichsam in einander, wenn das Blutkörperchen sich abrundet, während der andere dadurch ausgefüllt wird, dass der Kern in denselben hineintritt und dann excentrisch, und zwar einer bestimmten Stelle der Oberfläche des kugelig gewordenen Körperchens sehr nahe, oft ein wenig über dieselbe hervorragend, gelagert ist. Auch hievon überzeugt man sich wieder durch Herumrollen der Blutkörperchen im Sehfelde, wobei man den Kern bald auf der Oberfläche der Kugel dem Beschauer zugewendet, deutlich und scharf gezeichnet, bald von der Masse der Kugel bedeckt, oder einer oder der andern Seite ansitzend, wahrnimmt, zugleich erhält man, während ein Blutkörperchen in diese verschiedenen Lagen geräth, durch das rasche Umschlagen in die zweite der aufgezählten Positionen und die geringere Beweglichkeit in der letzten immer den Eindruck, als ob der Kern an der kugeligen Masse des Blutkörperchens wie ein beschwerendes Gewicht hinge. Ich habe bisher nur den häufigsten Übergang der ovalen Blutkörperchen in die Kugelform angeführt.

Es kommen aber mancherlei Abweichungen vor. Das Blutkörperchen nimmt z. B. nicht die Form eines Doppeltrichters an, sondern es erscheint in Form zweier durch den länglichen Kern zusammengehaltener Kugeln, als Dumbbell. Beide Kugeln fliessen dann plötzlich in einander. Der Kern bleibt während dieses Überfliessens wie ein träger Körper noch in seiner ursprünglichen Lage weit hervorragend über die aus der Vereinigung der Hälften des Blutkörperchens entstandene grosse Kugel, später legt er sich aber mit der Seite, über welche die eine Hälfte zur anderen herabgeflossen ist, an die grosse Kugel an (Fig. 6 *a*, *b*, *c*).

In anderen Fällen stellt das verdickte Blutkörperchen eine Form dar, wie man sie erhalten würde, wenn man einen weichen eiförmigen Kuchen von zwei entgegenliegenden Punkten bis an den Rand

hin mit den Fingern eindrücken würde, dem beiderseitigen Eindruck entspricht der Kern des Blutkörperchens. Auch diese Form geht schliesslich in die Kugelgestalt über.

In den zuletzt aufgeführten Fällen ereignet es sich, dass der Kern während des Überganges des Blutkörperchens in die Kugelgestalt mit einem Male ganz aus der Masse des Blutkörperchens heraustritt, ohne dass die letztere dadurch ihre scharf begrenzte, rundliche Form einbüssen würde. Die kernlose Kugel macht dann die weitere Veränderung für sich durch.

Ein anderer Fall, der mit dem Übergange des Blutkörperchens aus den früheren Veränderungsstadien in die Kugelgestalt zusammenfällt, ist, obwohl er sich seltener ereignet, doch sehr merkwürdig und erwähnenswerth. Es ist das Ineinanderfliessen zweier Blutkörperchen. Dabei legen sich zwei eben kugelig gewordene Blutkörperchen eng an einander. Anfangs stossen sie, wie sich berührende Kreise an einander, bald aber flachen sich die an einander grenzenden Convexitäten ab, die Berührung wird eine ausgedehntere und man erhält jetzt noch ein Bild, wie man es oft von in Theilung begriffenen Zellen gezeichnet sieht. Die Grenzlinie zwischen den beiden Blutkörperchen verschwindet dann mit einem Ruck spurlos und das aus der Vereinigung hervorgegangene Gebilde stellt eine grosse homogene Kugel dar, die, wie die kleineren, je einem Blutkörperchen entsprechenden Kugeln nun allmählich verblasst. Die grosse Kugel ist zweikernig, es kommt aber auch nur ein Kern in solchen aus der Vereinigung zweier Blutkörperchen entstandenen grossen Kugeln vor, wenn nämlich aus einem der Blutkörperchen früher der Kern ausgetreten war. Auch zwei oder mehrere kernlose Kugeln können sich zu einer grösseren vereinigen. Es muss hervorgehoben werden, dass gerade Blutkörperchen, welche ihren Kern während der Reihe der successiven Veränderungen eingebüsst haben, die grösste Neigung zum Ineinanderfliessen besitzen.

Zur genaueren Orientirung über den Verlauf der successiven Veränderungen der Blutkörperchen sollen nun die Details einiger Versuche angeführt werden.

1. Es ist bei eingeschalteter kleiner Leydnerflasche die Schlagweite 1 Mm. Frisch defibrinirtes Kaninchenblut wird, mit *humor aqueus* desselben Thieres verdünnt, in der früher beschriebenen Weise unter das Mikroskop gebracht. Es befinden sich grössten-

theils napfförmige Blutkörperchen im Sehfelde. Nach der ersten Entladung werden die meisten Blutkörperchen unter den Augen rosettenförmig, nur einige bleiben noch längere Zeit unverändert.

Auch diese nehmen allmählich die Rosettenform an, während die zuerst veränderten maulbeerförmig werden. An den maulbeerförmigen beginnt nun das Einziehen und die Verschmächtigung der Zacken, worauf bald sehr viele der Blutkörperchen wieder glatt und kugelförmig erscheinen, einige andere bleiben maulbeerförmig.

Nach drei Minuten erfolgt die zweite Entladung. Einige Kugeln verblassen, während alle früher noch nicht so weit veränderten Blutkörperchen die Kugelform annehmen.

Nach drei Minuten erfolgt die dritte Entladung. Es verlischt die Farbe der meisten Kugeln, bis nach drei Minuten die vierte Entladung auch die letzten noch gefärbt erscheinenden Blutkörperchen verblassen macht.

2. Die Schlagweite bei eingeschalteter kleiner Flasche 1 Mm. Defibrinirtes Katzenblut wird eine Viertelstunde nach der Entfernung aus dem Organismus, mit Serum verdünnt, untersucht. In demselben befinden sich Geldrollen sowohl parallel, als senkrecht zur Richtung des Stromes. Die ersteren erleiden alle Veränderungen später, als die letzteren. Die Schläge folgen in Intervallen wie beim früheren Versuche auf einander. In Fig. 3 *b* ist das erste Stadium der Veränderung nach der Natur gezeichnet. In *c*, *d*, *e*, *f*, *g* schematisch das Verblassen der kugelig gewordenen Glieder einer Geldrolle dargestellt. In demselben Zeitmoment nach der ersten Entladung erscheint die Geldrolle *c*, welche zur Stromesrichtung senkrecht liegt, in die sich berührenden Kugeln aufgelöst, während *b* noch die mit ihren Zacken verschränkten Blutkörperchen aufweist. Erst nachdem in drei Minuten die zweite Entladung erfolgt, werden auch die Blutkörperchen in *b* kugelig, in derselben Zeit geht *c* schon in *d* und in *e* über

3. Schlagweite bei eingeschalteter kleiner Flasche 1 Mm. Froschblut wird mit $ClNa$-Lösung (1 Grm. in 100 Kub. Centim.) verdünnt untersucht.

Nach der ersten Entladung werden alle Blutkörperchen gefleckt, einige zeigen bald auch das geäderte Ansehen.

Nach zwei Minuten erfolgt die zweite Entladung.

Die meisten Blutkörperchen erscheinen jetzt geädert, einige haben sich wieder ausgeglättet, in diesen ist der Kern scharf hervor-

tretend und lässt bald grössere, bald kleinere Vacuolen in seinem Innern erkennen. Es bedarf jetzt wieder zweier Schläge in Intervallen von zwei Minuten, um alle Blutkörperchen als gesättigt gefärbte ovale Körper erscheinen zu lassen. Nach zwei Minuten erfolgt der fünfte Schlag, worauf einige der Blutkörperchen kugelrund erscheinen. Nach dem zwei Minuten später erfolgenden sechsten Schlage werden sehr viele der Blutkörperchen rund, die oval gebliebenen erscheinen gedrungener und bauchiger, endlich fängt die Farbe einiger zu verlöschen an. Auf den siebenten Schlag dauert das Abblassen fort und werden mehr der Blutkörperchen davon ergriffen. Dasselbe findet nach dem neunten und zehnten Schlage Statt, weitere Schläge bringen nur wenig Veränderung hervor, selbst nach dem 50. Schlage sieht man nur wenige Kerne ohne Einfassung, die meisten sind noch mit einem schwach lichtbrechenden Hofe umgeben.

Gehörte die Verfolgung des wechselnden Bildes der unter dem Einflusse elektrischer Schläge sich verändernden Blutkörperchen auch nicht zu den leichtesten und dankbarsten Aufgaben, so verschwinden die hier sich ergebenden Schwierigkeiten doch im Vergleiche zu den viel grösseren Schwierigkeiten, welche man gewahr wird, wenn man eine Erklärung der beobachteten Erscheinungen versucht.

Halten wir uns zuerst an die kreisscheibenförmigen Blutkörperchen, so ist wohl das Auffallendste, dass wir im Stande sind, die Blutkörperchen durch den elektrischen Strom zu einer Formveränderung zu veranlassen, welche sie auch spontan bei der sogenannten sternförmigen Verschrumpfung erleiden oder aber, wie Klebs (Centralblatt für die medicinischen Wissenschaften 1863, p. 851) inzwischen veröffentlichte, wenn man abgekühltes Blut verstorbener Thiere unter Verhinderung der Verdunstung auf die Temperatur des Körpers erwärmt. Dass diese Maulbeerform der Blutkörperchen und ihre früher beschriebene Vorstufe nicht, wie man wohl auch vermuthete und wie Beale sogar direct beobachtet haben will (Structur der einfachen Gewebe etc., übersetzt von J. V. Carus, Leipzig 1862, p. 44), daraus erklärt werden kann, dass die krystallisirbare Substanz der Blutkörperchen sich ausscheidet, ist durch meine Untersuchungen über die Krystallbildung im Blute und über die Wirkung

elektrischer Schläge auf das Blut sowohl, wie auch durch die angeführten neuen Thatsachen hinlänglich bewiesen.

Es ist vielmehr bei den Aufschlüssen, welche wir vorzugsweise durch Kühne's Untersuchungen über die Physiologie des Protoplasma (Untersuchungen über das Protoplasma und die Contractilität, Leipzig 1864), andererseits aber über den dem Protoplasma anderer Elementarorganismen ähnlichen Aggregatzustand des Blutkörperchenstromas erhalten haben[1]), ein nahe liegender Gedanke, die Formveränderungen der Blutkörperchen auf eine Contractilität derselben zurückzuführen, also den Ansichten beizutreten, welche Klebs über die Formveränderung auf Wärmezufuhr ausgesprochen hat.

Man wird mir zugestehen, dass aus den früher vorgetragenen Beobachtungen eine mehrfache Berechtigung zu einer solchen Auffassung der fraglichen Erscheinung sich zu ergeben scheint. Elektrische Schläge lösen ganz allgemein die Zuckung contractiler Elementarorganismen aus (Kühne l. c.). Allerdings bliebe noch zu erklären, warum die rothen Blutkörperchen im Vergleiche mit anderen irritablen Substanzen des raschen Abgleiches verhältnissmässig so hoch gespannter Elektricitäten bedürfen, um erregt zu werden.

Das auffallende Verhalten der geldrollenartig aufgereihten Blutkörperchen wäre der Auffassung unseres Phänomens, als Contractilitäts-Erscheinung ebenfalls günstig, da der Erfolg des elektrischen Reizes in dem Falle, wo die Länge der vom Strome durchflossenen Strecke des Blutkörperchens grösser ist, früher und in höherem Grade auftritt, als wenn die durchlaufene Strecke kürzer ist.

Es würde ferner die Gleichartigkeit der Formveränderung auf so verschiedene Einflüsse, wie Abkühlung oder Berührung mit der Luft (bei der sogenannten sternförmigen Verschrumpfung), auf Temperatursteigerung (Klebs) und elektrische Schläge zu Gunsten jener Auffassung sprechen. Dessgleichen die Analogie zwischen Säugethier- und Froschblutkörperchen, da ja offenbar die auf beiden Flächen des letzteren auftretende Runzelung unmittelbar auf die erste Einwirkung des elektrischen Schlages das Analogon der ersten Formveränderung der Säugethier-Blutkörperchen ist.

---

[1]) Es soll aber gleich hier bemerkt werden, dass sich aus dem weiteren Verlaufe unserer Darstellung von selbst ergeben wird, dass die Übereinstimmungen nur scheinbare und nahezu treffende, keine wirklichen und durchgreifenden sind.

Ich muss ferner hier anführen, dass mir schon seit dem Winter 1862 auch an den Froschblutkörperchen eine ähnliche Formveränderung auf thermische Einflüsse bekannt ist.

Ich verfolgte damals die auf thermische Einflüsse eintretenden Formveränderungen der Blutkörperchen direct unter dem Mikroskope und liess mir zu dem Ende aus Eisenblech ein viereckiges Stück von der neben gezeichneten Form ausschneiden. Die Enden *a* und *b* ruhten über Korkunterlagen so auf dem Objecttische des Mikroskopes, dass der Ausschnitt *c* über dem Loche im Tische zu liegen kam, über diesem Ausschnitte liegt das Präparat auf einem gewöhnlichen Objectträger mit einem Deckglase bedeckt. Unter dem weit abstehenden anderen Ende des Bleches wurde eine zu regulirende Weingeistflamme angebracht, so dass die Temperatur des Bleches und des darauf liegenden Objectes ganz allmählich gesteigert werden konnte.

Ich beobachtete auf diese Weise ein Fleckig-, Dumbbell-, Eiförmig- und Kugeligwerden der Froschblutkörperchen in der angeführten Reihenfolge.

Eben so machten die Säugethier-Blutkörperchen eine Reihe von Veränderungen durch, bis sie die Gestalt von gefärbten Kugeln annahmen. Diese Formveränderungen sind seither von Klebs am angeführten Orte genau beschrieben worden.

Als ich beim weiteren Verfolg meiner Versuche eine Reihe von Blutproben vorsichtig im Wasserbade auf verschiedene Temperaturen brachte, um den Wärmegrad zu ermitteln, welchem eine bestimmte Formveränderung entspricht, fand ich beim Froschblute den Eintritt der Formveränderung bei verhältnissmässig hohen Temperaturen 45—54° C., bei 60° C. waren sie vollendet. Für die Säugethier-Blutkörperchen lag die Temperatur niedriger zwischen 40—45° C. Niemals gelingt es, durch Temperatursteigerung dem Blute die Transparenz und Durchsichtigkeit des elektrisirten Blutes zu geben.

Es lag aber in der Ähnlichkeit der Formveränderung, welche die Blutkörperchen beim Elektrisiren erleiden, und jener, welche durch thermische Einflüsse an ihnen hervorgerufen werden kann, eine Aufforderung zu untersuchen, in wieweit sich die Wärmewirkung des Stromes beim Elektrisiren etwa geltend mache.

Ich verglich abgekühltes und angewärmtes Blut. Beide wurden fast durch dieselbe Zahl von Schlägen in ganz derselben Weise voll-

ommen lackfarbenartig durchsichtig. Ausserdem senkte ich ein empfindliches Thermometer in das Blut, während dasselbe unter dem Einflusse von Entladungsschlägen sich aufhellte.

Ich fand in solchen Versuchen immer nur eine sehr wenig ausgiebige Temperatursteigerung, z. B. die Temperatur von defibrinirtem Schweinblut nach halbstündiger Beobachtung im fertig zusammengestellten Versuche constant 17½° C., hierauf wurde das Blut durch elektrische Schläge vollständig durchsichtig gemacht, dabei stieg während des Elektrisirens die Temperatur auf 21° C.

Nach Aufhören des Elektrisirens sinkt die Temperatur bald auf die frühere Höhe (17½° C.) und erhält sich auf derselben. In mehreren anderen Versuchen wurde eine Steigerung um höchstens 5°, mindestens 3° C. beobachtet, während das Blut vollständig durchsichtig wurde.

Wenn also auch die auf directe Zuleitung von Wärme eintretenden Formveränderungen der Blutkörperchen ähnlich sind der ersten Formveränderung, welche dieselben durch den elektrischen Schlag erleiden, so kann man die letztere doch nicht auf die Wärmewirkung des Stromes zurückführen, da diese in Versuchen, be welchen das Blut vollständig aufgehellt wurde, im Vergleiche mit den Temperaturen, welche die besprochene thermische Wirkung auf die Blutkörperchen ausüben, eine viel zu geringe Intensität besitzt. Für die specifische Wirkung des elektrischen Stromes spricht ferner noch die schon früher angeführte Thatsache, dass es durch directe Wärmezufuhr niemals gelingt, das Blut schliesslich in der Weise zu verändern, dass es lackfarbenähnlich durchsichtig wird, wie durch den Entladungsstrom. Ich habe die noch keineswegs abgeschlossenen Versuche über die Wirkung thermischer Einflüsse auf die Blutkörperchen und die Erwärmung des Blutes durch den Entladungsstrom hier vorerst nur auszugsweise und gelegentlich eingeschaltet, weil sich dem Leser der vorliegenden Abhandlung nothwendig einige hieher gehörige Fragen aufdrängen werden.

Unmittelbar vor dieser Digression hatte ich die Gründe angeführt, welche uns veranlassen könnten, die Blutkörperchen in die Reihe der contractilen Elementarorganismen zu stellen, jetzt wollen wir sehen, welche grosse Bedenken sich einer solchen Annahme entgegenstellen.

Contractil kann nur ein Elementarorganismus sein, der lebt. Formveränderungen, welche auch der todte Elementarorganismus

auf gewisse äussere Einflüsse noch erleidet, müssen natürlich anders gedeutet werden.

Die Frage, ob ein für sich untersuchtes rothes Blutkörperchen noch lebendig oder schon todt ist, wie soll man sie beantworten?

Ich habe mir diese Frage schon oft und schon seit langer Zeit vorgelegt, muss aber heute noch gestehen, dass die Auffindung sicherer Kriterien für das Leben oder den Tod eines Blutkörperchens zu den allerschwierigsten Problemen zählt.

Es versteht sich von selbst, dass man nicht sagen kann, ein Blutkörperchen lebt, welches auf thermische und elektrische Einflüsse seine Form in der beschriebenen Weise ändert, wenn eben erst bewiesen werden soll, dass die auftretende Formveränderung ihren Grund in einer lebendigen Bewegung auf Reize hat.

Dem rothen Blutkörperchen gegenüber befinden wir uns nicht in derselben Lage, wie niederen Thieren oder Elementarorganismen gegenüber, die sich entweder als Ganzes, oder deren einzelne Theile sich continuirlich bewegen, oder aber periodisch zwischen Ruhe und Bewegung wechseln, und zwar spontan oder auf äussere Reize.

Bei solchen Organismen werde ich, wenn mir noch überdies anderweitige Lebenserscheinungen derselben, z. B. ein Heranwachsen derselben, oder Erzeugung einer Nachkommenschaft oder Aufnahme von Nahrung u. s. w. bekannt geworden sind, aus den Bewegungen derselben auf ihre Lebendigkeit einen Schluss machen können.

Ja wenn hier auf eine einmalige, höchst energische Reizung eine Formveränderung bedingt wird, aus der auch keine Rückkehr in die Ruhelage mehr stattfindet, sondern auf welche sogleich der Tod oder Zerfall des betreffenden Gebildes folgt, so wird die unmittelbar auf den Reiz gefolgte Formveränderung noch immer als eine Contractionserscheinung richtig gedeutet sein können.

Welche Erscheinungen sprechen aber bei den rothen Blutkörperchen dafür, dass sie lebendig bewegte, contractile Gebilde sind?

Nichts, als die auf die früher genannten äusseren Einflüsse auftretende einmalige Formveränderung, unter welcher sie auch zerfallen. Einen Wechsel zwischen Ruhe und Bewegung kann man an den rothen Blutkörperchen, so lange sie im Kreislaufe des lebenden Thieres herumgetrieben werden, nicht in gleicher Weise, wie an den weissen Blutkörperchen beobachten.

Man kann nach den bekannten Methoden in der Schwimmhaut des Frosches den Kreislauf viele Stunden lang direct beobachten, ohne an den schwimmenden rothen Blutkörperchen jemals eine andere Formveränderung zu beobachten als jene, welche ihnen zu Folge ihrer hohen Dehnbarkeit und Elasticität passiv aufgezwungen werden kann und aus der sie vermöge ihrer elastischen Kräfte wieder in die alte Form zurückkehren, sowie der auf sie ausgeübte Zug oder Druck zu wirken aufhört.

Auch bei Säugethieren sieht man an den rothen Blutkörperchen nur passive Formveränderungen.

Zu meinen Versuchen haben mir Meerschweinchen gedient.

Die Thiere wurden durch subcutane Injection von Opium unter die Haut des Rückens narkotisirt, dann auf einer Seite liegend an den Füssen leicht gefesselt; die Bauchhöhle durch einen Schnitt vom *processus xyphoidens* bis zur Symphyse eröffnet und eine Dünndarmschlinge über einen Korkring so befestigt, dass das Mesenterium bei durchfallendem Lichte selbst bei den stärksten Vergrösserungen noch beobachtet werden konnte. Der Korkring befand sich zu dem Ende auf einem mit dem Mikroskop zu verbindenden hölzernen Tische und hatte eine Höhe, die dem Abstande der Wirbelsäule des auf dem Holztische mit einer Seite aufliegenden Thieres von der Unterlage entsprach, so konnte eine Dünndarmschlinge in der Weise herausgespannt werden, dass die im zugehörigen Stücke Mesenterium befindlichen Gefässe gerade gestreckt von der Darmschlinge zur Mesenterialwurzel verlaufen. Man kann in solchen Versuchen, deren Zusammenstellung in wenigen Minuten nach der Narkose des Thieres bewerkstelligt werden kann, den Kreislauf in dem betreffenden Stücke Mesenterium durch vier Stunden und länger im vollsten Gange beobachten, wenn man nur noch die Vorsicht beobachtet hat, den Tisch und Korkring mit einer in 1proc. Steinsalzlösung getauchten Lage von Filtrirpapier zu überlegen.

In solchen Versuchen, bei welchen, wie gesagt, die stärksten Vergrösserungen angewendet wurden, überzeugte ich mich, dass beim Meerschweinchen an den Blutkörperchen während des vollen Ganges des Kreislaufes nur äusserst selten die Gleichgewichtsfigur vorhanden ist, welche dem ruhig im Serum oder Plasma liegenden Blutkörperchen zukommt; was beim Frosche nur gelegentlich zu beobachten ist, ist hier die Regel, die Blutkörperchen erleiden

fortwährend die allerverschiedenartigsten Formveränderungen, sie werden nicht ruhig mit dem Strome fortgetrieben, sondern während sie sich in der Richtung des Stromes bewegen, werden sie, so zu sagen, hin- und hergewalkt. Alle die mannigfachen Formveränderungen, die sie dabei erleiden, sind aber nur passive. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man den Kreislauf in den untersuchten Gefässen verzögert oder hemmt, indem man auf die grossen Gefässe des Mesenteriums quer ein kurzes Ende eines Glasstabes legt und sie damit zusammendrückt, sowie das Blut zur Ruhe kommt, nehmen die Blutkörperchen, wo sie nicht allzu gedrängt liegen, sogleich die Napfform an.

Niemals konnte ich bei solchen Versuchen beobachten, dass ein Blutkörperchen unter den Augen rosetten- oder sternförmig wurde, sich wieder ausglättete und so fort, kurz es gelingt nicht, sich von einer activen Formveränderung der rothen Blutkörperchen innerhalb des Gefässsystems zu überzeugen.

Ich habe, weil die Thiere mit Opium narkotisirt worden waren, noch die Vorsicht gebraucht, zu untersuchen, ob die Blutkörperchen der verwendeten Thiere noch auf elektrische Schläge die früher beschriebenen successiven Veränderungen durchmachen. Es zeigte sich, dass dies der Fall ist, gerade so, wie auch die Blutkörperchen von mit Strychnin oder mit Cyankalium vergifteten Thieren (Fröschen und Kaninchen), oder aus Blut, welchem man eine geringe Menge jener Gifte zugesetzt hatte, noch auf den Entladungsstrom in derselben Weise reagirten, wie immer.

Es ist mir auch niemals gelungen ausserhalb des Organismus direct die Rückkehr eines sternförmigen Säugethier-Blutkörperchens oder eines mit radiären Wülsten besetzten Froschblutkörperchens in die normale Gestalt zu beobachten, eine nochmalige Contraction hervorzurufen u. s. w. Weiss man endlich bei den rothen Blutkörperchen etwas Sicheres über Wachsthums- oder Fortpflanzungserscheinungen?

Es fehlen also bei den Blutkörperchen alle bisher erwähnten Gründe, aus welchen man sich veranlasst sehen könnte, die erste Formveränderung, welche der elektrische Strom an den Blutkörperchen hervorbringt, als den letzten, in Folge einer sehr energischen Reizung aufgetretenen Lebensact aufzufassen, auf welchen der Zerfall derselben folgt.

Man müsste, um nur irgend welche Begründung dieser Ansicht zu erbringen, nachweisen, dass es Einflüsse gibt, welche die Blutkörperchen ohne Formveränderung abtödten, und dass die so getödteten die Erscheinungen, welche der Entladungsschlag sonst an ihnen hervorbrachte, nicht mehr darbieten.

Dies zu zeigen, gelingt aber an den Blutkörperchen ebenfalls nicht.

Abgesehen davon, dass Blutkörperchen, welche man Monate lang ausserhalb des Organismus aufbewahrt hat, noch alle Stadien der successiven Veränderung durch den Entladungsstrom eben so durchmachen, wie im frischen Zustande, vorausgesetzt, dass die ursprüngliche Scheibenform sich an denselben erhalten hat, kann man die rothen Blutkörperchen für ihre Functionen im Organismus auch rasch vollständig unbrauchbar machen, ohne dass sie das Vermögen, auf Entladungsschläge ihre Form zu ändern, einbüssen. Mit verdünnten Alkalien oder Säuren, mit welchen letzteren es Brücke z. B. gelungen ist, die Speichelkörperchen ohne Formveränderung abzutödten, geht dies bei den rothen Blutkörperchen nicht.

Anwendung specifischer Muskel- oder Nervengifte (Opium, Strychnin, Cyankalium) würde nichts beweisen.

Durch Zusatz von concentrirten Salzlösungen zum Blute verlieren die Blutkörperchen zwar die Eigenschaft auf den Entladungsstrom zu reagiren, aber dagegen lässt sich einwenden, dass durch den Zusatz jener Salze auch die mechanischen Eigenschaften der Blutkörperchen so wesentlich geändert werden, dass sie jetzt der Stromwirkung, die ja auch eine im engeren Sinne mechanische sein kann, nicht mehr unterliegen. Durch den Zusatz von Salzlösungen werden die Blutkörperchen härter, ihrer Dehnbarkeit beraubt und ihr Imbibitionsvermögen in Beziehung auf die umgebende Flüssigkeit offenbar in hohem Grade geändert.

Diesen Einwürfen ist man nicht ausgesetzt, wenn man die Blutkörperchen dem Einflusse von vergiftenden Gasen aussetzt.

Die Erfolge eines solchen Verfahrens sollen im Folgenden beschrieben werden. Ich will aber bei dieser Gelegenheit zuerst anführen, wie sich das arterielle und das venöse Blut gegen den Entladungsstrom verhalten. Sie werden beide beim Elektrisiren durchsichtig. Das arterielle Blut ist, im durchsichtigen Zustande im auffallenden Lichte mit unverändertem arteriellen Blute verglichen,

dunkler roth gefärbt. Im durchfallenden Lichte erscheint es aber hellroth im Vergleiche mit durchsichtig gemachtem venösen Blute, welches auch in diesem Zustande dunkelkirschroth und dichroitisch erscheint.

Man kann sich davon leicht durch Versuche in dem in der Mitte verdünnten Glasröhrchen überzeugen, welches ich früher (Wirkung des Entladungsstromes etc., p. 360, Tab. I, Fig. 2) angegeben habe.

Besser aber werden diese Versuche angestellt, namentlich wenn es sich darum handelt, das Verhalten des durchsichtigen Blutes zu Gasen zu studiren, in einem kleinen Apparate der Fig. 7 abgebildet ist. In diesem soll die ganze in dem Schliessungsbogen aufgenommene Blutsäule in allen ihren Theilen eine gleichmässige Veränderung erleiden, so dass man bei Versuchen mit dem durchsichtigen Blute gegen die Einmischung von der Stromeswirkung nicht unterlegenen Blutkörperchen vollständig gesichert ist, wenn man nur dafür sorgt, überhaupt die für die Aufhellung nothwendige Anzahl von elektrischen Schlägen hindurch zu leiten.

Der kleine Apparat besteht aus einem gleichweiten Glasröhrchen *ab*, das kleinste angewendete Röhrchen hatte 43 Mm. Länge, 6 Mm. Diameter, das grösste 98 Mm. Länge, 17 Mm. Diameter, in das Glasröhrchen passt von unten nach Art eines eingeriebenen Glasstöpsels ein Kupfercylinder *bc*, welcher mit dem Drathe *m* verlöthet ist, die obere Öffnung des Röhrchens, dessen Rand genau abgeschliffen ist, wird von einem polirten Metalldeckel geschlossen. Derselbe ist kreisrund und besitzt rechts und links zwei sattelförmige Einschnitte. An diesen Deckel ist der Drath *n* angelöthet. Die Dräthe sowohl wie auch die Oberfläche und der Rand des Deckels sind mit einer Lage von Siegellack überzogen *s* und *s'*, die Dräthe passen vermöge dieses Überzuges fest in das Lumen eines Kautschukschlauches, der in der Mitte von zwei Seiten her ausgeschnitten ist, so dass dort nur die durch die seitlichen Einschnitte des Metalldeckels laufenden Stränge *p* und *q* übrig bleiben. Hat man die Länge des Schlauches passend gewählt, so wird, wenn der Apparat wie in Fig. 7 zusammengestellt ist, der Metalldeckel fest auf den abgeschliffenen oberen Rand des Röhrchens aufgedrückt und zwischen *a* und *c* wird, wenn man das Röhrchen beim Beginne des Versuches mit Blut zum Überfliessen voll gefüllt und das beim Aufdrücken des Deckels austretende vorsichtig abgesaugt hat, eine

Blutsäule enthalten sein, deren Veränderungen während des Elektrisirens gleichmässig erfolgen. Endlich ist man, wie schon angedeutet wurde, wenn Versuche über die Eigenschaften des aufgehellten Blutes angestellt werden sollen, nicht der Gefahr ausgesetzt, dass unverändert neben den Elektroden liegen gebliebene Blutkörperchen sich in die zu beobachtenden Vorgänge einmischen.

Man kann sich mit dem auf diese Weise durchsichtig gemachten Blute überzeugen, dass dasselbe noch ganz ähnliche Farbenveränderungen erleidet, wenn man es abwechselnd mit CO_2 und O oder atmosphärischer Luft behandelt, wie das unveränderte Blut.

Hat man arterielles Blut durchsichtig gemacht, so wird das hellrothe durchsichtige Blut durch Einleiten von CO_2 dunkelroth, fast schwarz und dichroitisch. Venöses Blut oder mit CO_2 künstlich dunkelroth und dichroitisch gemachtes Blut erscheint, auch nachdem es durch elektrische Schläge durchsichtig geworden ist, dunkelroth und dichroitisch. Wird nun Sauerstoff durchgeleitet oder wird es mit atmosphärischer Luft geschüttelt, so wird es hellroth und dem durchsichtig gemachten arteriellen Blute vollkommen gleich gefärbt.

Quantitative Versuche in Bezug auf das Verhalten des durchsichtigen und des unveränderten Blutes zu Gasen habe ich leider noch nicht anstellen können und das Vorstehende nur mitgetheilt, um daran das Verhalten des mit CO vergifteten Blutes zu knüpfen.

Schweine- u. Kaninchenblut wurden mit einem reichlichen Strome von reinem Kohlenoxydgase behandelt, so lange bis weder O noch CO_2 die eigenthümliche Farbe des vergifteten Blutes mehr änderten.

Solches Blut wird in dem Röhrchen Fig. 7 noch gerade so durchsichtig, wie arterielles oder venöses Blut, es zeigt auch im durchsichtigen Zustande die eigenthümliche bläulichrothe Farbe des mit CO behandelten Blutes. In dem mit CO behandelten, nicht elektrisirten Blute findet man nun die Blutkörperchen eben so, wie im frisch defibrinirten, entweder napfförmig oder maulbeerförmig, oder aber neben beiden oder einer der genannten Formen auch einige grosszackige.

Alle diese Blutkörperchen geben aber, wie früher die unvergifteten, genau dieselbe Reihe von successiven Veränderungen, wenn man sie während des Elektrisirens unter dem Mikroskope betrachtet.

Sie werden rosetten-maulbeerförmig, spitzen ihre Zacken in derselben Weise zu und ziehen dieselben in der Reihe nach ein, schliess-

lich gehen sie in gefärbte glatte Kugeln über und verblassen endlich. Auch das Verhalten der Geldrollen war dasselbe, wie im unvergifteten Blute.

Es wurden ferner Frösche in einem abgeschlossenen Volumen reinen Kohlenoxyds oder Leuchtgases erstickt und durch 12 Stunden darin liegen gelassen.

Das gesammelte und defibrinirte Blut derselben zeigte alle Erscheinungen der Kohlenoxydintoxication, nichts desto weniger veränderten sich die Blutkörperchen beim Elektrisiren unter dem Mikroskope noch genau so, wie die gesunder Frösche. Auch auf directe Wärmezufuhr reagiren die Froschblutkörperchen nach der Kohlenoxydintoxication noch in derselben Weise.

Die Blutkörperchen aus vergiftetem Säugethierblute zeigen ebenfalls auf Wärmezufuhr noch die successiven Veränderungen von der Napf- zur Maulbeer- und Kugelform, wie die Blutkörperchen aus frisch defibrinirtem Blute. Nach dem Erfolge dieser Versuche ist die Annahme einer Contractilität der rothen Blutkörperchen nicht zu begründen und die von Klebs ausgesprochenen Sätze: „die rothen Blutkörperchen der Säugethiere sind contractile Gebilde, die sogenannte Maulbeerform entspricht dem bewegten, die Backschüsselform dem unbewegten Zustande, das todte Blutkörperchen hat eine Kugelform“; kann man nicht als bewiesen gelten lassen.

Fragen wir uns, was ausser dem zuletzt angeführtem negativen Resultate sich aus der vorliegenden Reihe von Untersuchungen noch hervorheben lässt, dann ist Folgendes anzuführen:

1. Die als spontan (?) auftretende Formveränderung der rothen Blutkörperchen bekannte, sogenannte sternförmige Verschrumpfung derselben lässt sich, so oft man will, durch den Entladungsstrom an denselben hervorbringen. Sie ist das erste Stadium einer Reihe von Formveränderungen, welchen die elektrisirten Blutkörperchen anheimfallen. Die Ausscheidung des Hämatokrystallin hat mit dem Zackigwerden der Blutkörperchen nichts zu thun, die Krystallbildung erfolgt erst, nachdem die Blutkörperchen ihren Farbestoff unter dem Einflusse des elektrischen Stromes an das Serum abgegeben haben, also in einem weit späteren Stadium der Veränderung.

2. Die successiven Veränderungen, welche der Entladungsstrom an den rothen Blutkörperchen hervorbringt, erfassen nicht alle Blutkörperchen eines bestimmten Blutes gleichzeitig. Es haben vielmehr

die einzelnen Blutkörperchen eine verschiedene Resistenz. Es wird also die specifische Resistenz der Blutkörperchen einer bestimmten Blutprobe im Vergleiche mit einer anderen, wenn man dieselbe, wie wir es früher bei den Versuchen im Grossen (l. c. p. 377) gethan haben, misst durch die Anzahl von Schlägen, welche nothwendig sind, um zwei Blutsäulen von gleicher Länge und gleichem Querschnitt auf denselben Grad von Durchsichtigkeit zu bringen, immer nur den Werth einer Resultirenden aus der verschiedenen specifischen Resistenz der einzelnen Blutkörperchen haben. So wie beim Frieren des Blutes (Versuche und Beobachtungen p. 71—75) oder bei der Entgasung (Preyer über Bindung und Ausscheidung der Blutkohlensäure etc. diese Berichte, Bd. XLIX, p. 49 u. d. f.) eine Anzahl von Blutkörperchen desselben Blutes jenen zerlegenden Einflüssen früher unterliegt, als die übrigen, so zeigt sich das auch bei der Einwirkung des elektrischen Stromes.

3. Ehe die Blutkörperchen sich unter dem Einflusse elektrischer Schläge entfärben, also ehe noch eine Zerlegung in die zwei schon früher für die Blutkörperchen unterschiedenen Bestandtheile in die färbende Substanz und das Stroma eingetreten ist, verhalten sich die elektrisirten Blutkörperchen wie Tropfen einer mit Wasser nicht mischbaren Substanz. Sie fliessen, wenn sie die successiven Formveränderungen bis zur gefärbten Kugel durchlaufen haben, in einander und bilden grössere Kugeln. Der Kern kann einen solchen Tropfen verlassen, ohne dass der letztere an Färbungsintensität oder Schärfe der Begrenzung plötzlich etwas einbüssen würde.

Die Entfärbung erfolgt vielmehr oft erst lange, nachdem der Kern herausgetreten oder das Ineinanderfliessen stattgefunden hat, ganz allmählich und die verblassten Überreste, die Stromata ahmen noch genau die Form der gefärbten Tropfen nach.

4. Innerhalb des Gefässsystems lebender Thiere lassen sich Formveränderungen der rothen Blutkörperchen, wie sie durch elektrische Schläge an denselben erzeugt werden, nicht nachweisen.

In den Capillaren der Froschschwimmhaut erleiden die Blutkörperchen nur passive Formveränderungen, die bekannten Dehnungen und Biegungen.

Diese passiven Formveränderungen der rothen Blutkörperchen ereignen sich in den Capillaren der Froschschwimmhaut verhältnissmässig selten, im Vergleiche mit den Formveränderungen, welche

die Blutkörperchen im Mesenterium von Säugethieren (Meerschweinchen) erleiden. Man überzeugt sich aber auch hier, dass die mannigfachen Formwechsel der rothen Blutkörperchen nur passiver Natur sind.

5. Sowohl arterielles, wie auch venöses Blut macht der Entladungsstrom durchsichtig.

Das durchsichtige Blut zeigt abwechselnd mit CO_2 oder O behandelt noch ganz dieselben Farbenveränderungen, wie das unveränderte defibrinirte Blut. Die Form der Blutkörperchen macht sich nur in soferne geltend, als sie das helle Roth des arteriellen Blutes im reflectirten Lichte bedingt. Qualitativ ändert sich das Verhalten des elektrisirten Blutes zu O und CO_2 nicht und finden sich diese Thatsachen in Übereinstimmung mit den vorliegenden Erfahrungen an gewässertem Blute.

6. Mit Kohlenoxyd gesättigtes Blut wird durch den Entladungsstrom ebenfalls vollständig durchsichtig. Unter dem Mikroskop zeigen die Körperchen solchen Blutes noch dieselben successiven Formenwechsel, wie die unveränderten Blutkörperchen.

7. Eine Erklärung der Wirkung des Entladungsstromes auf das Blut fehlt noch. Gewiss ist aber, dass man sich nicht vorstellen kann, dass die Blutkörperchen grob mechanisch zerrissen oder zerschlagen werden, wenn die Entladung durch das Blut geht. Die unter dem Mikroskop zu beobachtenden und mit so grosser Regelmässigkeit auftretenden successiven Formveränderungen der elektrisirten Blutkörperchen weisen vielmehr auf eigenthümliche Anordnungen innerhalb des Blutkörperchens hin, welche der mikroskopischen Analyse entrückt sind und deren Beziehungen zu den Leistungen des Blutkörperchens noch nicht im Entferntesten abgesehen werden können, für deren weitere Aufdeckung uns aber jedenfalls der Entladungsstrom als ein fortgesetzter Prüfungen werthe Untersuchungsmittel erscheinen muss.

Die Intercellularräume des Gelenkwulstes der Mimoso pudica.

Von dem w. M. **Ernst Brücke.**

Als ich im Jahre 1848 meine Untersuchungen über die Bewegungen der *Mimosa pudica* veröffentlichte, wies ich aus directen Messungen nach, dass die Bewegungen, welche auf Reizung beobachtet werden, im Verlaufe einer Erschlaffung des Gelenkwulstes eintreten.

Als wahrscheinlichste Ursache dieser Erschlaffung bezeichnete ich das Austreten von Zellsaft in die Intercellularräume. Die Gründe, welche mich hierzu veranlassten, waren folgende: Wenn ein System, das aus bläschenförmigen mit Flüssigkeit gefüllten Gebilden besteht, erschlafft; so kann dies nicht füglich auf andere Weise geschehen als dadurch, dass aus den einzelnen Bläschen ein Theil der Flüssigkeit austritt, eben so wie eine einzelne Blase, die straff mit Flüssigkeit gefüllt ist, wenn ihre Capacität unverändert bleibt, nur dadurch schlaff werden kann, dass ein Theil der Flüssigkeit aus ihr austritt.

Insofern einerseits Intercellularräume vorhanden sind, andererseits die Zellen unter einander nicht communiciren, muss man ferner annehmen, dass der Austritt im Allgemeinen in die Intercellularräume und weniger von einer Zelle in die andere, von dieser in die nächstfolgende u. s. w. stattfindet, weil auf dem letzteren Wege der Widerstand ein grösserer ist und die Erschlaffung in verhältnissmässig kurzer Zeit erfolgt.

Dass in der That Flüssigkeit in früher mit Luft gefüllte Intercellulargänge eindringe, war noch aus folgendem Grunde wahrscheinlich. Schon Lindsay hatte beobachtet, dass der Wulst unmittelbar nach der Bewegung dunkler ist als unmittelbar vor der Bewegung. Nun ist es bekannt, dass die verschiedene Färbung der grünen Theile einer Pflanze theils abhängt von der grösseren oder geringeren Menge von Chlorophyll, theils von der Luft, welche in ihnen

enthalten ist. Die letztere macht nämlich die betreffenden Theile heller, weil durch die starke Reflexion an der Grenze von Flüssigkeit und Luft eine grössere Menge von Licht aus der Tiefe reflectirt wird. In unserem Falle wird nun allerdings die in der unteren Hälfte des Wulstes vorhandene Menge des Chlorophylls durch die Bewegung auf einen kleineren Raum zusammengedrängt, aber es schien mir nicht, dass sich hieraus allein die oft sehr auffällige Farbenveränderung erklären lasse, es schien mir im Gegentheil wahrscheinlicher, dass auch in der Vertheilung der Luft eine Veränderung vorgegangen sei.

Zwischen einer solchen und der Reaction auf den Reiz bietet sich noch folgender Zusammenhang dar. Auf einer Membran kann ein relativ beträchtlicher Flüssigkeitsdruck lasten, ohne dass die Flüssigkeit in tropfbarer Gestalt durchsickert, so lange sich auf der andern Seite Luft befindet, weil so lange die Capillarität dem Durchsickern entgegenwirkt. Sobald sich dagegen auf der andern Seite dieselbe Flüssigkeit befindet, so findet das Durchsickern mit Leichtigkeit Statt, weil nunmehr die erwähnte Gegenwirkung nicht vorhanden ist. Wenden wir dies auf unsere Zellen an, so begreifen wir, dass sich in ihnen der Flüssigkeitsdruck zu einer ziemlichen Höhe steigern könne, so lange sich in den Intercellularräumen Luft befindet. Sobald aber dann an einer oder der andern Stelle, sei es in Folge eines Druckes, oder sei es in Folge einer Erschütterung, oder aus irgend einem andern Grunde, Flüssigkeit in einen Intercellulargang tritt; so wird sie darin fortfliessen und nun auch die Wände anderer Zellen benetzen. Dann aber wird der in ihnen herrschende Druck auch stark genug sein, Flüssigkeit von innen nach aussen durchzupressen, diese wird wieder in den Intercellulargang gelangen und so fort.

Indem ich nun an Durchschnitten die Intercellularräume theils mit Luft und theils mit Flüssigkeit, und zwar in der Umgebung des Gefässbündels mit Luft, weiter nach aussen mit Flüssigkeit gefüllt fand, da sich ferner an diesen Durchschnitten die lufthaltige Region sofort durch die helle Farbe auszeichnete, welche sie im auffallenden Lichte zeigte, so konnte mich dies alles nur in meiner Ansicht bestärken.

Nun hat man in neuester Zeit dem Gelenkwulste der Mimose die Intercellularräume gänzlich abgesprochen. Es handelt sich hier

um eine Pflanze, und zwar um eine solche, die nicht in jedermanns Händen ist, so dass wohl ein grosser Theil meiner Fachgenossen keine Gelegenheit hat sich auf kurzem Wege eine eigene Überzeugung zu verschaffen. Hiedurch mag es entschuldigt werden, wenn ich nach langer Zeit noch einmal auf eine frühere Arbeit zurückkomme. Was ich übrigens jetzt darüber schreibe, obgleich es mit meinen früheren Wahrnehmungen übereinstimmt, schreibe ich nicht nach sechzehnjähriger Erinnerung, sondern unmittelbar nachdem ich eine lebende *Mimosa pudica*, die ich durch die Güte meines geehrten Collegen Herrn Prof. Fenzl erhielt, untersucht habe.

Die Intercellularräume existiren nicht nur, sondern sie sind auch in der Umgebung des Gefässbündels, wie ich bereits in der erwähnten Abhandlung (Müller's Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medicin 1848, Seite 443) hervorgehoben habe, sehr weit und gross. Hier befinden sich Zellen, die etwas kleiner sind als die weiter nach aussen liegenden Wulstzellen und stärker mit Chlorophyll angefüllt. Zwischen diesen befinden sich die grössten Intercellularräume und diese sind es auch, welche man noch auf Durchschnitten in grösserer oder geringerer Ausdehnung mit Luft angefüllt findet. Die allergrössten liegen aber nicht unmittelbar am Gefässbündel, sondern zwischen der dritten und sechsten Zellenschicht, und hier beträgt der Durchmesser eines Intercellularraumes oft den dritten Theil des Durchmessers der benachbarten Zellen.

Weiter nach aussen werden, während die Zellen an Grösse zunehmen, die Intercellularräume kleiner und endlich sehr klein. Ich habe sie aber auf dünnen Durchschnitten als kleine dreieckige Öffnungen sowohl in der obern als in der untern Wulsthälfte bis nahe an die Epidermis, bis zwischen die letzte und vorletzte Schicht der grossen Wulstzellen verfolgt. Freilich gelingt dies nur mit starken Vergrösserungen und es ist gut den Schnitt statt mit Wasser mit Glycerin zu befeuchten.

Zwischen der fünften und sechsten Zellenschicht von aussen nach innen gezählt, sind sie, wenn auch immer noch sehr klein, doch gross genug, um der Untersuchung keine wesentlichen Schwierigkeiten mehr entgegenzusetzen. Dann nehmen sie weiter an Grösse zu, bis sie sich auf das oben beschriebene Maximum erweitern.

Man sieht hieraus, dass die von mir aufgestellte Ansicht der anatomischen Grundlage keineswegs entbehrt. Es ist dabei nicht nothwendig anzunehmen, dass jede Zelle den austretenden Saft ausschliesslich in den ihr unmittelbar anliegenden Intercellulargang entleere. Der Druck in denjenigen, welchen grosse Intercellularräume anliegen, durch die sie plötzlich drainirt werden, kann so rasch sinken, dass nun aus weiter nach aussen liegenden Zellen, die bei der grossen Enge der ihnen anliegenden Gänge zur Zeit nur wenig Flüssigkeit in dieselben abgeben konnten, Saft in sie hinübertritt. Wann und wo dies geschehen müsse, lässt sich im Einzelnen nicht ausführen, man kann nur im Allgemeinen sagen, dass die Flüssigkeit, um die mit der Bewegung verbundene Volumabnahme der untern Wulsthälfte zu ermöglichen, stets die Wege des kleinsten Widerstandes aufsuchen wird.

Zweifelhaft bleibe ich, ob meine Beschreibung der Intercellularräume nicht noch eine wesentliche Lücke enthält. Ich habe nämlich im Parenchym zerstreut zwischen den Durchschnitten der Zellen auch grössere meist viereckige, bisweilen mehreckige Figuren mit concaven Seiten gefunden, in deren Begrenzung sich auch bei den stärksten und besten Vergrösserungen nur je eine Zellenwand erkennen liess, und diese konnte ich dann an den Enden der concaven Seite, welche sie bildete, verfolgen, wie sie die Figur verliess und sich weiter als Wand der anliegenden Zelle fortsetzte. Nach diesen Merkmalen hätte ich die erwähnten Figuren auch für Durchschnitte von Intercellularräumen ansehen müssen; aber ich konnte die Regelmässigkeit ihrer Vertheilung im Parenchym nicht nachweisen und so war es doch leicht möglich, dass beim Anfertigen dünner Durchschnitte einzelne sehr schief getroffene Kuppen von Zellen unter dem Messer gewichen waren, sich von den Nachbarzellen losgelöst und künstliche Lücken verursacht hatten.

Zur Anatomie der Leber.

Von Dr. Th. H. Mac-Gillavry,
Oberarzt in Holländisch-Ostindien.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 28. April 1864.)

Die Leber setzt der anatomischen Forschung bedeutende Schwierigkeiten entgegen, wodurch es wohl bedingt sein mag, dass heut zu Tage über das Verhalten des Gallenapparates zu den Leberzellen noch so verschiedene, ja sogar ganz entgegengesetzte Meinungen vertheidigt werden.

Diese Schwierigkeiten rühren zum Theile daher, dass das lockere Parenchym einer aus dem Körper entfernten Leber nicht mehr die Stütze findet, welche ihm früher gewährt wurde, durch den Seitendruck des kreisenden Blutes und die von allen Seiten gleichwirkenden äusseren Druckkräfte, wodurch die Leber bei ungeöffneter Bauchhöhle in ihrer Lage befestigt wird; zweitens weil in einer todten Leber gleich Zersetzungen eintreten, die noch bedeutend vermehrt werden, wenn behufs der anatomischen Zubereitung das Organ einige Zeit in mässig erhöhter Temperatur gehalten wird.

Es schien daher gerathen, zur Untersuchung nur ganz frische Lebern zu verwenden und sich nach Injectionsmethoden umzusehen, die bei der gewöhnlichen Zimmertemperatur angewendet werden können, besonders wenn die Aufgabe gestellt ist, in einer Leber verschiedene Gefässsysteme mit Injectionsmasse anzufüllen.

Frisch stand uns dieses Organ immer in Hunde- und Kaninchenleichen zu Gebote, und wir bemerken in voraus, dass die Beschreibung sich auf diese Thiere bezieht, wenn nicht ausdrücklich das Gegentheil gesagt wird.

Bei der Injection des Gallensystems wirken die vorgenannten üblen Umstände am meisten störend ein, besonders die durch Zersetzung hervorgerufene Entwickelung von Gasblasen und die Erweichung des Parenchyms.

Wir haben daher durch viele unnütze Versuche belehrt, die Injection des Gallensystems immer mit einer kalten Masse, und zwar mit einer wässerigen Lösung von Berlinerblau ausgeführt.

Die gewöhnliche Injection mit der Spritze hat uns für das Gallensystem sehr unvollkommene Resultate gegeben, und scheint für die Füllung der Lymphwege ganz ungenügend zu sein, weil es nur gelungen ist dann vollständige Präparate zu bekommen, wenn die Injection stundenlang fortgesetzt wurde, und man die Hände frei hatte, um die hierbei immer eintretenden Blutungen gleich zu beseitigen.

Wir haben darum nach der Methode von Prof. Ludwig injicirt, die im Wesentlichen darin besteht, dass der Injectionsdruck durch eine Quecksilbersäule hervorgebracht wird[1]).

Die Literatur der Leber findet man vollständig abgehandelt in Henle's Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen. Wir haben es daher unterlassen, sie hier noch anzuführen und nur hie und da, wo es nothwendig schien, die Autoren citirt.

Über die Endigung der Gallengänge.

Die Endigung der Gallengänge in Capillaren ist zuerst angegeben worden von Gerlach[2]). Später

---

[1]) Es ist vielleicht nicht überflüssig diese Methode hier noch kurz zu beschreiben. In eine Flasche wird die Injectionsmasse gegossen, nachdem der Boden mit Quecksilber bedeckt ist. Man schliesst sie mit einem Korke, der festgebunden wird und von zwei Glasröhren durchbohrt ist. Die eine derselben, welche an der untern Fläche des Korkes endet, ist oben rechtwinkelig gebogen und zur Einführung in die Cannüle bestimmt; die zweite taucht bis unter das Quecksilberniveau, steigt senkrecht empor und endet oben in einen Trichter. Ein zweiter Trichter, an dem mit einem Kautschukröhrchen ein fein ausgezogenes Glasröhrchen befestigt ist, wird oberhalb des ersten Trichters aufgehängt und mit Quecksilber gefüllt, nachdem der Kautschuk mit einem Quetschhahn zugedrückt ist. Mit dem Quetschhahne oder besser noch mit einem Schraubenquetscher regulirt man leicht und sicher das Zufliessen des Quecksilbers. Kommt es darauf an, sehr kleine und bekannte Druckkräfte zu verwenden, so ist es vortheilhaft die mit dem Trichter versehene Röhre viermal rechtwinkelig umzubiegen, so dass sie ausserhalb der Flasche unter die Verlängerung des Quecksilberniveaus herab und dann wieder emporsteigt in der Gestalt etwa eines Manometers. Da der umgekehrt U-förmige Theil dieser Röhre vollständig mit Quecksilber gefüllt sein muss, und die Zusammensetzung des Apparates dadurch einige Schwierigkeiten erleidet, thut man wohl, das Ende, was in das Quecksilber taucht, fein auszuziehen und das andere freie Ende bei der Einführung in die Flasche luftdicht zu verschliessen.

[2]) Gewebelehre. 2. Auflage.

wurden Gallencapillaren als Endigung der Gänge beschrieben von Budge[1]) und Andréjević[2]).

Injicirt man den *Ductus choledochus* einer Kaninchenleber mit einer concentrirten wässerigen Lösung von Berlinerblau unter einem Drucke von höchstens 20—30 Millim. Quecksilber, so wird in wenigen Minuten die Oberfläche des Organes theilweise blau gefärbt. Man sieht die Färbung zuerst an den Grenzen der Leberläppchen auftreten, und wenigstens an einigen Stellen allmählich bis zum Centrum fortschreiten. Es ist zu rathen, immer den kleinsten Druck anzuwenden, mit der noch Masse hineingetrieben wird, und wenn ein Theil der Oberfläche blau gefärbt ist, mit der Injection aufzuhören. Die Gallenblase braucht nicht unterbunden noch ihres Inhaltes entledigt zu werden. Das Berlinerblau, welches bekanntlich nicht filtrirt, wird auf der innern Wandung der Gallengänge niedergeschlagen, so dass man nach geschehener Injection unmittelbar feine Schnitte mikroskopisch untersuchen kann. Die Leber wird in Spiritus aufbewahrt und den andern Tag in Stücke geschnitten. Lässt man sie, ohne sie zu zerschneiden, in Spiritus liegen, so fault das Innere des Organes sehr leicht, weil die gehärteten äusseren Schichten für Spiritus unwegsam werden.

Um mikroskopische Präparate durchsichtig zu machen, sind entweder durch Alkohol völlig entwässerte Schnitte in Damar-Firniss aufzubewahren oder wasserhältige Stückchen mit Essigglycerin, verdünnten Säuren u. s. w. zu behandeln.

Man sieht an so zubereiteten Präparaten, dass die gröberen Gallengänge zwischen den Leberläppchen mit den Ästen der *Vena portae* verlaufen und sich wie die letzteren vielfach theilen. Aus diesen interlobulären Gängen treten feine Ästchen, worin man kein Epithelium mehr nachweisen kann. Diese haben einen geschlängelten oder geknickten Verlauf, theilen sich vielfach, umstricken die Äste der *V. portae*, anastomosiren mit einander und bilden ein zierliches Netz von blauen Streifen, das in die Leberläppchen dringt, in seinen polygonalen Maschen die Leberzellen aufnimmt und sich bis zur *Vena centralis* erstreckt.

In der Regel ist die Injection nur an der Oberfläche der Leber so weit vorgedrungen, wo aus leicht begreiflichen Gründen am

[1]) Archiv f. Anat., Phys. u. wissensch. Med. 1859.

[2]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. XLIII. Bd. I. Abth. 1861.

wenigsten Widerstände zu überwinden sind. Oft kommt es vor, dass das zierliche Netz auf einmal übergeht in röhrenförmige Streifen von viel grösserem Kaliber, die ebenfalls mit einander anastomosiren, sich auch bis zur *Vena centralis* erstrecken, doch viel grössere und mehr viereckige Maschen bilden (Fig. 2 *C L*).

Statt des engmaschigen polygonalen Netzes tritt immer das zweite auf, wenn einer der folgenden Umstände stattgefunden hat:

α) Wenn der Injectionsdruck die angegebene Grenze überstiegen hat;

β) wenn Zersetzungen oder gar Fäulniss vor oder während der Injection eingetreten waren;

γ) wenn durch die Blutgefässe vorher wässerige Flüssigkeiten (sowohl quellende als nicht quellende) geleitet worden sind.

Später werden wir die Ursache dieser Erscheinung kennen lernen. Vorläufig betrachten wir das Netz, in welches die Gallengänge sich auflösen, wie es Fig. 1 bei hundertmaliger Vergrösserung darstellt.

Wiewohl Herr Heitzmann mit gewohnter Geschicklichkeit und Sorgfalt in der Zeichnung wieder zu geben bestrebt war, was im Präparate gesehen wurde, so ist doch der Anblick bei Weitem nicht so zierlich, wie er nach gelungenen Injectionen sich zeigt.

Wir bemerken zuerst, dass wie es auch die Figur zeigt, in dem interlobulären Raume die blauen Streifen der angrenzenden Läppchen mit einander anastomosiren und nach dem Centrum der Läppchen radienförmig angeordnet sind; zweitens, dass man in injicirten Leberpartien, wie auch der Schnitt die Axe der *Vena centralis* getroffen hat, immer dieselben Bilder zu Gesicht bekommt, woraus geschlossen werden muss, dass das Maschenwerk nach allen Richtungen gleich angeordnet ist.

Betrachtet man sehr feine Schnitte bei starker Vergrösserung, so findet man leicht einzelne Partien, wo die blauen Streifen wie scharf abgeschnitten erscheinen und sich fortsetzen in helle Streifen mit scharfen dunklen Contouren, die sich genau so verhalten, wie die blauen (Fig. 4 und 8).

Oft kommt es vor, dass eine polygonale Schlinge, die eine Leberzelle umgibt, aus hellen und blauen Stücken zusammengesetzt ist.

Präparate in Essigglycerin, die mit Nadeln aus einander gezupft sind, zeigen bisweilen isolirte Leberzellengruppen, die in der Art, wie es Fig. 4 *b* vorstellt, noch in Zusammenhang mit den blauen Streifen sind. An sehr dünnen Schnitten ist es bei guter Beleuchtung und Benützung starker Vergrösserungen öfters schwer zu beurtheilen, wie weit die Injection vorgedrungen ist. Dies rührt daher, dass die Streifen in sehr verschiedener Feinheit auftreten, so dass man bisweilen bei günstiger Witterung noch deutlich blaue Streifchen von verschwindender Feinheit an Stellen bemerkt, wo man früher bei weniger guter Beleuchtung nichts mehr wahrgenommen hat. Auch diese feinsten Linien geben immer die polygonalen Figuren wieder, wie sie die dickeren zeigen.

Es kommt vor allen Dingen darauf an, den Grund nachzuweisen, wodurch die Injectionsmasse gezwungen ist, solche regelmässige Räume zu füllen. Zuerst drängt sich die Vermuthung auf, dass die blauen Streifen aufzufassen sind als der optische Ausdruck von mit Berlinerblau gefüllten, sehr dünnwandigen Capillaren. Es wäre denn zunächst die Aufgabe, diese mit Masse gefüllten Röhrchen frei von aller anhaftenden Lebersubstanz darzustellen.

Dies gelingt nur in so weit, als man durch tagelange Maceration von frischen Leberstückchen in verdünnten Säuren die Leberzellen in einen trüben Brei umwandeln kann, wobei die blauen Streifen gut erhalten bleiben. Capillare Wandungen werden aber auf diese Weise nicht sichtbar. Budge hat seine Präparate mit concentrirter Schwefelsäure behandelt. Dadurch werden ähnliche Bilder gewonnen, wie auf die erste Weise. Durch Ausspülen mit destillirtem Wasser überzeugt man sich, dass die concentrirte Schwefelsäure selbst nach stundenlanger Einwirkung die Leberzellen nur unsichtbar macht und sie nicht ganz auflöst. Wiewohl nun der directe Beweis für die Existenz der Wandungen fehlt, glauben wir doch berechtigt zu sein, die blauen Streifen als Capillaren zu deuten, und zwar aus Gründen, die hier nur theilweise angeführt, aber nachher vollständig zusammengestellt werden sollen.

Wenn man annehmen wollte, dass die blaue Masse sich einfach ausbreitet in einem Systeme von sehr feinen anastomosirenden Lücken, so würde diese Annahme unwahrscheinlich werden, so bald nachgewiesen wird, dass zwischen den Leberzellen zwar ein Lückensystem constant vorhanden ist, dass jedoch durch künstliche Füllung

dieses Systems mit gefärbter Masse ganz andere Bilder auftreten, als die, worin sich die Gallengänge auflösen. Dieser Nachweis ist nun sehr leicht zu führen, wenn man die Lymphgefässe in peripherischer Richtung injicirt, wodurch Bilder gewonnen werden, wie Fig. 2 eines darstellt.

Es muss also entweder das Gallensystem durch eigene Häute abgeschlossen sein, weil man aus einer Leber, Galle und Lymphe unvermischt hervortreten sieht, und die Injection für das eine System ganz andere Endigungen als für das andere darstellt und später ausführlich nachgewiesen werden soll, dass die Wurzeln der Lymphgefässe als freie Lücken zwischen den Leberzellen aufzufassen sind, — oder es müssten zwei ganz von einander unabhängige Lückensysteme existiren, was aber nicht im Einklange steht mit den Ergebnissen der Lymphgefässinjectionen.

Als weitere Wahrscheinlichkeitsgründe für die Existenz von Wandungen der Capillaren führen wir noch an:

1. Dass die blauen Streifchen des Gallensystems sich in den freien für die Blutcapillaren bestimmten Räumen öfters mit den letzteren kreuzen (Fig. 5).

2. Dass durch Zerzupfen von feinen Schnitten sich feine blaue Stäbchen isoliren lassen, die mit einem feinen glashellen Saume begrenzt sind, der an der abgerissenen Stelle kleine Fetzchen zeigt (Fig. 4), wobei zu bemerken ist, dass Stückchen von niedergeschlagenem Berlinerblau für sich allein niemals von diesem hellen Saume begrenzt sind.

Vorläufig wollen wir die blauen Streifen, in welche die Gallengänge sich auflösen, kurzweg Gallencapillaren nennen, mit dem Vorbehalt, dass mit diesem Ausdrucke nichts als ein kürzerer Name gewonnen ist.

Die künstliche Füllung der Gallencapillaren der Hundeleber ist mit weit grösseren Schwierigkeiten verbunden, als dieselbe Operation an der Kaninchenleber. Mit sehr geringem Drucke kann man die Anfänge der Capillaren darstellen; treibt man aber die Masse mit einer etwas grösseren Quecksilbersäule hinein, so erscheinen in den mikroskopischen Bildern immer die Figuren der Lymphwurzeln.

Injicirt man aber vorher die *Arteria hepatica* mit einer geringen Quantität sehr dicken Leimes, und schickt, ehe dieser erstarrt ist,

die Injection durch den *Ductus choledochus* nach, so braucht man in diesem Falle den Druck bei der Galleninjection nicht so ängstlich zu überwachen, und thut, wenn man sich einmal mit dem Anblick der Gallencapillaren vertraut gemacht hat, sogar wohl, einen ziemlich hohen Druck anzuwenden, wodurch dann neben vielen Extravasaten in den Lymphräumen die schönsten Netze von Gallencapillaren dargestellt werden.

Die Lebern von Igeln und Meerschweinchen sind nach demselben Schema gebaut, welches wir für Kaninchen und Hunde beschrieben haben.

Die räumlichen Verhältnisse zwischen Blut- und Gallensystem.

An der Grenze der Leberläppchen umstricken die geschlängelten Gallengänge die Äste der *Vena portae.*

Denkt man sich den Durchschnitt eines Leberläppchens senkrecht auf die *Vena centralis* als einen Kreis, und den Durchschnitt parallel mit diesem Blutgefässe als eine Ellipse, so sieht man in den viereckigen grossen Maschen der Blutcapillaren in der Richtung der Sehnen in der Regel zwei Leberzellen, und in der Richtung der Radien mehrere Zellen angeordnet.

Das Netzwerk der Gallencapillaren bildet polygonale Maschen von der Grösse einer Leberzelle, in welchen Maschen fast immer eine Zelle enthalten ist. — Andréjević hat angenommen, dass, wo eine Blutcapillare verlaufe, keine Gallencapillaren auftreten, so dass wenn die Ersteren im Querschnitte getroffen werden, sie umgeben sind von einem Ringe von Gallencapillaren, dessen Radius dem Durchmesser einer Leberzelle gleich ist (die Lichtung der Blutcapillare als ein Punkt betrachtet).

In unseren Präparaten sieht man überall Blut- und Gallencapillaren sich kreuzen und einander berühren. Am belehrendsten sind Querschnitte, wie sie in Fig. 5 wiedergegeben sind. Die Blutcapillare wird an diesen Stellen von einem Ringe des Gallensystems umgeben; der Radius dieses Ringes ist aber nur einem halben Zellendurchmesser gleich. — Auch ist öfters der Ring excentrisch um das Blutgefäss gelagert, so dass die beiden Röhrchen einander berühren.

Wir glauben, dass man diese Verhältnisse am besten so formulirt: Es existiren in jedem Leberläppchen zwei Netze, deren

Maschen jede beliebige Richtung zu einer festen Ebene annehmen können. Der von einer Masche umgrenzte Flächenraum ist in der Regel eine krumme Fläche und wohl selten eine Ebene. Das eine Netz hat grosse, das andere kleine Maschen, beide setzen sich durcheinander fort und es bleibt dem Zufalle überlassen, ob die Röhren beider Systeme sich berühren, umstricken oder unabhängig von einander verlaufen.

Die Lymphwege der Leber und ihr Verhalten zu den übrigen Gewebselementen.

Teichmann[1]) bildet aus der menschlichen Leber ein Geflecht von Lymphgefässen ab, welches einen Ast der *Vena portae* umstrickt. Ganz in derselben Weise sind die grösseren Lymphgefässe bei Hunden und Kaninchen angeordnet. Die Figuren, wie sie die oberflächlichen Lymphgefässe der menschlichen Leber nach Teichmann darbieten, haben wir bei unseren Thieren niemals gefunden.

Öffnet man die Bauchhöhle von verbluteten Thieren, so findet man bei genauer Betrachtung immer einzelne Lymphgefässe, die aus dem Hilus der Leberlappen hervortreten, sich nach unten biegen und neben dem Hauptstamme der *Vena portae* sich in Lymphdrüsen auflösen. Wenn man das ganze Bündel Gefässe und Nerven des *Hilus hepatis* bei lebenden Thieren unterbindet und die Bauchwunde mit einer Nath vereinigt, so bleiben diese noch einige Zeit am Leben, Hunde im Mittel eine Stunde, Kaninchen 40 Minuten. Im Moment als die Ligatur die Lebernerven zusammenpresst, empfindet das Thier starke Schmerzen, beruhigt sich aber bald. Lässt man Hunde nach geschehener Operation frei herum gehen, so bemerkt man dass sie, wiewohl ihnen das Gehen ganz gut möglich ist, grosse Neigung haben sich hinzulegen. Alle äusseren Theile erblassen allmählich; das Thier wird schläfrig, gähnt und dehnt sich, und ist nur schwer zu veranlassen umher zu gehen. Immer wird es träger bis auf einmal das Bild sich ändert. Die Hunde springen auf, laufen schnell herum und heulen bis sie endlich wieder sich

1) Das Saugadersystem vom anatomischen Standpunkte bearbeitet.

ruhig hinlegen. Die Temperatur, im äusseren Gehörgang gemessen, sinkt um etliche Grad Celsius. Die Athemzüge werden langsamer; zuerst werden die hinteren Extremitäten paralysirt, dann schreitet die Lähmung allmählich weiter und das Thier verendet.

An vorsichtig ausgeschnittenen Lebern solcher Thiere findet man alle Fragen über das makroskopische Verhalten der äusseren Lymphgefässe beantwortet. Über die Gallenblase legt sich der Längenaxe nach ein grosses Lymphgefäss, dass sich in viele Äste theilt, welche die oberflächlichen Gefässe der anliegenden Leberpartien in sich aufnehmen. Der Hauptstamm der Blase begleitet den *Ductus choledochus*, mit welchem er verwachsen ist.

Aus jedem Lappen der Leber tritt eine grosse Menge strotzend gefüllter Gefässe hervor, die sich gegen einander drängen und fast alle übrigen Theile verdecken. Alle waren in unseren Versuchen constant mit einer klaren, farblosen Lymphe gefüllt; sie erinnern durch ihre von Klappen herrührenden Einschnürungen an feine Perlschnürchen.

Will man die Lymphgefässe in centrifugaler Richtung mit gefärbten Massen füllen, so ist zu rathen, die Leber ein oder zwei Stunden in verdünnten Spiritus zu legen, wodurch die Klappen schrumpfen und insufficient werden. Durch eine Stichwunde wird eine Cannüle in ein Gefäss eingeführt und daselbst mit einer feinen Sperrpincette befestigt. Versucht man die Cannüle fest zu binden, so werden unvermeidlich Nachbargefässe verletzt und wird der Erfolg der Injection der Blutungen wegen sehr problematisch.

Nicht immer braucht man in ein Lymphgefäss direct einzubinden. Bisweilen gelingt es durch Einstich und Injection in das Bindegewebe, das die Gefässe und Nerven am Hilus zu einem Bündel vereinigt, oder in die Wandung der Gallenblase einzelne Lymphstämme zu füllen, wodurch dann die Masse weiter in die Leber dringt. Doch ist dagegen zu bemerken, dass dieser Kunstgriff nicht immer gelingt, und zwar weil in dem lockeren Bindegewebe leicht Zerreissungen eintreten. Dann staut sich die Injectionsmasse in den künstlichen Räumen, drückt auf die Lymphgefässe und schliesst sie ungefähr in der Art ab, wie in den Lehrbüchern der pathologischen Anatomie die Schliessung einer Arterie durch ein *Aneurysma sacciforme* geschildert wird.

α) Oberflächliche Lymphgefässe der Leber.

In der Nähe der Gallenblase sieht man Lymphgefässe aus dem Leberparenchym auftauchen und sich, zu grösseren Stämmen vereinigt, auf die Blase fortsetzen, wo sie in die mächtigen Gefässe der Blase übergehen. Constant ist ein starkes Gefäss, das in der Mitte der freien Oberfläche der Blase verläuft und aus der Vereinigung aller Stämme entsteht. Es begleitet den *Ductus choledochus* in einer leicht gewundenen Spirale und mündet in der Nähe des *Duodenum* in eine Drüse. Die Wurzeln dieser Gefässe sind so beschaffen, wie in anderen aus Bindegewebe gebildeten Organen [1]).

Weil die oberflächlichen Lymphgefässe der Leber sich an ihren peripherischen Enden genau so verhalten wie die tiefen und der Unterschied nur darin besteht, dass die ersteren sich entleeren in die Gefässe der Blase, die zweiten aus dem Hilus hervortreten und gleich zu den Drüsen verlaufen, wollen wir übergehen zu

β) den tiefen Lymphgefässen.

Wie bekannt, werden die Äste der *Vena portae,* der Leberarterie, des Gallengangs und die Nerven durch Bindegewebe verbunden *(Capsula Glissonii),* welches den weiteren Verästelungen dieser Organe (in derselben Weise sich verjüngend) folgt. In diesem Bindegewebe setzen sich auch die Lymphgefässe fort, indem sie anastomosirend ein zierliches Netzwerk um die Gefässe bilden. Die mit blossem Auge gut sichtbaren Stämme haben noch ihre Klappen und gehen in sehr feine nach Art einer Spirale gewundene Stämmchen über, deren Einschnürungen gebildet werden durch kreisförmig aufgelagerte Fibrillenbündel (Fig. 2 und 6).

Der Übergang in die Wurzeln ist nun nicht immer derselbe. Wir haben drei verschiedene Arten gefunden:

1. An der Grenze der Leberläppchen spaltet sich das Lymphgefäss in der Art, dass die Lichtung desselben sich in ein röhren-

---

[1]) Über den Ursprung der Lymphe von C. Ludwig. Mediz. Jahrbücher der Wiener k. k. Ges. der Ärzte 1863. 4. Heft. S. 35.

förmiges Maschenwerk fortsetzt und die Haut des Gefässes in Bindegewebsplatten übergeht, die durch vielfache Spaltung unvollständige Hüllen für die Röhren bilden. Dieses Maschenwerk entsteht, wie gesagt, an der Grenze der Läppchen, erstreckt sich bis zur *Vena centralis* und ist der Form nach nicht zu unterscheiden von einem injicirten Blutcapillarnetze, so dass Jemand wer diese Figuren zuerst sieht, wo sie nicht im Zusammenhange stehen mit einem Lymphgefässe, leicht meinen könnte, dass die Masse in die Blutgefässe übergetreten sei.

Die Wandungen dieser capillaren Lymphräume sind erstens gebildet von spärlichen Bindegewebsfibrillen, zweitens von den anliegenden Leberzellen und Gallencapillaren. Die Bindegewebsfibrillen werden nach dem Centrum der Läppchen immer spärlicher, so dass eine Injection mit färbenden, nicht erstarrenden Massen an der Peripherie der Läppchen die Röhren mit ziemlich scharfen, nach dem Innern zu hingegen mit verschwommenen Contouren darstellt (Fig. 2).

2. Die Lymphgefässe spalten sich und bilden in dem Interlobulärraume die für andere Organe schon bekannten Lymphlacunen, die in der Art, wie sub 1 angegeben ist, in die capillären Lymphräume übergehen (Fig. 3 nach links, unten und in der Mitte *L L*).

3. Die Lymphlacunen treten auf als enge, anastomosirende Röhren von etwas spindelförmiger Gestalt (Fig. 3 *R L L*), denen wohl keine eigene Wandung, aber doch eine viel schärfere Begrenzung zukommt als den gewöhnlichen Lacunen, die mehr nach dem Typus cavernöser Räume gebildet sind. Der Übergang in die capillären intralobulären Lymphräume erfolgt wieder wie sub 1 (Fig. 3 links oben).

Da wir nun in dem interlobulären Bindegewebe mit seinen Lymphlacunen die Gallengänge und die Blutgefässe eingebettet finden, weiter feine Fibrillenzüge sich in die Läppchen einsenken sehen als Fortsetzung des interlobulären Bindegewebes und als partielle Wandung von Lymphräumen, welche die Form des Blutcapillarennetzes treu wiedergeben, so fragt es sich, ob in den capillären Lymphräumen die Blutcapillaren eingebettet sind? Die Injection beantwortet diese Frage bejahend, und man kann Präparate darstellen, wie sie in Fig. 7 und 10 copirt sind. Fig. 10 ist einem Präparate entnommen, wo zuerst die Lymphgefässe mit wässeriger

Berlinerblaulösung und nachträglich die *Vena portae* mit Carminleim ausgespritzt sind. Das Berlinerblau hat die Wandung der Blutcapillaren und die angrenzenden Leberzellen tingirt. Durch die starke Ausdehnung des Blutgefässes mit der Injectionsmasse und die Quellung der Theile in Essigglycerin berührt die Wandung des Gefässes die Leberzellen.

In Fig. 7 ist zuerst das Lymphsystem mit blauen Leim angefüllt, und während dieser noch nicht erstarrt war, die *Vena portae* mit Carminleim ausgespritzt. Zu bemerken ist noch, dass der Hund 24 Stunden gehungert hatte. Die Leberzellenbalken erscheinen sehr schmal, eben so ist die Lichtung der Blutcapillare verringert, und diesen Umständen entsprechend der capilläre Lymphraum beträchtlich erweitert.

Die eigene Wand der Blutcapillare war im Querschnitt überall deutlich als ein heller, scharf contourirter Ring wahrzunehmen.

Kehren wir jetzt zu den spiralig gewundenen feinen Lymphgefässen zurück und betrachten wir Fig. 6, wo ein solches der Länge nach durchschnitten enthalten ist. Man sieht wie die Einschnürungen durch quer aufgelagerte Fibrillenbündel bedingt werden. Die Wandung des Gefässes ist nach innen scharf begrenzt; nach aussen setzt sie sich ohne scharfe Grenzen in dem Bindegewebe fort. Die Bindegewebszüge lassen hier zahlreiche Lücken frei, in denen kernartige Gebilde eingestreut sind (adenoide Substanz). Ganz so beschaffene Elemente, die im frischen Zustande Lymphkörperchen ähnlich sind, findet man bisweilen in der Lymphgefässlichtung frei herum liegen, und auch an der Innenfläche der Wandung regelmässig angeordnet in der Art eines bekleidenden Epithels. Durch längeres Aufbewahren des gezeichneten Präparates in Damar-Firniss sind alle Theile bedeutend geschrumpft und in ihrer Form verändert. Dieselbe Figur zeigt weiter wie von dem interlobulären Bindegewebe einzelne Fibrillenzüge in die intralobulären capillären Lymphräume sich fortsetzen.

Es ist vielleicht hier der geeignete Platz, den weiteren Beweis zu führen, dass die feinen blauen polygonalen Figuren, die bei einer gelungenen Galleninjection auftreten, als Capillaren zu deuten sind. In dem Abschnitte, der über das Gallensystem handelt, sind wir zur Einsicht gekommen, dass entweder ein Gallencapillarnetz existiren muss oder zwei verschiedene Lückentysteme da sein müssen,

die nirgendwo in einander einmünden. Das Studium der Lymphwege lehrt nun, dass ein Lückensystem existirt, welches aber grösstentheils von den Leberzellen begrenzt wird. In diesen Lücken sind die Blutcapillaren eingeschaltet und gelungene Injectionen der *Vena portae* und der Gallengänge mit verschieden gefärbten Massen zeigen, dass eine Gallencapillare sich öfters in dem capillaren Lymphraume mit einer Blutcapillare kreuzt und sogar die Wandungen beider sich berühren[1]). Man wird also durch die Hypothese eines zweiten wandungslosen Lückensystems gezwungen zu der Annahme, dass das eine zum Theil in dem andern eingeschaltet sei, was offenbar ein Absurdum ist.

Betrachten wir ferner von der Existenz von Capillaren ausgehend die Umstände, die das Misslingen einer Galleninjection hervorrufen.

Steigerung des Druckes über das angegebene Mass füllt statt des Gallensystems die Lymphräume der Leber.

Zersetzung der Leber entwickelt eine grosse Quantität Luftblasen, die sich in den Blut-, Lymph- und Gallengefässen ansammeln. Es genügt schon eine frische Leber eine halbe bis eine ganze Stunde bei der für Leim-Injectionen erforderlichen Temperatur aufzubewahren, um diese Erscheinung in hohem Grade stark hervorzurufen.

Wenn man, wie Beale es gethan hat, einen Strom Wasser durch das Stromgebiet der *Vena portae* leitet, unter einem Drucke von 4 engl. Fuss Wasser, so wird man die Blutcapillaren beträchtlich ausdehnen und durch Wasserfiltration in allen Elementen des Gewebes eine bedeutende Quellung hervorrufen.

Während der Injection der Gallengänge sieht man in allen diesen Fällen constant die Lymphgefässe sich mit der Masse füllen, und die mikroskopische Untersuchung gibt Bilder, wie Fig. 9 eines

---

1) Man würde dagegen einwenden können, dass die Injection durch Erweiterung der Blutcapillaren diese Annäherung künstlich herbeiführt; doch kann man sich leicht überzeugen, dass während des Lebens dieselben Verhältnisse existiren müssen, wenn man lebenden Thieren die *Vena portae* und *Arteria hepatica*, und gleich darauf die *Vena hepatica* unterbindet. Man bemerkt dann, dass das Volumen einer ohne diese Vorsorge ausgeschnittenen Leber verkleinert erscheint und dass die Blutcapillaren während des Lebens stärker ausgedehnt sind, als bei einer Injection der *Vena portae*, wobei man die Masse nur in die peripheren Theile des Leberläppchens treibt.

darstellt, wo man einzelne Gallencapillaren antrifft, die sich jedoch in Lymphwurzeln fortsetzen.

Ich glaube, dass hier keine andere Erklärung stichhaltig ist als die, dass man die feinen Wandungen der Gallencapillaren zerrissen hat. Zu bemerken ist noch, dass das Durchleiten von nicht quellenden Salzlösungen unter sehr geringem Drucke schon hinreicht, die Gallencapillaren an vielen Stellen zu zerreissen. Es werden vielleicht kleine Luftblasen oder Blutcoagula hier Stauungen hervorrufen, wodurch Gallencapillaren gezerrt und gerissen werden, die an vielen Stellen die Blutcapillaren umstricken und nicht nachgeben können, weil sie mit den Leberzellen fest zusammenhängen.

Der Lymphstrom streicht an den Leberzellen vorbei, doch darf man die Verhältnisse nicht so auffassen, als ob jeder Punkt der Zellenoberfläche von Lymphe berührt würde. Die Untersuchung frischer Lebern zeigt nämlich, dass die Zellen, welche zusammen die bekannten Balken des Leberparenchyms darstellen, fest mit einander verbunden sind. Hat man vorher die Gallencapillaren mit Berlinerblau gefüllt, so findet man die Zellen auch im festen Zusammenhange mit den Gallencapillaren und es scheint sogar, als ob die letzteren auf irgend eine noch unbekannte Weise den Zusammenhang der Zellen vermitteln helfen würden.

Da wo Zellen einander berühren oder Gallencapillaren auf den Zellen gelagert sind, ist die Verbindung eine so innige, dass keine noch so kleine Spalten vorhanden sein können, in welche Lymphe eindringen könnte. Umgekehrt wird keine Zelle ganz vom Lymphstrome abgeschlossen; jede ist mit einem Theile ihrer Oberfläche in directer Berührung mit der Lymphe. Weiter möchten wir hervorheben, dass jede Blutcapillare in einem capillären Lymphraume eingebettet ist, also überall Blutcapillaren und Leberzellen durch Lymphe getrennt werden.

Man würde ferner fragen können, ob es capilläre Lymphräume gibt, in welchen keine Blutcapillaren enthalten sind? Hierauf können wir mit Bestimmtheit antworten, dass dieser Fall nie vorkommt und die Existenz der capillären Lymphräume nur durch die Gegenwart der Blutcapillaren bedingt ist.

Nachschrift.

Wir hatten die Absicht unsere Studien weiter auf die Blutgefässe und Zellen der Leber auszudehnen, weil wir meinen, dass hier noch einzelne interessante Thatsachen aufgefunden werden können. Umstände, von unserm guten Willen unabhängig, verhindern uns aber jetzt die Richtigkeit unserer Vermuthung zu controliren. Wir behalten uns vor darauf später zurückzukommen.

Der Leberzelle wollen wir aber noch ein paar Zeilen widmen, weil wir noch ein Ergebniss der Lymphinjection mitzutheilen haben, das uns vorderhand ganz dunkel erscheint, aber vielleicht für Studien über den feineren Bau der Leberzellen einen Anhaltspunkt gewährt. In einer frischen Hundeleber hatten wir die *Arteria hepatica* ausgespritzt mit dickem Leim, dem präcipitirtes *Bichromas plumbi* zugesetzt war. Nachdem der Leim erstarrt war, wurde wässeriges Berlinerblau von den Lymphwurzeln der Gallenblase aus in die oberflächlichen Lymphgefässe der Leber getrieben. Die an den injicirten Partien gewonnenen Präparate zeigten nun neben vielen mit blauer Masse gefüllten Lymphräumen die Kerne der Zellen intensiv blau gefärbt. Die Gallencapillaren waren deutlich erkennbar als helle, scharf contourirte Polygone, und zeigten hie und da ebenfalls einen geringen blauen Anflug (Fig. 11). Die letztere Erscheinung bedarf nach dem früher Gesagten wohl keines weiteren Commentars, aber für die ersterwähnte können wir keinen ordentlichen Grund angeben, um so weniger, weil die körnige, um den Kern gelagerte Masse der Zelle und ihre Oberfläche ganz farblos erschienen.

Es ist bekannt, dass thierische Zellen, mit wässerigem Berlinerblau in Berührung gebracht, sich mit einem blauen Niederschlage bedecken; warum nun in diesem Falle dies nicht geschehen ist, sondern der Farbstoff, ohne Spuren von seinem Durchgange durch die körnige Zellenmasse zu hinterlassen, seinen Weg bis zum Kern gefunden, und sich auf diesem niedergeschlagen hat, darüber haben wir kaum eine Vermuthung.

Wir wollen noch hinzufügen, dass es uns noch nie gelungen ist, an frischen Leberzellen mit indifferenten Flüssigkeiten, z. B. *Humor aqueus*, auf den Objectträger gebracht und vor Verdampfung

geschützt, Hüllen wahrzunehmen. Hie und da erscheint zwar ein Theil der Peripherie scharf und doppelt contourirt, aber es ist nicht schwer, wenn man als Gegenprobe eine frische Leber untersucht, deren Gallensystem injicirt ist, diese partielle scharfe Begrenzung als von anhängenden Gallencapillaren herrührend zu erkennen. Behandelt man ein frisches abgeschabtes Stückchen Leber mit destillirtem Wasser, so treten viele Kerne aus der körnigen Masse hervor, ohne dass man etwas wahrnimmt, was sich als eine zerrissene Zellenmembran deuten liesse. Wir wollen aus diesen dürftigen Thatsachen keinen voreiligen Schluss ziehen, und betrachten die Existenz einer Membran als eine offene Frage. Der Zellenkern erscheint immer doppelt contourirt; um ihn zu sehen, muss man aber mittelst Reagentien in der Zelle Veränderungen einleiten, denn in den frischen Zellen in *Humor aqueus* ist er vollständig von der körnigen Masse verdeckt.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Vergr. 100. Präparat in Damar-Firniss. Darstellung der Gallencapillaren einer Kaninchenleber. In den Interlobularräumen verlaufen feine Gallengänge und Capillaren. Die Capillarnetze dringen in die Leberläppchen und erreichen rechts oben die *Vena centralis*. Die Netze angrenzender Läppchen anastomosiren mit einander. Injection mit wässerigem Berlinerblau.

„ 2. Vergr. 100. Präparat in Damar-Firniss. Ein feines, nach Art einer Spirale gewundenes Lymphgefäss der Hundeleber löst sich in seine Wurzeln auf. Nach links sind die capillären Lymphräume *C L* bis zur *Vena centralis* gefüllt. Injection mit wässerigem Berlinerblau.

„ 3. Vergr. 100. Präparat aus der Hundeleber in Damar-Firniss. Äste der *Vena portae* und ein quer durchschnittener Gallengang sind von Lymphlacunen umgeben. Die oberen *R L L* sind scharf begrenzt und röhrenförmig, nach links oben setzt sich eine Röhre in capilläre Lymphräume eines Läppchens fort. Die übrigen capillären Lymphräume hängen mit gewöhnlichen Lacunen zusammen. Die Lymphgefässe wurden mit blauem Leim und nachträglich die *Vena portae* schwach mit Leim und präcipitirtem *Sulphas Barytae* ausgespritzt.

„ 4. Vergr. 400. Präparat in Essigglycerin. Leberzellen und Gallencapillaren der Kaninchenleber. Die Capillaren sind zum Theile mit Berlinerblau gefüllt. Durch Zerzupfen mit Nadeln sind einzelne Zellengruppen mit

ihren Capillaren isolirt, andere wie an dem freien Ende nach links zerstört, und theilweise mit den angrenzenden Zellen im Zusammenhang geblieben. Eine isolirte Gallencapillare ragt frei hervor, hat scharfe helle Contouren und trägt an der Spitze feine Federchen. Rechts von *a b* muss man sich das Gewebe weiter fortgesetzt denken. Injection mit wässerigem Berlinerblau.

Fig. 5. Vergr. 400. Präparat in Damar-Firniss. Durchkreuzung der Blut- und Gallencapillaren in der Kaninchenleber. Die tiefgelegenen Gallencapillaren sind schwach, die oberflächlichen intensiv blau gezeichnet. Links oben scheint eine Gallencapillare auf dem Querschnitte einer Blutcapillare zu liegen. Das mikroskopische Bild liess sich nicht anders in der Zeichnung wieder geben. Durch Focusverschiebung konnte man sich überzeugen, dass der Querschnitt der Blutcapillare oberflächlich, und die Gallencapillare tiefer lagen. Injection des *Ductus choledochus* mit Berlinerblau-Lösung, und der *Vena Portae* mit Karminleim. Die Vene wurde nur mässig angefüllt.

" 6. Vergr. 400. Präparat aus der Hundeleber in Damar-Firniss. Ein nach der Längenaxe durchschnittenes Lymphgefäss. Rechts sieht man, wie quer aufgelagerte Bindegewebsfibrillen die Einschnürungen bedingen. In der Gefässlichtung liegen verschiedene kernartige Gebilde frei herum; andere sind nach Art eines Epithels der innern Gefässwandung aufgelagert. In den Spalten des interlobulären Bindegewebes (J. B.) sieht man gleich beschaffene Körperchen eingestreut. Von dem interlobulären Bindegewebe setzen sich feine Fibrillenzüge in die capillären Lymphräume des angrenzenden Leberläppchens fort. Injection mit wässerigem Berlinerblau.

" 7. Vergr. 400. Präparat in Essigglycerin. Aus der Leber eines hungernden Hundes. Die Lymphgefässe sind zuerst mit blauem Leime und nachher die *Vena portae* mit Karminleim ausgespritzt. Die Leberzellenbalken erscheinen ungewöhnlich fein. Die Blutcapillaren mit deutlichen eigenen Hüllen sind nur schwach angefüllt und durch einen breiten blauen Lymphraum von den Zellen getrennt.

" 8. Vergr. 400. Präparat in Damar-Firniss. Gallencapillare der Hundeleber. In der Zeichnung ist das capillare Netz, welches im Präparate nur bei verschiedenen Focuseinstellungen übersehen werden konnte, auf einer Ebene projicirt und keine Rücksicht genommen auf die Blutgefässe, die als parallele Streifen durch die körnige Zellenmasse durchschimmerten. Injection mit Berlinerblau-Lösung.

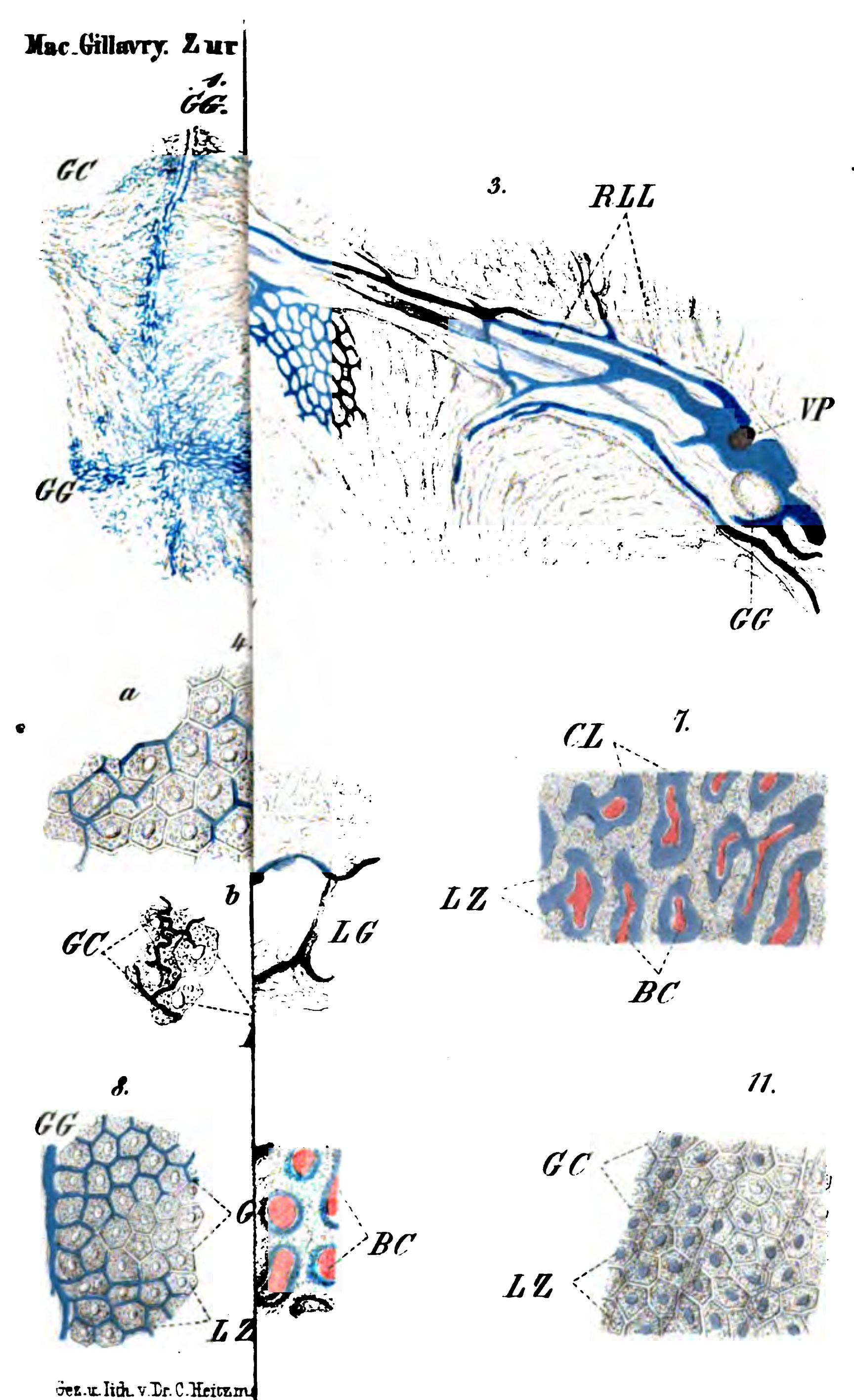
" 9. Vergr. 400. Präparat aus der Hundeleber in Damar-Firniss. Die *Vena portae* wurde mässig mit Barytleim ausgespritzt, darauf Glycerin mit Berlinerblau-Lösung in den *Ductus choledochus* unter geringen Druck getrieben. Allmählich wurde der Druck gesteigert, bis die blaue Masse aus den Lymphgefässen ausfloss. Man sieht einen injicirten Gallengang, der einen Ast der *Vena portae* umstrickt, sich in ein blaues Capillarnetz verästeln. Bei *E* ist die blaue Masse extravasirt. Die capil-

lären Lymphräume sind alle blau gefüllt und erscheinen nur wenig intensiv gefärbt. Der Grund dieser Erscheinung ist der, dass das Licht in den Gallencapillaren ein solides blaues Stäbchen und in den Lymphräumen eine sehr dünne blaue Schichte durchdringt, weil in den letzteren noch die Blutcapillaren enthalten sind.

Die blauen Gallencapillaren setzen sich in die hellen nicht injicirten Polygone continuirlich fort. In der Zeichnung macht es den Eindruck, als ob die Gallencapillaren am oberflächlichsten liegen. Es ist dieses eine optische Illusion. Man denke sich das Netz vertheilt durch die ganze Dicke des Präparates.

Fig. 10. Vergr. 400. Präparat aus der Hundeleber in Essigglycerin. Die Lymphgefässe wurden mit Berlinerblau-Lösung und nachträglich die *Vena portae* mit Karminleim injicirt. Das Berlinerblau hat die Oberfläche der Leberzellen tingirt; der capilläre Lymphraum ist durch die beträchtliche Füllung der Blutgefässe zu einem Minimum verringert.

„ 11. Verg. 400. Präparat aus der Hundeleber in Damar-Firniss. Die *Arteria hepatica* ist mit körnigem *Bichromas plumbi* und Leim ausgespritzt. Die Lymphgefässe wurden mit Berlinerblau-Lösung injicirt. Das *Chromas plumbi* erscheint bei durchfallendem Lichte farblos; man erkennt aber die Lage der Blutcapillaren an der parallelen Streifung. Die Gallencapillaren hatten im Präparate einen leichten blauen Anflug und die Kerne der Leberzellen waren intensiv blau gefärbt.



Gez. u. lith. v. Dr. C. Heitzm

Aus d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei.

Fig. 1. 4. 5 aus der
LL und RLL d die Lymphgefässe, CL die capillaren Lymphräume,
Z die Leberzellen, und E Extravasat. Gallen- und
irt in Fig. 1. 2.

Die Wurzelformel der allgemeinen Gleichung des vierten Grades.

Von **Franz Unferdinger,**
Lehrer der Mathematik an der Ober-Realschule am Bauernmarkt.

(Vorgelegt in der Sitzung am 23. Juni 1864.)

Die Gleichung, mit deren Auflösung wir uns im Folgenden beschäftigen, heisst:

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0 \qquad (1)$$

in welcher a, b, c, d, e als beliebige bekannte Grössen und x als die Unbekannte zu betrachten sind.

Statt x führen wir eine neue Unbekannte y ein, mittelst der Beziehung

$$x=y+h, \qquad (2)$$

h noch als willkürlich gedacht, wodurch eine neue Gleichung des vierten Grades entsteht in y:

$$\alpha y^4+\beta y^3+\gamma y^2+\delta y+\varepsilon=0 \qquad (3)$$

in welcher die Coëfficienten $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ folgende Functionen von h sind

$$\begin{aligned} \alpha &= a \\ \beta &= 4ah+b \\ \gamma &= 6ah^2+3bh+c \\ \delta &= 4ah^3+3bh^2+2ch+d \\ \varepsilon &= ah^4+bh^3+ch^2+dh+e, \end{aligned} \qquad (4)$$

dividiren wir die Gleichung (3) durch y^2 und fassen die Glieder vom Rande einwärts paarweise zusammen, so entsteht

$$\left(\alpha y^2+\frac{\varepsilon}{y^2}\right)+\left(\beta y+\frac{\delta}{y}\right)+\gamma=0, \qquad (5)$$

wird nun die willkürliche Grösse h so gewählt, dass

$$\frac{\alpha}{\varepsilon}=\left(\frac{\beta}{\delta}\right)^2, \qquad (6)$$

welche Bedingung erfüllt wird, wenn

$$(7)\qquad \alpha = k\beta^2, \quad \varepsilon = k\delta^2,$$

so verwandelt sich unsere Gleichung in folgende

$$k\left(\beta^2y^2+\frac{\delta^2}{y^2}\right)+\left(\beta y+\frac{\delta}{y}\right)+\gamma=0,$$

welche durch die Annahme

$$(8)\qquad \beta y+\frac{\delta}{y}=z,$$

sich in die quadratische Gleichung

$$(9)\qquad \alpha z^2+\beta^2z+(\beta^2\gamma-2\alpha\beta\delta)=0$$

verwandelt, deren Auflösung gibt

$$(10)\qquad z=\frac{-\beta^2\pm\sqrt{\beta^4-4\alpha(\beta^2\gamma-4\alpha\delta)}}{2\alpha}$$

und mit diesen zwei Werthen von z, bekommt man aus der Gleichung (8) vier Werthe von y

$$(11)\qquad y=\frac{z\pm\sqrt{z^2-4\beta\delta}}{2\beta}.$$

Wie man sieht, kommt Alles auf die Erfindung von h an, welches die Bedingung (6) erfüllt. Setzt man in diese Bedingungsgleichung für α, β, δ, ε aus (4) ihre Werthe, so geht dieselbe über in

$$a\,(4ah^3+3bh^2+2ch+d)^2=(4ah+b)^2(ah^4+bh^3+ch^2+dh+e),$$

welche entwickelt und nach h geordnet in folgende **kubische** Gleichung übergeht:

$$(12)\qquad a'h^3+b'h^2+'h+d'=0,$$

wobei die Coëfficienten folgende Functionen von a, b, c, d, e sind

$$(13)\qquad \begin{aligned} a' &= 8a^2d - 4abc + b^3 \\ b' &= 16a^2e + 2abd + b^2c - 4acd \\ c' &= 8abe + b^2d - 4acd \\ d' &= b^2e - 4ad^2 \end{aligned}$$

Hat man aus dieser Gleichung (12) eine Wurzel h, z. B. die immer vorhandene reelle Wurzel h gefunden, so berechnet man damit β. γ, δ nach (4) und es gibt (10) jene zwei Werthe von z, welche in (11) eingesetzt, vier Werthe y ergeben, womit nach (2) auch die vier Wurzeln x der Ausgangsgleichung (1) bekannt werden.

Damit ist die Methode, nach der wir die allgemeine Gleichung des vierten Grades auflösen, vollständig dargelegt. Was nun folgt, hat lediglich den Zweck, die Wurzeln x der allgemeinen Gleichung (1) statt durch mehrere Zwischengrössen z, y, h möglichst direct durch die Coëfficienten a, b, c, d, e der gegebenen Gleichung auszudrücken.

Zunächst wird man finden, durch Substitution der Werthe von $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ aus (4), dass die Grösse unter dem Wurzelzeichen in z

$$\beta^4-4\alpha(\beta^2\gamma-2\alpha\delta)=\alpha'\beta$$

ist, wodurch sich die (10) verwandelt in

$$z=\frac{1}{2a}\{-\beta^2\pm\sqrt{a'\beta}\}. \qquad (14)$$

Auf dieselbe Art wollen wir nun auch y durch β darstellen. Aus (9) folgt

$$\alpha z^2=-\beta^2 z-\beta^2\gamma+2\alpha\beta\delta,$$

also ist die Grösse unter dem Wurzelzeichen in (11)

$$z^2-4\beta\delta=-\frac{\beta^2}{\alpha}\left(z+\gamma+\frac{2\alpha\delta}{\beta}\right). \qquad (15)$$

Um hierin auch γ und δ durch β und δ darzustellen, setzen wir in ihren Ausdrücken (4) statt h seinen Werth $\frac{\beta-b}{4\alpha}$ und erhalten mit Leichtigkeit

$$\left.\begin{aligned}\gamma&=\frac{3\beta^2-(3b^2-8ac)}{8a}\\ \delta&=\frac{\beta^3-(3b^2-8ac)\beta+2a'}{16a^2}\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

und hiermit wird, wenn gleichzeitig statt z sein Werth aus (14) substituirt wird, nach weniger Reduction

$$z^2-4\beta\delta=\frac{1}{4a^2}\{(3b^2-8ac)-a'\beta\}\mp\frac{\beta^2}{2a^2}\sqrt{a'\beta}. \qquad (17)$$

also ist endlich

$$y=\frac{1}{4a}\{-\beta\pm\sqrt{\frac{a'}{\beta}}\pm\sqrt{(3b^2-8ac)-\frac{a'}{\beta}\mp2\sqrt{a'\beta}}\}$$

und da $x=y+\frac{\beta-b}{4a}$ auch

$$(18)\quad x=\frac{1}{4a}\{-b\pm\sqrt{\frac{a'}{\beta}}\pm\sqrt{(3b^2-8ac)-\frac{a'}{\beta}\mp2\sqrt{a'\beta}}\},$$

wobei sich das erste und dritte Zeichenpaar auf einander beziehen, so dass die Formel für x sämmtliche vier Wurzeln der Gleichung (1) darstellt. Hiernach hätte man also, um die Gleichung (1) aufzulösen, zunächst die kubische Gleichung (12) zu bilden, aus ihr eine Wurzel h zu bestimmen, dann ist $\beta=4ah+b$ und jetzt gibt (18) die vier Werthe von x.

Allein das ganze Geschäft der Auflösung unserer allgemeinen Gleichung (1) lässt sich wesentlich noch vereinfachen durch Einführung einer Hilfsgrösse ρ statt h und β, mittelst der Beziehung

$$(19)\qquad \rho=\frac{a'}{\beta},$$

wodurch sich vorerst unser Wurzelausdruck (18) in folgenden einfacheren verwandelt

$$(19)\qquad x=\frac{1}{4a}\{-b\pm\sqrt{\rho}\pm\sqrt{(3b^2-8ac)-\rho\mp\frac{a'}{\sqrt{\rho}}}\}$$

Um nun auch in der Hilfsgleichung (12) statt h, ρ einzuführen, setzen wir in (19) statt β seinen Werth in h und bestimmen h daraus,

$$h=\frac{a'-b\rho}{4a\rho},$$

dieser Werth in (12) substituirt, gibt als Hilfsgleichung in ρ

$$a'(a'-b\rho)^3+4ab'\rho(a'-b\rho)^2+16a^2c'\rho^2(a'-b\rho)+64a^3d'\rho^3=0$$

oder wenn man entwickelt und nach ρ ordnet,

$$A\rho^3+B\rho^2+C\rho+D=0,$$

worin die Coëfficienten die folgenden Werthe haben:

$$A = 64a^3d' - 16a^2bc' + 4ab^2b' - a'b^3$$
$$B = 3a'^2b^2 - 8aa'bb' + 16a^2a'c'$$
$$C = 4aa'^2b - 3a'^3b$$
$$D = a'^4.$$

Diese Ausdrücke verwandeln sich aber durch Substitution der Werthe von b', c', d' aus (13) nach leichter Reduction in folgende:

$$A = -a'^3$$
$$B = (3b^2 - 8ac)\,a'^2$$
$$C = \{16a^2(4ae - bd - c^2) - b^2(3b^2 - 16ac)\}\,a'^2$$
$$D = a'^4,$$

so dass unsere Hilfsgleichung in ρ durch $-a'^3$ abgekürzt werden kann und lautet

$$\rho^3 - (3b^2 - 8ac)\rho^2 + \{b^2(3b - 16ac) - 16a^2(4ae - b3 - c^2)\}\,\rho - a'^2 = 0. \quad (20)$$

Diese Gleichung hat natürlich immer eine reelle Wurzel und da das letzte Glied negativ, so ist diese eine reelle Wurzel auch immer positiv. Versteht man also unter ρ in (19) die immer vorhandene positive Wurzel, so sieht man, dass im letzten Glied des Ausdruckes für x, $\sqrt{\rho}$ nie imaginär sein kann. Der Fall einer Umrechnung aus der imaginären Form $\sqrt{m + n\sqrt{-1}}$ in die normale imaginäre $p + q\sqrt{-1}$ kann also niemals vorkommen.

Alles zusammengefasst, gelangen wir zu folgender

Auflösung der allgemeinen Gleichung des vierten Grades

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0: \quad (1)$$

Aus den Coëfficienten der Gleichung bilde man die drei Grössen

$$8a^2d - 4abc + b^3 = a'$$
$$b^2(3b^2 - 16ac) - 16a^2(4ae - bd - c^2) = a''$$
$$3b^2 - 8ac = a'''$$

und bestimme aus der Gleichung

$$\rho^3 - a'''\rho^2 + a''\rho - a'^2 = 0$$

die positive Wurzel; alsdann sind die vier Wurzeln der vorgelegten Gleichung durch folgende Formel gegeben:

$$x = \frac{1}{4a}\left\{-b \pm \sqrt{\rho} \pm \sqrt{a''' - \rho \mp \frac{\sqrt{\rho}}{2a'}}\right\},$$

worin das erste und dritte Zeichenpaar sich auf einander beziehen.

Beispiel.

Die aufzulösende Gleichung sei

$$2x^4 - 13x^3 + 28x^2 - 23x + 6 = 0.$$

Hier ist also $a = 2$, $b = -13$, $c = 28$, $d = -23$, $e = 6$ und hiermit wird $a' = -21$, $a'' = 499$, $a''' = 59$, die Hilfsgleichung in ρ lautet also:

$$\rho^3 - 59\rho^2 + 499\rho - 441 = 0.$$

Diese Gleichung hat die positive Wurzel 1 und man hat daher

$$x = \frac{1}{8}\{13 \pm \sqrt{1} \pm \sqrt{59 - 1 \pm 42}\}$$

oder

$$x_{1,2} = \frac{1}{8}\{13 + 1 \pm \sqrt{100}\}$$

$$x_{3,4} = \frac{1}{8}\{13 - 1 \pm \sqrt{16}\}$$

endlich

$$x_1 = 3,\ x_2 = \frac{1}{2},\ x_3 = 2,\ x_4 = 1.$$

Ludovico Ferrari zu Bologna (1522—1565) wird meines Wissens als der Erste betrachtet, der ein Verfahren zur Auflösung biquadratischer Gleichungen gegeben hat. Er braucht zur Auffindung der vier Wurzeln nur eine Wurzel der Hilfsgleichung; sein Vorgang setzt jene bekannte Transformation, um das zweite Glied wegzubringen, als bereits gemacht voraus. Von allen mir sonst noch bekannten Methoden von Descartes, Euler, Waring, Ampère, hat durch die Lehrbücher die meiste Verbreitung gefunden jene von

Euler, mitgetheilt im VI. Bande der Petersburger Commentarien. Aber auch diese setzt voraus, dass das zweite Glied bereits weggeschafft sei und bedarf aller drei Wurzeln der Hilfsgleichung. Auf den weiteren Übelstand, dass sie bei imaginären Wurzeln immer der Umrechnung aus der Form $\sqrt{m+n\sqrt{-1}}$ in jene $p+q\sqrt{-1}$ erfordert, hat neuerlich Schlömilch aufmerksam gemacht im 8. Jahrgang seiner Zeitschrift p. 223. Er gibt dort mit Vermeidung dieses Übelstandes eine Wurzelformel, welche auch in unserer für $a=1$ und $b=0$ als specieller Fall enthalten ist. Grunert hat im XXXX. Theile seines Archivs allerdings eine Auflösung der allgemeinen Gleichung des vierten Grades gegeben, allein dieselbe ist nichts anderes als die Verschmelzung der Euler'schen Auflösung mit der Substitution $x=y-\frac{b}{4a}$, um das zweite Glied wegzubringen, sie schliesst also die genannten Nachtheile der Euler'schen Auflösung in sich. Dr. Matthiessen in Jever hat auch eine Auflösung der allgemeinen Gleichung, gegeben im 8. Bande der Schlömilch'schen Zeitschrift p. 138, jedoch ist seine Wurzelformel complicirt und bedarf im Falle imaginärer Wurzeln der erwähnten Umrechnung auf die Form $p+q\sqrt{-1}$.

Note.

In der Gleichung (6) liegt das Princip unserer Auflösung. Um dasselbe noch deutlicher hervortreten zu lassen, wollen wir auf eine den reciproken ähnliche Gattung von Gleichungen geraden Grades aufmerksam machen, welche sich immer auf Gleichungen von halbem Grad zurückführen lassen.

Haben nämlich die Coëfficienten der Gleichung

$$A_0x^{2r}+A_1x^{2r-1}+A_2x^{2r-2}+\ldots+A_{2r-2}x^2+A_{2r-1}x+A_{2r}=0 \quad (a)$$

die Eigenschaft, dass dieselben vom Rande einwärts paarweise dividirt

$$\frac{A_0}{A_{2r}}=\frac{A_1}{A_{2r-1}}=\frac{A_2}{A_{2r-2}},\ldots.$$

eine Reihe bilden von der Form

$$\left(\frac{a_0}{a_1}\right)^r, \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^{r-1}, \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^{r-2}, \ldots,$$

so dass die Coëfficienten im Allgemeinen die Form haben

$$(b) \quad \begin{matrix} A_0 = k_0 a_0^r, & A_1 = k_1 a_0^{r-1}, & A_2 = k_2 a_0^{r-2}, \ldots \\ A_{2r} = k_0 a_1^r, & A_{2r-1} = k_{2r-1} a_1^{r-1}, & A_{2r-2} = k_2 a_1^{r-2}, \ldots \end{matrix}$$

wobei k_0, k_1, k_2 beliebige Grössen sind, so kann die vorgelegte Gleichung durch Substitution

$$(c) \qquad a_0 x + \frac{a_1}{x} = z$$

immer auf eine Gleichung r^{ten} Grades gebracht werden.

In der That, dividirt man die Gleichung (a) durch x^r, fasst vom Rande einwärts die Glieder paarweise zusammen und substituirt die Coëfficientenformen (b), so übergeht sie in

$$(d) \quad k_0\left(a_0^r x^r + \frac{a_1^r}{x^r}\right) + k_1\left(a_0^{r-1} x^{r-1} + \frac{a_1^{r-1}}{x^{r-1}}\right) + k_2\left(a_0^{r-2} x^{r-2} + \frac{a_1^{r-2}}{x^{r-2}}\right) + \\ + \ldots + k_{r-1}\left(a_0 x + \frac{a_1}{x}\right) + A_r = 0.$$

Nun ist

$$a_0 x + \frac{a_1}{x} = z$$

$$a_0^2 x^2 + \frac{a_1^2}{x^2} = z^2 - 2a_0 a_1$$

$$a_0^3 x^3 + \frac{a_1^3}{x^3} = z^3 - 3a_0 a_1 z$$

$$a_0^4 x^4 + \frac{a_1^4}{x^4} = z^4 - 4a_0 a_1 z^2 + 2a_0^2 a_1^2,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

so dass $a_0^r x^r + \frac{a_1^r}{x^r}$ immer als ein Polynom vom r^{ten} Grad nach z dargestellt werden kann; also ist auch die Gleichung (d) höchstens vom r^{ten} Grad nach z. Werden die r-Wurzeln derselben bestimmt, so gibt die Gleichung (c) zu jedem Wurzelwerth z zwei Wurzeln x.

Da man Gleichungen bis zum vierten Grad einschliessig durch Wurzelformeln auflösen kann, so haben auch die beiden Gleichungen

$$k_0a_0^3x^6+k_1a_0^2x^5+k_2a_0x^4+Ax^3+k_2a_1x^2+k_1a_1^2x+k_0a_1^3=0$$

$$k_0a_0^4x^8+k_1a_0^3x^7+k_2a_0^2x^6+k_3a_0x^5+Ax^4+k_3a_1x^3+k_2a_1^2x^2+k_1a_1^3x+$$
$$+k_0a_1^4=0,$$

in welchen die k, a und A willkürlich sind nach Wurzelformeln und die Gleichung des vierten Grades

$$k_0a_0^2x^4+k_1a_0x^3+Ax^2+k_1a_1x+k_0a_1^2=0$$

kann immer unmittelbar in zwei quadratische zerfällt werden. Da die Gleichung (c) ungeändert bleibt, wenn man $\frac{a_1}{a_0x}$ statt x setzt, so muss dasselbe auch bei (a) der Fall sein, da der erste Theil rein durch z dargestellt werden kann. Die Gleichung (a) hat also die Eigenschaft, wenn x eine Wurzel ist, dass ihr auch $\frac{a_1}{a_0x}$ Genüge leistet.

Nehmen wir, um einen speciellen Fall zu haben, $a_0=1$, $a_1=2$ und $r=4$, so wird jede Gleichung des achten Grades auflösbar sein, deren Coëfficienten vom Rande einwärts paarweise dividirt, die Reihe bilden

$$\frac{1}{16},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2}.$$

Wenn man z. B. Zähler und Nenner dieser Brüche der Reihe nach mit $k_0=2$, $k_1=-13$, $k_2=44$, $k_3=-101$ multiplicirt, so folgt

$$\frac{2}{32},\ \frac{-13}{-104},\ \frac{44}{176},\ \frac{-101}{-202}$$

oder es ist

$$A_0=2,\quad A_1=-13,\quad A_2=44,\quad A_3=-101$$
$$A_8=32,\quad A_7=-104,\quad A_6=176,\quad A_5=-202$$

während A_4 willkürlich bleibt. Nehmen wir $A_4=166$, so heisst die aufzulösende Gleichung

$$2x^8-13x^7+44x^6-101x^5+166x^4-202x^3+176x^2-104x+$$
$$+32=0. \qquad (f)$$

Mittelst der Substitution (c)

$$(c) \qquad x+\frac{2}{x}=z$$

kann dieselbe nach (e) auf folgende Gleichung des vierten Grades gebracht werden

$$2(z^4-8z^2+8)-13(z^3-6z)+44(z^2-4)-101z+166=0$$

oder

$$2z^4-13z^3+28z^2-23z+6=0.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind

$$3,\ \frac{1}{2},\ 2,\ 1,$$

die Wurzeln der vorgelegten Gleichung (f) werden daher durch folgende vier quadratische bestimmt

$$\begin{aligned} x^2 &- 3x + 2 = 0 \\ x^2 &- \frac{1}{2}x + 2 = 0 \\ x^2 &- 2x + 2 = 0 \\ x^2 &- x + 2 = 0 \end{aligned}$$

aus welchen folgt:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 1 \\ x_3 &= \frac{1}{4}(1+\sqrt{-31}) \\ x_4 &= \frac{1}{4}(1-\sqrt{-31}) \\ x_5 &= 1+\sqrt{-1} \\ x_6 &= 1-\sqrt{-1} \\ x_7 &= \frac{1}{2}(1+\sqrt{-7}) \\ x_8 &= \frac{1}{2}(1-\sqrt{-7}). \end{aligned}$$

XIX. SITZUNG VOM 21. JULI 1864.

Der Secretär legt folgende Stücke vor:

„das IV. Heft von Prof. Hebra's Atlas der Hautkrankheiten;"

„den I. Band des statistisch-commerciellen, und den I. Band des geologischen Theiles des Novara-Reisewerkes."

Herr Vice-Director K. Fritsch übersendet eine Mittheilung über einen verheerenden Hagelfall, welcher am 12. Juli d. J. zwischen 8 und 9 Uhr Abends in der Gegend von Salzburg stattgefunden hat.

Das Präsidium der X. Versammlung ungarischer Ärzte und Naturforscher ladet mit Zuschrift vom 1. Juli, zur Beschickung dieser vom 27. August bis 2. September zu Maros-Vásárhely stattfindenden Versammlung ein.

Herr Hofrath W. Haidinger übergibt eine Abhandlung: „Der Meteorstein von Maubhoom in Bengalen im k. k. Hof-Mineraliencabinete aus dem Falle am 22. December 1863."

Herr Prof. A. E. Reuss legt eine Abhandlung „über Anthozoën und Bryozoën des Mainzer Tertiärbeckens" vor.

Herr Prof. F. Unger überreicht die VI. Fortsetzung seiner botanischen Streifzüge auf dem Gebiete der Culturgeschichte, betitelt: „Der Waldstand Dalmatiens von einst und jetzt."

Herr Prof. A. Schrötter theilt das von ihm befolgte Verfahren mit, aus den Lithionglimmern, und zwar aus dem Lepidolith aus Mähren und dem Glimmer aus Zinnwald das Lithium, Rubidium Cäsium und Thallium zu gewinnen.

Herr Prof. J. Redtenbacher übergibt die „Analyse des Johannisbrunnens in Mähren, ausgeführt von seinem Assistenten, Herrn Dr. E. Ludwig.

Herr Prof. Simony spricht „über Schwankungen der Temperatur und der Wassermenge in Quellen des Salzkammergutes."

Die Classe beschliesst, über Antrag des Präsidenten Frhn. von Baumgartner eine Untersuchung der österreichischen Seen hinsichtlich des etwaigen Vorkommens von Pfahlbauten in denselben vorzunehmen. Diese Untersuchung soll vorläufig nach Massgabe der zu Gebote stehenden Kräfte auf die Seen von Oberösterreich, Kärnten und Krain, den Gardasee und die ungarischen Seen ausgedehnt und schon in diesem Herbste in Angriff genommen werden.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Bd. LIV. Heft 1—3. Leipzig & Heidelberg, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1481. Altona, 1864; 4°.

Ateneo Veneto: Atti. Serie II. Vol. I. Punt. 2ª. Venezia, 1864; 8°.

Berlin, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863 und 1864. 4°.

Bibliothèque Universelle de Genève et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XIX, No. 76; Tome XX, No. 77 & 78. Genève, Lausanne, Neuchatel 1864; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LVIII. No. 26. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 2e Livraison. Paris, 1864; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, königl., zu Göttingen: Abhandlungen. XI. Bd. Göttingen, 1864. 4°. — Gelehrte Anzeigen auf das Jahr 1863. I—III, Bd. 8°. — Nachrichten vom Jahre 1863. 8°.

— naturforschende, in Zürich: Vierteljahrsschrift. Jahrg. 1861, 1862 und 1863.

Gibb, George Duncan, On Diseases of Throat and Windpipe as reflected by the Laryngoscope. (With 116 Engravings.) Second Edition. London, 1864; 8°.

Greifswald, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863. 4° & 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLI. Theil, 4. Heft. Greifswald, 1864; 8°.

Hamburg, Stadtbibliothek: Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863. 4°.

Institut National Genevois: Mémoires. Tomes I—IX. Genève, 1854—1863; 4°. — Bulletin. Tomes I—X, Tome XI, No. 20 und 21. Genève, 1853—1863; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrgang, Nr. 21. Wien, 1864; 4°.

Mittheilungen des k. k. Genie-Comité. Jahrg. 1864. IX. Bd. 4. Heft. Wien; 8°.

Mondes. 2e Année, Tome V, 11e Livraison. Paris, Tournai. Leipzig, 1864; 8°.

Reader. No. 81, Vol. IV. London, 1864; Folio.

Vereeniging, Koninklijke natuurkundige, in Nederlandsch Indië: Natuurkundige Tijdschrift. Deel. XX. (IV. Serie: Deel VI.) Aflevering 1—3. 1859; Deel XXIV. (V. Serie: Deel. IV.) Afl. 5—6. 1862; Deel XXV. (V. Serie: Deel V.) Afl. 1—6. 1862/3; Deel XXVI. (VI. Serie: Deel I.) Afl. 1—2. 1863. Batavia; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 29. Wien, 1864; 4°.

Zeitschrift für Chemie und Pharmacie von E. Erlenmeyer. VII. Jahrg., Heft 10 & 12. Heidelberg, 1864. 8°.

Zürich, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1861—1864. 4°. & 8°.

Bericht über den verheerenden Hagelfall, der am 12. Juli zwischen 8—9 Uhr Abends bei Salzburg stattfand.

Vom dem c. M. Vicedirector K. Fritsch.

Dieser Hagelfall dürfte zu dem ganz ausserordentlichen, nur höchst selten beobachteten Phänomen dieser Art gehören, wenigstens habe ich noch nie einen solchen beobachtet.

Noch um Mittag liessen die Wolkenbildungen ein solches Ereigniss nicht erwarten. Die Bewölkung des schön blauen Himmels bestand aus einzelnen Cirris, die von W. zogen und einigen Cumulis, die aber nicht über den ganzen Himmel zerstreut waren, sondern über einigen Alpengipfeln, wie Hohenstaufen und Untersberg, südwestlich von Salzburg zu schweben schienen und Neigung zur Gruppirung und zum Übergange in Cumulostrati verriethen. Aber auch diese Cumuli lösen sich im Laufe des Nachmittags wieder auf. Hingegen verbreitete sich von 5 Uhr Abends an ein dichter Cirrusfilz, der in der Richtung von WSW. nach ONO. gestreift war, in welcher auch die Verbreitung stattfand, mit rasender Schnelligkeit über den ganzen Himmel, wenn man die bedeutende Höhe dieser Wolkenform in Anschlag bringt. Offenbar waren die in den aufgelösten Cumulis angesammelten Dünste durch den aufsteigenden Luftstrom zur Speisung der erwähnten Cirrusdecke verwendet worden.

Gegen 6 Uhr begann die Bildung einzelner Strati, aber gleichzeitig in allen Himmelsgegenden, insbesondere gegen WSW. Sie vermehrten und vergrösserten sich nur allmählich und zogen langsam aus WSW. Erst gegen 7 Uhr geschah dies rascher, insbesondere in der Alpenkette vom Staufen bis zum hohen Göll, also vom südwestlichen bis südlichen Horizonte. Auch sah man dort bereits blitzen und hörte auch donnern. Die untersten Schichten schwebten aber noch immer in wenigstens 7000 Fuss Höhe, da die Bergspitzen des Staufen und Untersberg noch nebelfrei waren.

Nur diese Beobachtungen konnte ich an der Südseite des Kapuzinerberges anstellen, an dessen nördlichem Fusse mein Landsitz gelegen ist. Von hier aus sehe ich von den genannten Alpen nur den Staufen gegen SW. Ich beobachtete nun, dass sowohl in dieser Richtung als auch gegen W. die Strati sich bereits zu kolossalen

Cumulostratis von sehr dunkler Färbung ausgebildet hatten, welche in die obere Cirrusdecke eindrangen, d. h. sich mit ihren Scheiteln bis in dieselbe erhoben und mit ihr mehrfache Schichten bildeten, in welchen ein Gewitter zum Ausbruch kam, das dann durch den Zenith meiner Wohnung zog.

Von 8^h 0′ bis 8^h 30′ fielen mehrmals grosse einzelne Regentropfen, nun von einzelnen Hagelkörnern abgelöst, die sich schnell vermehrten und vergrösserten. In der Grösse bis mehr als 2 Zoll im Durchmesser fielen sie nun mehr als 10 Minuten hindurch so dicht, dass der Boden zuletzt ganz damit bedeckt war.

Die einzelnen Hagelsteine waren sehr ungleich an Grösse und Gestalt. Die grössten hatten mehr die Form von Linsen als Kugeln, ihre Peripherie mass, wie bereits erwähnt, 2 Zoll im Diameter und darüber, die grösste Dicke in der Mitte betrug kaum 1 Zoll. Diese Hagelsteine waren sehr unregelmässig construirt, indem sie einem Conglomerat zusammgefrorner kleiner Hagelsteine und Trümmer derselben glichen und daher ein sehr zackiges und kantiges Aussehen, insbesondere an der Peripherie hatten. Wahrscheinlich waren sie beiderseits ungleich convex, ein Umstand, auf den ich leider vergass das Augenmerk zu richten. Andere waren wie Hühnereiern an Gestalt und Grösse ähnlich. Auch vollkommen kugelförmige Körner wurden aufgelesen, welche indessen nur so gross waren, wie kleine wälsche Nüsse. Nur ein Theil zeigte die bekannte pyramidale Form mit sphärischer Basis. Auch die Körner dieser Form überschritten kaum einen Zoll im Durchmesser.

Sehr bemerkenswerth ist auch die Structur der Hagelsteine. Bei Weitem die meisten zeigten wohl concentrische Lagen von Schnee- und Eisschichten, der schneeige Kern lag aber gewöhnlich excentrisch und fehlte in manchen Hagelsteinen ganz, sie bestanden aus reinem Eis, jedoch mit concentrischer Schichtung. Ich fand auch solche, welche ziemlich reguläre Sechsecke darstellten, den Schneesternen vergleichbar, sie hatten ein strahliges Gefüge. Diese Eisscheiben erreichten über einen Zoll im Durchmesser.

Die Grösse des schneeigen Kernes, welcher in den meisten Hagelsteinen sich vorfand, war sehr verschieden. Von verschwindend kleiner Grösse in einem nahm er in dem andern bis zur Wallnussgrösse zu, so dass die Eisschichte nur eine dünne Kugelschale bildete.

Man kann sich einen Begriff von den Verheerungen machen, welche dieser Hagelschlag anrichtete. Ein Theil der grossen, etwa ½ Zoll dicken Schindeln, mit welchen mein Wohnhaus gedeckt ist, wurden gespalten und die Stücke flogen herum. Von den Obstbäumen wurden selbst mehrjährige Zweige abgeschlagen und fast alle Früchte, welche mit den Blättern in zollhohen Schichten den Boden bedeckten. Aus üppigen Korn- und Weizenfeldern sind Streulager geworden, kaum ein Halm blieb aufrecht, alle sind zerknickt. Die meisten, wenn nicht alle Gemüsepflanzen sind vernichtet.

Der verheerte Strich liegt in der Richtung von WSW. nach ONO. auf der Nordseite des in derselben Richtung sich ziehenden Gebirgsrückens des Kapuzinerberges. Auf der Südseite waren die Verheerungen schon unerheblich und bildete die über die Carolinenbrücke führende Strasse die Grenze. Allem Anscheine nach hat dieser Hagelschlag schon am Staufen begonnen, oder doch wenigstens zwischen diesem und dem Teissenberg in Bayern und in dieser Richtung die ganze Strecke über Salzburg bis Hof verwüstet. Nach einem Gerüchte scheint er an Bayerns Grenze noch heftiger gewüthet zu haben.

Zum Glück hatte der verheerte Strich nur eine geringe Breite, welche wenigstens am Beobahtungsorte nicht ¼ Meile erreichte.

Auf dem Plateau des 4000 Fuss hohen Gaisberges bei Salzburg wurde der Hagelschlag ebenfalls beobachtet.

Um 9 Uhr folgte ein zweites Gewitter, welches bis 9^h 45′ dauerte und sich von W. aus verbreitete. Bei diesem fiel kein Hagel, sondern nur Gussregen.

Die Luft war am Tage sehr schwül. Die Temperatur stieg bis + 22°0 (im Hausgarten 4′ über dem Boden). Der Boden war durch den wochenlangen Regen mit Wasser gedrängt. Tags über herrschte meistens Windstille und selbst am Abend vor Beginn des Hagelschlages. In der Höhe scheint dies nicht der Fall gewesen zu sein, man sah wenigstens einige weissgraue Wolkenflocken schnell aus NW. ziehen. Seit Mitte Juni hatten wir die drei ersten auf einander folgenden schönen Sommertage. Damals, es war am 14. Juni, folgte ebenfalls auf zwei schöne Sommertage, wobei die Temperatur bis 2 Uhr auf + 21°7 stieg, ein Hagelschlag, welcher jedoch nur unerhebliche Verwüstungen, wenigstens hier, anrichtete.

Der Meteorstein von Manbhoom in Bengalen, im k. k. Hof-Mineraliencabinete aus dem Falle am 22. December 1863.

Von dem w. M. W. Haidinger.

Noch vor unserer letzten diesjährigen Sitzung vor den Sommerferien langte dieser Meteorstein an und ich bin hoch erfreut, mit einer Nachricht über denselben für jetzt, bis zur Wiedereröffnung im October zu schliessen, nachdem es mir beschieden gewesen war, die Reihe derselben am 8. October 1863 mit dem Berichte über das merkwürdige Carlton-Tucson-Meteoreisen zu eröffnen.

Zwei Exemplare, beides Bruchstücke, liegen hier vor, sie sind Geschenke unseres hochgeehrten Gönners und Freundes Herrn Thomas Oldham, Directors der geologischen Aufnahme von Indien in Calcutta, an das k. k. Hof-Mineraliencabinet. Seine auf die Sendung bezügliche Mittheilung ist vom 15. Mai datirt und ich hatte sie bereits am 17. Juni erhalten, ich würde in der heutigen, unserer letzten Sitzung auch von dieser Nachricht, über den Fall allein, des Reizes der Neuheit wegen, Bericht erstattet haben, da doch jeder neue Fall seinen Eintritt in die wissenschaftliche Literatur erheischt — aber glücklich kamen noch zuletzt am 8. Juli die beiden Exemplare selbst, von unserem hochverehrten Freunde Herrn Director Hörnes in meine Hand.

Der Fall fand Statt am 22. December 1853, etwa um 9 Uhr Vormittags, in den Fluren der Dörfer Govindpur, Pandra und Cossipore in der „Pergunnah“ von Manbazar in dem Districte von Manbhoom in Bengalen. Nach Keith Johnston's Royal Atlas liegt „Manbum“ etwa 30 englische Meilen nordwestlich von Calcutta in dem Pachete-District. Derselbe wird im südlichen Theile von dem Flusse Cossi durchströmt.

Niemand wurde angetroffen, der wirklich etwas herabfallen gesehen hätte, doch stimmen die Eingebornen übrigens in ihren

Aussagen so vollständig überein, dass es überflüssig wäre, in diesem ersten Berichte einzelne Angaben zu verzeichnen.

Um die obengenannte Zeit von 9 Uhr Morgens hörten die Dorfbewohner einen Schall vom Himmel, ähnlich dem Donner an Stärke. Sie beschrieben die Art des Eindruckes durch die Laute: *guumm guumm, guumm* — es mag daher ein Aufeinanderfolgen von Detonationen stattgefunden haben. Für die Dauer geben sie sieben bis acht Minuten an, doch dürfte diese Länge wohl auf Überschätzung beruhen. Vielleicht gab das Echo von den benachbarten Hügeln die Wiederholung derselben Schallerscheinungen. Die zur Zeit in grösserer Nähe befindlichen Personen hörten einen Schall wie von einem zu Boden fallenden Körper, ganz verschieden von dem Schalle der vom Himmel herab gelangt war. Sie wurden dadurch bestimmt Nachsuchungen anzustellen und der Erfolg war, dass sie mehrere Steine auffanden, einen Stein auf den Feldern des Dorfes Cossipore, einen zweiten auf den Feldern von Pandra und mehrere kleine Bruchstücke in dem Dorfe Govindpur, sämmtlich etwa eine halbe bis anderthalb Meilen von einander entfernt. Das grösste Stück wog, als es Herr Oldham erhielt, 23255 Grains[1]). Es war das bei Cossipore gefallene, das kleinere in Pandra, alle in Govindpur gefallenen Bruchstücke waren sehr klein. Sie wurden alle erst mehrere Stunden nach dem Falle aufgefunden, es blieb daher unbekannt, ob sie unmittelbar nach dem Falle heiss waren oder nicht.

Die beiden Steine von Cossipore und Pandra steckten etwa einen Zoll tief im Grunde. Man brachte sie zu Oldham genau in dem Zustande, in welchem sie gefunden worden waren, nichts etwa davon Abgebrochenes konnte entdeckt werden, noch blieb etwas in der Erde zurück. Die Stückchen von Govindpur hatten die Grösse kleiner Nüsse und lagen einige Zoll von einander entfernt. Sie waren gar nicht in den Boden eingedrungen, sondern lagen flach auf der Erde.

Keine anderen Steine als diese waren aufgefunden worden.

Der Morgen war überzogen, doch windstill gewesen, nichts Ausserordentliches hatte stattgefunden.

---

1) Da 1 Pfund Avoir du poids gleich ist 7000 Grains, so beträgt dies 3 Pfd. 1 dr. 66 gr. A. d. P., oder 2 Pfd. $24^1/_4$ Lth. Wiener Gewicht, oder 1 K. 544 Gramm.

Die Bewohner von Manbazar, welches etwa fünf Meilen von dem Orte entfernt ist, beschrieben den Schall ähnlich laut rollendem, mehrere Minuten andauerndem Donner.

Der Bezirks-Polizeicommissär (District Superintendent of Police) Capt. Judge war zur Zeit achtzehn Meilen von dem Orte entfernt. Er beschrieb den Schall als ob eine Anzahl grosser Feuergewehre abgeschossen worden wären; das Ende davon aber wie eine Decharge von Musketenfeuer (Roll of musketry). Die Dauer war 10—15 Secunden.

Zu Purulia, auf eine Entfernung von etwa dreissig Meilen hörte ein Herr einen dumpfen Knall (booming sound), als ob ein Sechspfünder in einer Entfernung von einer oder anderthalb Meilen abgeschossen worden wäre. Zeitdauer des Schalles auf 15 Secunden geschätzt.

Der Steuereinnehmer (Deputy Collector), welcher 15 Meilen von dem Orte entfernt war, hörte Schalle wie von mehreren Geschützstücken und hielt dieselben für Explosionen von Bomben.

Herr Director Oldham fügt noch hinzu, dass er alle diese Nachrichten der freundlichen Mittheilung des Districts-Commissärs (Deputy Commissioner in charge of the district). Lieutenant S. E. Money, verdankt, welcher die Erhebungen auf seine Einladung pflog.

Folgende Thatsachen werden noch von Herrn Oldham mitgetheilt. Er hat das sämmtliche Ergebniss des Falles erhalten. Das grössere Stück von Cossipore war sehr zerklüftet. Dieses wurde in Stücke zertheilt und versendet. Die an das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet gesandten Stücke wiegen $7^{5}/_{32}$ Loth und $4^{5}/_{8}$ Loth, zusammen $11^{25}/_{32}$ Loth oder 125.235, 80·939, 206·174 Gramm. Auch an das Britische Museum und an Herrn R. P. Greg hatte Oldham Proben gesendet.

Das kleinere Stück von Pandra beabsichtigte Herr Director Oldham selbst zu behalten und es auch nicht zu zertheilen. Die Beschaffenheit desselben verdient auch die höchste Aufmerksamkeit. Die Beschaffenheit des Innern ist wohl ganz dieselbe wie die des grösseren Stückes, aber die Rinde ist besonders merkwürdig: „Etwa drei Viertheile der Oberfläche sind mit Rinde bedeckt. Aber diese Rinde ist selbst wieder von zweierlei Beschaffenheit. Ein kleinerer Theil derselben ist ziemlich dick, fest und von dunkelbrauner Farbe;

der andere Theil ist viel dünner, viel schwärzer und mehr glasig. Und wo die zwei Varietäten der Rinde an einander stossen, sieht man die letztere glasige Rinde sehr deutlich wie übergeflossen über die andere längs der scharfen Kanten des Steines, welche sie von einander trennen. Ich werde versuchen Ihnen eine gute Photographie oder Zeichnung davon zu überschicken."

So dürfen wir noch einer späteren erfreulichen Mittheilung entgegen sehen. Gewiss ist diese Erscheinung der Rinde bei der so anschaulichen hier gegebenen Beschreibung von derselben Art, wie die, welche ich in früheren Sitzungen über die Meteoriten von Stannern am 19. April 1860 und am 22. Mai 1862 vorzulegen die Ehre hatte [1]).

Was die Beschaffenheit des Steines selbst betrifft, so liegt bei der Kürze der Zeit wohl keine Möglichkeit einer ausführlicheren Würdigung, besonders in chemischer Beziehung vor.

Es ist ein Steinmeteorit, voll Magnesia- und Eisensilicat, aber doch wieder von ziemlich eigenthümlicher Art. Meteoritische Tuffstructur ist ganz charakteristisch vorhanden, aber die Einschlüsse, welche fester als die Umgebung sind, ganz scharfeckig. Es liegen wohl noch keine grösseren Schliffflächen entblösst vor, was eigentlich erst die genaue Vergleichung gestattet, aber gleichzeitig mit den scharfeckigen sind rundliche Einschlüsse gar nicht wahrzunehmen. Die Farbe ist ziemlich tief aschgrau, doch die Einschlüsse meist etwas dunkler. Alles ist von feinsten Theilchen von Troilit (Einfach Schwefeleisen) durchzogen, metallisches Eisen zeigt sich nur sehr vereinzelt in allerkleinsten Theilchen. Troilit dagegen ist auch in einigen grösseren Nestern zwei bis drei Linien im Durchmesser hin und wieder zerstreut. Specifisches Gewicht 3·42 Pfd. bei 18° R. Die an den Stücken etwa den dritten oder vierten Theil der Oberfläche bedeckende Rinde ist matt bräunlichschwarz, mit mehreren der so häufigen rundlichen Vertiefungen. Der Stein zeigt einige Ähnlichkeit mit Varietäten wie die von Benares, die rundlichen Einschlüsse abgerechnet, man würde ihn gerne in die Classe

[1]) Eine Leitform der Meteoriten. Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akad. d. Wissensch. Band XL. S. 525. — Stannern. Ein zweiter Meteorstein, durch seine Rinde genau in seiner kosmischen Bahn orientirt. Sitzungsber. der mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. W. Band XLV. S. 791.

der nicht Nickeleisen enthaltenden rechnen, so gross ist die Ähnlichkeit beim ersten Anblick etwa mit Shalka, machte sich nicht doch der grosse Reichthum an Troilit gleichzeitig doch ganz auffallend bemerklich.

Die Stücke selbst hatte Oldham von Calcutta durch einen Freund nach London geschickt, mit dem Ersuchen an Herrn Rich, den Secretär der Royal School of Mines, dieselben an Herrn Director Hörnes weiter zu befördern.

Vor dem Schlusse unserer Sitzungen war nicht hinlänglich Zeit, um für zweckmässige Schnitte zu Studien oder für eine vollständige chemische Analyse Vorsorge zu treffen.

Es bleibt dies Herrn Director Hörnes nach seiner vollständigen Wiederherstellung vorbehalten. Einstweilen aber verweile ich noch mit dem hohen Genusse von Dankbarkeit dem hochgeehrten Geber auf dem die Widmung an das k. k. Hof-Mineraliencabinet betreffenden Stelle des Schreibens, wo Herr Director Oldham sagt:

„Ich freue mich die gegenwärtige Veranlassung zu benützen, um zu zeigen, wie hoch ich den Werth der Wiener Sammlung schätze und wie sehr ich mich persönlich dankbar fühle für das hohe Wohlwollen, welches ich dort stets erfahren habe [1]).

Wenn auch in letzterer Zeit die Meteoritensammlung des Britischen Museums durch Anwendung grosser Summen, der Betriebsamkeit des Herrn N. S. Maskelyne und der gewaltigen Einwirkung von Thatkraft in den Colonien, bereits so weit vor unsere Wiener Sammlung einen Vorsprung genommen hat, so bleibt doch gewiss uns, guten Österreichern die Theilnahme an den Zuständen der Wiener Meteoritensammlung am k. k. Hof-Mineraliencabinet eine wahre Pflichterfüllung, jedem Freunde der Wissenschaft, nicht blos dem Director, in Erinnerung an die trefflichen Männer v. Schreibers, v. Widmannstätten, Partsch, welche sie so lange auf der ersten Stelle fortgeführt hatten. Mit spärlichen Mitteln, wie die zum Ankaufe verfügbar sind, wirken hier so oft kleinliche, aber erfolgreiche Hindernisse ganz in der Nähe störend entgegen,

---

[1]) „I am very glad to have the opportunity of shewing how I appreciate and value the Vienna collection and how personally gratefull I feel for the great kindness I have always experienced there.“

wenn beschränkten Gesinnungen folgend manchem Einzelnen es als ein ihn selbst persönlich betreffender Verlust erscheint, wenn neue Bereicherungen unseren grossen Reichsmuseen zu Theil werden.

Da ist es denn wahrhaft wohlthuend Ereignisse zu verzeichnen, wie im Verlauf des gegenwärtigen Jahres die freundliche Theilnahme der Herren Freiherr Karl v. Hügel und Quetelet in Brüssel, Freiherr v. Prokesch-Osten und Dr. Schwarz in Constantinopel und Consul Dragorich in Trapezunt oder wie das werthvolle Geschenk Oldham's aus dem fernen Osten (72 Längengrade) in Calcutta in dieser letzten Sitzung des akademischen Jahres 1863 bis 1864 am 21. Juli 1864 und jenes andere werthvolle Geschenk der Vertrauensmänner der Stadt San Francisco aus dem noch ferneren Westen (140 Längengrade) in der ersten der Sitzungen am 8. October, über welche ich so glücklich war der hochverehrten Classe Bericht zu erstatten.

Merkwürdig gerade in diesem Jahre vervielfältigten sich wirkliche Fälle von meteorischen Massen, am 10. August bei Dacca in Bengalen, am 7. December bei Tirlemont in Belgien, am 10. December bei Trapezunt in Kleinasien, am 22. December bei Manbum in Bengalen, endlich waren in diesem Jahre auch die merkwürdige kohlehaltige Substanz, den Fällen von Alais, Cold Bokkeveld, Kaba entsprechend von dem Falle am 14. Mai 1864 bei Orgueil im Departement Tarn et Garonne, von welcher wir vor der Hand wenigstens eine kleine Probe der freundlichen Aufmerksamkeit der hochverehrten Frau Marquisin von Puylaroque auf Schloss Beaudanger verdanken.

Chemische Analyse der Mineralquellen von Johannisbrunn in Mähren.

Von Dr. E. Ludwig.

(Ausgeführt im chemischen Laboratorium des Professors Redtenbacher.)

In einem anmuthigen, von schroff ansteigenden Bergen begrenzten Thale, welches vom Moraflusse bewässert wird, liegt der Curort Johannisbrunn, 1200 Fuss über der Meeresfläche, $2^1/_2$ Meilen von Troppau, $1^1/_2$ Meile von Hof, $^1/_2$ Meile von Meltsch entfernt. Der Name des Curortes stammt von der Hauptquelle her, die schon lange bekannt ist und zu Heilzwecken verwendet wird.

Der Boden der Umgebung von Johannisbrunn gehört dem Grauwacken- und Thonschiefergebirge an, welches sich vom östlichen Abfalle des Altvatergebirges bis zum Thale der Oder und Beczwa erstreckt. Während der westliche Theil dieses Gebirges der silurischen und devonischen Formation zugerechnet wird, ist der östliche Theil etwa von der Linie Jägerndorf, Hof, Sternberg an einem jüngeren Schichtensysteme beizuzählen.

Durch die Herren Römer und H. Wolf wurden diese Grauwacken und Thonschiefer nach den in der Nähe von Meltsch und an anderen Punkten aufgefundenen Thierresten als Culmschichten erklärt, welche als das älteste Glied der Kohlenformation gelten.

An der Westgrenze des letztgenannten Gebietes bei Hof und Freudenthal treten Basalte auf, die an einzelnen Punkten mit vulcanischen Auswürflingen und Laven in Verbindung stehen. In den Thälern finden sich überall als Product der Bäche Ablagerungen von Lehm, Sand, Gebirgsschutt.

Die Schichten der grauen Sandsteine (Grauwacken) und Thonschiefer streichen entsprechend ihrer Anlagerung an das westliche ältere Gebirge, im Mittel in der Richtung N. 24° O. Im Norden und im Süden wendet sich die Streichungslinie etwas mehr nach Ost. Die

Gesteine haben verschiedene mechanische und chemische Zusammensetzung. Theils sind es vollkommene Dachschiefer vom feinsten Korn, wie sie bei Eckersdorf, Dorfteschen, Meltsch, Altendorf, Waltersdorf gebrochen und verarbeitet werden, theils unspaltbare Thonschiefer, die sich wenig für technische Zwecke eignen; ferner fein- oder grobkörnige Sandsteine, stellenweise Conglomerate in allen Übergängen.

Überall im Gesteine ist die verändernde Wirkung der Bergfeuchtigkeit und der häufig emporstrebenden Quellen sehr deutlich wahrzunehmen.

Wie Tschermak gefunden hat, geht in dem ganzen Gebirge ein allmählicher Verkieselungsprocess vor sich. Die Gesteine haben nämlich im ersten Zustande gleiche Zusammensetzung und kalkiges Bindemittel, sie brausen mit Säuren auf. In dem zweiten Zustande besitzen sie eine kieselige Bindemasse und man sieht dann in ihren Spaltenräumen die Abdrücke der früher vorhandenen Kalkspathkrystalle, denen Quarz gefolgt ist.

An mehreren Punkten, wie Eckersdorf, Dorfteschen, Hombok fand Tschermak in Spaltenräumen als Erzeugniss der Quellwässer Feldspathkrystalle (Albit) neben Chlorit und Quarzkrystallen, ein Vorkommen, das sonst nur in krystallinischen Gesteinen, wie Granit, Gneiss, Chloritschiefer gewöhnlich ist. Nach diesen Beobachtungen ist der öfters bedeutende Kieselsäuregehalt der Quellen dieser Gegend von grossem Interesse.

Die Gesteinszone, welche im Westen von Meltsch über Eckersdorf, Mohradorf, Altendorf zieht, ist reich an Dachschieferlagern. In diesen finden sich Reste einer Meeresfauna, wie z. B. verschiedene Goniatiten, Orthoceratiten, Pectiniten, die bezeichnende *Posidonomya Becheri* und andere, überdies Abdrücke vieler Pflanzenarten. Ausser dem *Calamites transitionis* sind verschiedene Sagenarien, Arten von *Sphenopteris*, *Neuropteris*, eine gigantische *Cyclopteris*-Art und andere Formen beobachtet worden, eine Flora, wie sie in der Pflanzengrauwacke nicht überall so zahlreich auftritt.

Im Ganzen ist das genannte Gebirge in Bezug auf Gesteine und organische Überreste dem nassauischen Schiefergebirge sehr ähnlich.

Die Quellen entspringen auf einer Moorwiese, welche sich längs der Mora hinzieht. Am südlichsten Theile des Thales in geringer

Entfernung vom Flusse entspringt die am längsten bekannte Quelle, der Johannisbrunnen, etwa 80 Klafter von dieser in nördlicher Richtung die Paula-Quelle, und in der Mitte zwischen beiden wurde im Herbste 1863 die „neue Quelle“ erbohrt.

Die Quellen sprudeln aus tiefen Bohrlöchern hervor, in welche 12 Fuss lange und etwa $^1/_2$ Fuss breite gusseiserne Röhren eingesetzt sind; diese Röhren erweitern sich in trichterförmige Ansätze, die von etwa 3 Fuss breiten, aus Cement gemauerten Bassins eingeschlossen werden; durch eine Seitenöffnung in jedem Bassin wird der regelmässige Abfluss erzielt. Über den Quellbassins erheben sich auf Säulen tempelartige Gebäude mit breiten Dächern, welche genügend vor dem Einflusse der äusseren Witterungsverhältnisse schützen.

Die Temperatur der Quellen ist durch alle Jahreszeiten sehr constant, sie ändert sich kaum mehr, als um 1°R.

Am 12. März 1864 wurden zu verschiedenen Tageszeiten bei verschiedenen Temperaturen der Luft mit einem genauen Thermometer die Temperaturen der Quellen bestimmt und constant für den Johannisbrunnen 7°R, für die neue Quelle 4·8°R. und für die Paula-Quelle 6° R. gefunden.

Mit dem Wasser des Johannisbrunnens und der Paula-Quelle kommen aus den Bohrlöchern zugleich grosse Gasblasen in so bedeutender Menge hervor, dass der ganze Bassininhalt sich stets in einer brodelnden Bewegung befindet. Aus der neuen Quelle steigen beständig kleine, hirsekorngrosse Gasbläschen auf und nur von Zeit zu Zeit kommen grössere Gasblasen zum Vorscheine. Es wurden mehrere Röhrchen mit diesen Quellengasen vorsichtig gefüllt, zugeschmolzen und für die Untersuchung im Laboratorium reservirt: die Gase sind geruchlos, die Lösung von essigsaurem Bleioxyd damit in Berührung gebracht, wird nicht geschwärzt; Kali absorbirte die Gase aller drei Quellen vollständig, ohne einen Rückstand zu hinterlassen, woraus hervorgeht, dass dieselben reine Kohlensäure sind.

Das Wasser der Quellen ist im frischgeschöpften Zustande vollkommen krystallklar, es besitzt einen angenehm säuerlichen, dabei etwas herben Geschmack und ist geruchlos, auf Lackmuspapier reagirt es schwach sauer, diese Reaction verschwindet jedoch alsbald nach dem Eintrocknen; bei längerem Stehen entwickeln sich aus dem Wasser zahlreiche Gasbläschen, und es setzt sich ein rothbrauner Bodensatz ab. Wird das Wasser gekocht, so scheidet sich eine

beträchtliche Menge unlöslich gewordener Salze aus; dabei nimmt das Wasser entschieden alkalische Reaction an.

Der beim Abdampfen des Wassers erhaltene Rückstand ist rothbraun, und wird beim Glühen vorübergehend geschwärzt, indem Verkohlung eintritt.

Das specifische Gewicht des Quellwassers wurde mittelst eines Piknometers bestimmt und im Mittel aus mehreren gut übereinstimmenden Versuchen für den Johannisbrunnen = 1·00148, für die neue Quelle = 1·001898 und für die Paula-Quelle 1·00182 gefunden.

Die qualitative Analyse der Wässer wurde nach den gewöhnlichen Methoden ausgeführt und ergab für alle drei Quellen gleiche Bestandtheile. In quantitativ bestimmbarer Menge wurden gefunden: Kohlensäure, Kieselsäure, Schwefelsäure, Chlor, Eisenoxydul, Kalk, Magnesia, Kali und Natron; in Spuren vorhanden wurden nachgewiesen: Phosphorsäure, Manganoxydul, Thonerde und Lithion.

Die quantitativen Bestimmungen wurden nach gewichtsanalytischen Methoden vorgenommen, nur das Eisenoxydul wurde zur Controle auch massanalytisch bestimmt.

Die Bestimmung der Kohlensäure geschah mit frisch geschöpftem Wasser an der Quelle; es wurden zu diesem Behufe gemessene Mengen des Quellwassers in gut verschliessbare Flaschen gebracht, welche ammoniakalische Chlorbaryumlösung enthielten. Die dadurch erhaltenen Niederschläge wurden im Laboratorium bei möglichst geringem Luftzutritt ausgewaschen, getrocknet, gewogen und hierauf in einem Kohlensäure-Apparat mittelst Chlorwasserstoffsäure die Kohlensäure ausgetrieben und bestimmt.

Das Eisen wurde mit Schwefelammonium gefällt, hierauf in Eisenoxyd verwandelt und als solches gewogen; dieses in Säure gelöst, zu Oxydul reducirt und zur Controle massanalytisch bestimmt; ebenso wurde auch die Bestimmung des Eisenoxyduls massanalytisch mit chromsaurem Kali an der Quelle vorgenommen.

Aus der vom Eisen befreiten Flüssigkeit wurde der Kalk mit oxalsaurem Ammoniak gefällt, der Niederschlag geglüht und als kohlensaurer Kalk gewogen; hierauf zur Controle in schwefelsauren Kalk verwandelt und auch als solcher gewogen.

Die Trennung der Magnesia von den Alkalien geschah durch Barytwasser; die Magnesia wurde aus ihrer Lösung mit phosphor-

saurem Natron und Ammoniak gefällt und als pyrophosphorsaure Magnesia gewogen.

Die Alkalien wurden als Chloride zunächst zusammen gewogen, hierauf das Chlorkalium mit Platinchlorid gefällt und bestimmt; aus der Differenz wurde das Chlornatrium gefunden.

Zur Controle der Analysen wurden gewogene Wassermengen eingedampft, die Summe der fixen Bestandtheile ermittelt und der Rückstand hierauf mittelst Schwefelsäure in schwefelsaure Verbindungen verwandelt; durch Vergleichung der direct gefundenen Mengen des Abdampfrückstandes als solchen, und nach der Verwandlung in schwefelsaure Verbindungen mit der aus den Einzelbestimmungen berechneten Summe der festen Bestandtheile, und der bei Überführung in schwefelsaure Salze erforderlichen Schwefelsäure ist für die Richtigkeit der Analysen die beste Controle geliefert.

Die Bestimmungen der einzelnen Bestandtheile der drei Quellen werden aus den folgenden Tabellen ersichtlich.

Kohlensäure.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Baryt-niederschlag	Durch ClH daraus entwickelte Kohlensäure	Entspricht für 10.000 Theile
Johannisbrunnen	188·3	2·777	0·532	28·253
Neue Quelle.	188·4	3·046	0·564	29·936
Paula-Quelle	188·3	3·262	0·641	34·041

Kieselsäure.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Kieselsäure	Für 10.000 Theile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
Johannisbrunnen . . .	4271·3	0·303	0·709	0·707
	5568·2	0·393	0·705	
Neue Quelle	4243·0	0·256	0·603	0·613
	5424·3	0·338	0·623	
Paula-Quelle	3839·0	0·274	0·741	0·715
	2803·1	0·201	0·717	

Schwefelsäure.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Schwefelsaurer Baryt	Entspricht Schwefelsäure	Für 10.000 Theile nach den Einzelbestimmungen	Für 10.000 Theile im Mittel
Johannisbrunnen .	4226·3	0·128	0·0437	0·104	0·106
	4189·2	0·133	0·0455	0·108	
Neue Quelle . . .	2811·2	0·140	0·048	0·171	0·168
	2660·0	0·129	0·0433	0·166	
Paula-Quelle . . .	2541·6	0·077	0·0262	0·103	0·102
	2683·9	0·079	0·0272	0·102	

Chlor.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Gibt Chlorsilber	Entspricht Chlor	Für 10.000 Theile nach den Einzelbestimmungen	Für 10.000 Theile im Mittel
Johannisbrunnen .	2833·2	0·013	0·0031	0·011	0·011
	2801·1	0·013	0·0031	0·011	
Neue Quelle . . .	2831·4	0·019	0·0047	0·016	0·015
	2738·2	0·016	0·0039	0·014	
Paula-Quelle . . .	2704·9	0·012	0·0029	0·011	0·011
	2546·6	0·011	0·0027	0·011	

Eisenoxydul.

I. Bestimmung an der Quelle massanalytisch mit chromsaurem Kali; 1 Kubikcentimeter chromsaurer Kalilösung entspricht 0·00718 Eisenoxydul.

Quelle	Wassermenge in Kubikcent.	Verbrauchte chromsaure Kalilösung	Entspricht Eisenoxydul	Für 10.000 Theile Eisenoxydul	Für 10.000 Theile Eisenoxyd
Johannisbrunnen . .	500	3·5 K.C.	0·0251	0·503	0·559
Neue Quelle	500	2·65 K.C.	0·0190	0·381	0·423
Paula-Quelle. . . .	500	2·6 K.C.	0·01867	0·373	0·414

II. Bestimmung im Laboratorium gewichtsanalytisch.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Gibt Eisenoxyd	Für 10.000 Theile	
			nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
Johannisbrunnen	4271·3	0·237	0·554	0·553
	5568·2	0·307	0·551	
Neue Quelle	4243·0	0·181	0·426	0·424
	5424·3	0·228	0·421	
Paula-Quelle	3838·9	0·161	0·419	0·417
	2803·1	0·116	0·415	

Kalk.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Gibt kohlensauren Kalk	Entspricht Kalk	Für 10.000 Theile	
				nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
Johannisbrunnen .	4271·3	1·470	0·823	1·927	1·930
	5568·2	1·924	1·077	1·934	
Neue Quelle . . .	4243·0	2·217	1·242	2·927	2·932
	5424·3	2·844	1·593	2·937	
Paula-Quelle . . .	3838·9	2·349	1·315	3·452	3·427
	2803·1	1·716	0·961	3·482	

Magnesia.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Gibt pyrophosphorsaure Magnesia	Entspricht Magnesia	Für 10.000 Theile	
				nach den Einzelbestimmungen	im Mittel
Johannisbrunnen .	4271·3	0·898	0·324	0·758	0·755
	5586·2	1·165	0·420	0·752	
Neue Quelle . . .	4243·0	1·199	0·432	1·018	1·016
	5424·3	1·526	0·550	1·014	
Paula-Quelle . . .	3838·9	1·083	0·390	1·016	1·016

Alkalien.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Gibt KCl + NaCl	Gibt KCl, $PtCl_2$	Entspricht KCl	Für 10.000 Theile Kali	Für 10.000 Theile Natron
Johannisbrunnen.	4271·3	0·512	. . .	. . .	0·0562	0·5896
	5586·2	0·671	0·163	0·050		
Neue Quelle. . .	4243·0	0·535	0·070	0·021	0·0316	0·705
	5424·3	0·678	. . .	. . .		
Paula-Quelle . .	3838·9	0·518	0·097	0·030	0·0486	0·6721
	2803·1	0·378	. . .	. . .		

Organische Substanz.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Verlust des getrockneten Rückstandes beim Glühen	Für 10.000 Theile
Johannisbrunnen	1456·2	0·010	0·069
Neue Quelle	1274·4	0·012	0·094
Paula-Quelle	1290·3	0·013	0·101

Summe der festen Bestandtheile.

Quelle	Wassermenge in Grammen	Rückstand I. bei 140° C. getrocknet	Rückstand II. in schwefelsaure Salze verwandelt	Für 10.000 Theile nach I.	Für 10.000 Theile im Mittel nach I.	Für 10.000 Theile nach II.	Für 10.000 Theile im Mittel nach II.
Johannisbrunnen	500·74	0·3765	0·486	7·519	7·514	9·705	9·689
	217·08	0·1630	0·210	7·509		9·673	
Neue Quelle	400·76	0·390	0·518	9·731	9·726	12·925	12·930
	500·95	0·487	0·648	9·721		12·935	
Paula-Quelle	1406·6	1·511	1·992	10·742	10·751	14·161	14·150
	500·91	0·539	0·708	10·760		14·139	

Zusammenstellung der analytischen Resultate für 10.000 Theile.

Bestandtheile	Johannisbrunnen	Neue Quelle	Paula-Quelle
Kieselsäure	0·707	0·613	0·715
Schwefelsäure	0·106	0·168	0·102
Chlor	0·011	0·015	0·011
Phosphorsäure	Spur	Spur	Spur
Eisenoxydul	0·498	0·381	0·375
Manganoxydul	Spur	Spur	Spur
Thonerde	»	»	»
Kalk	1·930	2·932	3·427
Magnesia	0·755	1·016	1·016
Kali	0·056	0·032	0·049
Natron	0·590	0·705	0·672
Lithion	Spur	Spur	Spur
Organische Substanz . . .	0·069	0·094	0·101
Kohlensäure, gebunden . .	3·025	4·024	4·476
Kohlensäure, halbgebunden	3·025	4·024	4·476
Kohlensäure, frei	22·203	21·888	25·089
Summe der fixen Bestandtheile berechnet .	7·490	9·746	10·759

Werden die Säuren mit den Basen nach ihren näheren Verwandtschaften verbunden gedacht, so ergibt sich für die Quellwässer folgende Zusammensetzung:

A. In 10.000 Theilen sind enthalten:

Bestandtheile	Johannisbrunnen	Neue Quelle	Paula-Quelle
Schwefelsaures Kali . . .	0·104	0·077	0·090
Schwefelsaures Natron . .	0·103	0·250	0·108
Chlornatrium	0·018	0·025	0·018
Kohlensaures Natron . . .	0·915	0·885	1·052
Kohlensaures Lithion . .	Spuren	Spuren	Spuren
Kohlensaurer Kalk. . . .	3·443	5·240	6·122
Kohlensaure Magnesia . .	1·578	2·134	2·134
Kohlensaures Eisenoxydul	0·802	0·615	0·605
Kohlensaur. Manganoxydul	Spuren	Spuren	Spuren
Phosphorsaure Thonerde .	"	"	"
Kieselsäure	0·707	0·613	0·715
Organische Substanz. . .	0·069	0·094	0·101
Halbgebund. Kohlensäure .	3·025	4·024	4·476
Freie Kohlensäure. . . .	22·203	21·888	25·089
oder bei normalem Luftdruck u. Temp. d. Quelle	12312·4 Kubcent.	11366·8 Kubcent.	13108·6 Kubcent.
Summe der fixen Bestandtheile, berechnet .	7·490	9·746	10·759
Summe der fixen Bestandtheile gefunden . .	7·514	9·726	10·751

B. In einem Wiener Pfunde = 7680 Grane sind enthalten:

Bestandtheile	Johannisbrunnen	Neue Quelle	Paula-Quelle
	Grane		
Schwefelsaures Kali . . .	0·0799	0·0591	0·0691
Schwefelsaures Natron . .	0·0791	0·1920	0·0829
Chlornatrium	0·0138	0.0192	0·0138
Kohlensaures Natron . . .	0·7027	0·6797	0·8079
Kohlensaures Lithion . . .	Spuren	Spuren	Spuren
Kohlensaurer Kalk	2·6442	4·0243	4·7017
Kohlensaure Magnesia . .	1·2119	1·6389	1·6389
Kohlensaures Eisenoxydul	0·6159	0·4723	0·4646
Kohlensaur. Manganoxydul	Spuren	Spuren	Spuren
Phosphorsaure Thonerde .	„	„	„
Kieselsäure	0·5430	0·4708	0·5491
Organische Substanz . . .	0·0530	0·0722	0·0776
Halbgebund. Kohlensäure .	2·3232	3·0904	3·4376
Freie Kohlensäure	17·0519	16·8100	19·2684
oder bei normalem Luftdruck u. Temp. d. Quelle	517·33 Wien. Kub.-Zolle	477·60 Wien. Kub.-Zolle	550·78 Wien. Kub.-Zolle
Summe der fixen Bestandtheile berechnet .	5·7523	7·4849	8·2629
Summe der fixen Bestandtheile gefunden .	5·7707	7·4695	8·2568

Die Wässer der genannten drei Quellen lassen sich als alkalisch erdige Eisenwässer bezeichnen, da sie theils mehr als ½ Gran, theils nahezu ½ Gran kohlensaures Eisenoxydul enthalten und die Menge der schwefelsauren und Chlorverbindungen sehr gering ist.

Der grosse Gehalt an freier Kohlensäure und die verhältnissmässig geringe Menge der organischen Substanzen machen die Wässer besonders werthvoll und ermöglichen die lange Haltbarkeit in gut verschlossenen Flaschen.

Über die Constitution des Caffein und Theobromin.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

(Vorgelegt in der Sitzung am 14. Juli 1864.)

Die ausgezeichneten Untersuchungen über die Harnsäurederivate von **Baeyer** haben nicht nur Licht über die Gruppe dieser Körper verbreitet, sondern gestatten auch Schlüsse auf die Constitution verwandter Körper, wie des Theobromin und Caffeïn und ihrer Oxydationsproducte.

Da die Formeln, welche ich als den wahren Ausdruck der Constitution dieser Substanzen betrachte, von denen abweichen, welche ich bei der Untersuchung des Caffeïn vor sechzehn Jahren aufgestellt habe und eben so von denen, die **Strecker** für diese Körper gegeben hat, so muss ich die Gründe für diese neuen Formeln hier ausführlicher angeben. Ich muss von der Zusammensetzung der Cyansäure ausgehen. Cyankalium wird durch Sauerstoffzufuhr zu cyansaurem Kali, wie durch Schwefelzufuhr zu Rhodankalium. Beide Salze entstehen in gleicher Weise und unterscheiden sich nur dadurch von einander, dass der Sauerstoffgehalt der einen Verbindung in der andern durch äquivalente Schwefelmengen ersetzt erscheint. Dieselbe Beziehung wie zwischen dem cyansauren Kali und Rhodankalium findet zwischen dem sogenannten Cyansäurehydrat und der Schwefelblausäure oder Rhodanwasserstoffsäure statt.

Dass die Rhodanwasserstoffsäure nicht $C_2NS + SH$ oder $\left.\begin{matrix}C_2N\\H\end{matrix}\right\}S_2$ geschrieben werden kann, geht aus dem Umstande mit Sicherheit hervor, dass manche Rhodanmetalle durch Schwefelwasserstoff in Schwefelmetall und freie Rhodanwasserstoffsäure zerlegbar sind. Die Zusammensetzung der Rhodan wasserstoffsäure so wie der Rhodanmetalle muss daher durch eine andere Formel ausgedrückt werden. Die Formeln $N\left\{\begin{matrix}C''_2S_2\\H\end{matrix}\right.$ und $N\left\{\begin{matrix}C''_2S_2\\M\end{matrix}\right.$ entsprechen ganz dem Verhalten dieser Verbindungen. Dem entsprechend muss die Formel der Cyansäure $N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\end{matrix}\right.$, die der Cyanmetalle $N\left\{\begin{matrix}C''_2O\\M_2\end{matrix}\right.$

geschrieben werden. Diese Ansicht ist schon von mehreren Chemikern ausgesprochen worden und steht in völligem Einklange mit den Thatsachen.

Wenn aber cyansaures Kali $N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\K\end{matrix}\right.$ ist, so muss cyansaures Ammoniak $N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\N\left\{\begin{matrix}H\\H\\H\\H\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ geschrieben werden. Der Harnstoff entsteht aus dem cyansauren Ammoniak durch eine Platzveränderung der Atome, seine Formel kann nicht dieselbe sein wie die des cyansauren Ammoniak. Die Formel $N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\N\left\{\begin{matrix}H\\H\\H\\H\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ für das cyansaure Ammoniak gesetzt, muss $N\left\{\begin{matrix}H\\H\\N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\\H\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ die des Harnstoffes sein. Man findet oft $N_2\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\\H\\H\\H\end{matrix}\right.$ als Formel des Harnstoffes gegeben, die eigentlich deutlicher $N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\ H\\H\ H\end{matrix}\right\}N$ zu schreiben wäre. Allein diese Formel ist die eines Carbamides oder eines mit dem Harnstoff und cyansaurem Ammoniak gleich zusammengesetzten Körpers, nicht die des Harnstoffes. Der Harnstoff ist nicht ein Repräsentant zweier Ammoniakäquivalente, er verbindet sich mit einem Äquivalent einer einbasischen Säure, nicht mit zwei Äquivalenten derselben. Ein Äquivalent einer zweibasischen Säure gibt nicht mit einem Äquivalent Harnstoff ein Salz, sondern nimmt zwei Äquivalente Harnstoff auf. Der Methylharnstoff wird also die Formel $N\left\{\begin{matrix}H\\C''_2H_3{}^\frown H\\N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\\H\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ der Dimethylharnstoff die Formel $N\left\{\begin{matrix}C''_2H_3{}^\frown H\\C''_2H_3{}^\frown H\\N\left\{\begin{matrix}C''_2O_2\\H\\H\end{matrix}\right.\end{matrix}\right.$ haben. Analog ist das Sinapolin zusammengesetzt.

Die aus der Harnsäure abgeleiteten Substanzen sind Harnstoffe, in denen Wasserstoff, und zwar der Wasserstoff der Ammonium-

gruppe, nicht aber jener der Ammoniakgruppe durch elektronegative — oder Säure — Radicale vertreten ist.

Beginnen wir bei dem Endgliede der Reihe, der Parabansäure. In dieser ist das Radical der Oxalsäure, das Oxalyl, an die Stelle von den zwei Äquivalent Wasserstoff der Ammoniumgruppe getreten. Die Formel der Parabansäure ist also:

$N\left\{\begin{array}{l}H\\H\\N\left\{\begin{array}{l}C''_2O_2\\C''_4O_4\end{array}\right.\end{array}\right.$. Die beiden Atome Wasserstoff in der Parabansäure lassen sich durch Silber ersetzen, wir erhalten $N\left\{\begin{array}{l}Ag\\Ag\\N\left\{\begin{array}{l}C''_2O_2\\C''_4O_4\end{array}\right.\end{array}\right.$

Durch die Einwirkung von Jodmethyl ($J\frown C_2H_2\frown H$) hat Strecker aus der Silberverbindung das Cholestrophan dargestellt, dessen Zusammensetzung demnach der Formel $N\left\{\begin{array}{l}C''_2H_2\frown H\\C''_2H_2\frown H\\N\left\{\begin{array}{l}C''_2O_2\\C''_4O_4\end{array}\right.\end{array}\right.$ entspricht. Die leichte Umwandlung der Parabansäure in Harnstoff und Oxalsäure, die eben so leichte Bildung von Oxalsäure aus dem Cholestrophan erklärt sich aus der einfachen Substitution des Oxalsäureradicals durch zwei Äquivalent Wassertoff aus zwei Äquivalenten Wasser, dessen zwei Sauerstoffatome eben an das Radical C''_4O_4 treten und Oxalsäure erzeugen, die sich mit dem zugesetzten Alkali verbindet.

Das Hydantoïn oder der Glycolylharnstoff enthält das Radical $C_4\ddot{H}_2O_2$ oder vielmehr $C''_2O_2\frown C''_2H_2$ an der Stelle von zwei Äquivalenten Wasserstoff des Harnstoffes, die in der Parabansäure das Oxalyl $C''_2O_2\frown C''_2O_2$ einnimmt. Ich habe schon früher auseinandergesetzt, dass das Radical $C_2O_2\frown C_2H_2$ auch das Radial der Essigsäure ist, dass es in dieser nach einer Seite mit einem Äquivalent Wasserstoff, so wie in der Monochloressigsäure mit Chlor verbunden ist, während es auf beiden Seiten in der Glycolsäure mit Sauerstoff verbunden ist, in der Essigsäure und Monochloressigsäure aber nur auf einer Seite mit Sauerstoff verbunden erscheint. Im Bromacetylbromid ist $C_4\ddot{H}_2O_2$ nach beiden Seiten mit Brom verbunden, das Bromacetylbromid ist $Br\frown C_4\ddot{H}_2O_2\frown Br$. Bei seiner Einwirkung auf Harnstoff entsteht

$$N \left\{ \begin{array}{l} H \\ H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2 \\ C_4O_2''H_2\frown Br \\ \quad H \end{array} \right. \end{array} \right.$$ oder genauer $$N \left\{ \begin{array}{l} H \\ H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2 \\ C_2''O_2\frown C_2''H_2\frown Br \\ \quad H\alpha \end{array} \right. \end{array} \right.$$, welches in Hydantoïn übergeführt wird, indem das mit $H\alpha$ bezeichnete Atom Wasserstoff mit dem Äquivalent Brom zu BrH zusammentritt und sich mit dem zugesetzten NH_3 zu NH_4Br verbindet.

Hydantoïn ist somit $$N \left\{ \begin{array}{l} H \\ H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2\frown C_2''H_2 \\ C_2''O_4 \end{array} \right. \end{array} \right.$$ oder $$N \left\{ \begin{array}{l} H \\ H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2 \\ C_4H_2''O_2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$, d. h. Glycolylharnstoff.

Die Harnsäure gibt durch Oxydation Alloxan $= C_8H_2N_2O_8 =$ $$N \left\{ \begin{array}{l} H \\ H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2 \\ C_6''O_6 \end{array} \right. \end{array} \right.$$, welches das Radical der Mesoxalsäure an der Stelle von zwei Atomen Wasserstoff in der Ammoniumgruppe enthält. Durch Reduction entsteht daraus Alloxantin, d. h. die Verbindung des Tartronyl- mit dem Mesoxalharnstoff. Die Amalinsäure ist von dem Alloxantin durch ein Plus von C_8H_8 unterschieden, d. h. es enthält einen Körper, der die Zusammensetzung des Tartronylharnstoffes $+ C_4H_4$, und einen zweiten Körper, der die Zusammensetzung des Mesoxalylharnstoffes $+ C_4H_4$ besitzt. Die Amalinsäure ist $C_{24}H_{14}N_4O_{16}$ oder $C_{24}H_{12}N_4O_{14} + 2Aq.$, während Alloxantin $= C_{16}H_4N_4O_{14}$ ist [1]).

Da Strecker durch Versuche bewiesen hat, dass das Cholestrophan, welches um C_4H_4 mehr enthält als Parabansäure, zwei Äquivalente vom sogenannten Methyl an der Stelle von 2 Wasserstoff der Parabansäure enthält, so war dadurch auch bewiesen, dass jeder der beiden in der Amalinsäure enthaltenen Körper an der Stelle von 2 Atome H zwei Atome Methyl enthalten. Der dem Alloxan entsprechende Körper in der Amalinsäure muss also $$N \left\{ \begin{array}{l} C_2H_2\frown H \\ C_2H_2\frown H \\ N \left\{ \begin{array}{l} C_2''O_2 \\ C_6''O_6 \end{array} \right. \end{array} \right.$$ sein. Der der Dialursäure entsprechende zweite Bestandtheil der Amalinsäure muss an der Stelle des Mesoxalyls das Tartronyl enthalten.

---

[1]) Ich habe die Formel der Amalinsäure vor 16 Jahren $C_{12}H_7N_2O_8$ geschrieben. Ein paar Chemiker haben später bewiesen, dass sie $C_{12}H_6N_2O_8$ geschrieben werden müsse. Ich habe sie schwätzen lassen, was offenbar das Beste war.

So wie nun diese Derivate des Caffeïn den Harnsäurederivaten entsprechen, muss das Caffeïn und Theobromin selbst der Harnsäure analog zusammengesetzt sein.

Die Harnsäure ist eine Verbindung von Tartronylharnstoff mit Harnstoff, unter Austritt von Wasser gebildet, oder eine Verbindung, entstanden aus einem Äquivalent Tartronsäure und zwei Äquivalenten Harnstoff unter Austritt von acht Äquivalenten Wasser.

Da die Harnsäure das Radical Tartronyl enthält, da sie zwei Atome Wasserstoff an der Stelle enthält, wo das Caffeïn zwei Äquivalente Methyl, das Theobromin ein Äquivalent Methyl und ein Äquivalent Wasserstoff enthalten, so muss ihre Formel, neben welche ich das Theobromin und Caffeïn setze, geschrieben werden wie folgt:

$$\underbrace{N\left\{\begin{array}{l}H\\ H\\ \quad N\left\{\begin{array}{l}C_2N\\ C_2N''\\ C_6H_2O_6\end{array}\right.\end{array}\right.}_{\text{Harnsäure}} \qquad \underbrace{N\left\{\begin{array}{l}H''\\ C_2''H_3\,H\\ \quad N\left\{\begin{array}{l}C_2N\\ C_2N''\\ C_8H_4O_4\end{array}\right.\end{array}\right.}_{\text{Theobromin}} \qquad \underbrace{N\left\{\begin{array}{l}C_2H_3\,H\\ C_2H_2\,H\\ \quad N\left\{\begin{array}{l}C_2N\\ C_2N''\\ C_8H_4O_4\end{array}\right.\end{array}\right.}_{\text{Caffeïn}}$$

In der Harnsäure sind zwei, im Theobromin ein, im Caffeïn aber kein Äquivalent von Wasserstoff, der durch Metalle ersetzbar ist.

Caffeïn und Theobromin können keine Tartronyl-, sondern sie müssen Succinylverbindungen sein.

Dass Succinyl- in Malyl-, Tartryl-, Malonyl- und Tartronylverbindungen durch Oxydation übergeführt werden, ist eine durch das Experiment bewiesene Sache. Es ist eben so bewiesen, dass die Oxydation dieser Radicale viel leichter stattfindet, wenn sie sich als Substituenten des Wasserstoffes in Ammoniakderivaten vorfinden, als wenn sie als Radicale in den entsprechenden Säuren enthalten sind. Äpfelsäure geht viel schwieriger in Weinsäure über als das Malanilid in Tartranilid. Die Umwandlungen der Harnsäure, des Caffeïn und Theobromin beruhen auf der Umwandlung der zwei Atome Cyan in der Ammoniumgruppe, wobei unter Aufnahme von den Elementen des Wassers aus einem Äquivalent Cyan sich C_2O_2 bildet und NH_2 entsteht, welches das zweite Äquivalent Cyan in sich aufnimmt und $N\left\{\begin{array}{l}C_2N\\ H\\ H\end{array}\right.$, d. h. Cyanamid bildet, welches sogleich unter Aufnahme von Wasser in Harnstoff übergeht, der entweder frei wird oder durch die Reagentien, wie salpetrige Säure, Chlor etc. zerstört wird. Alle übrigen Elemente behalten ihre Stellung bei. So

ist Dialursäure nichts als Harnsäure, in welcher zwei Äquivalente Cyan durch ein Äquivalent Carbonyl ersetzt sind.

$$\underbrace{N\begin{cases}H\\H\\N\begin{cases}C_2N\\C_2N\\C_6\overset{\prime\prime}{H}_2O_6\end{cases}\end{cases}}_{\text{Harnsäure}} \qquad \underbrace{N\begin{cases}H\\H\\N\begin{cases}C_2''O_2\\C_6\ddot{H}_2O_6\end{cases}\end{cases}}_{\text{Dialursäure}}$$

Eine Methode, die Harnsäure chemisch rein darzustellen, habe ich in Gemeinschaft mit Hrn. Professor Hlasiwetz ermittelt. Wird Harnsäure, die nach der Methode von Bensch dargestellt ist, mit Wasser zu einer milchigen Flüssigkeit vermengt und Natriumamalgam in Stücken nach und nach eingetragen, so löst sich die Harnsäure auf. Die Lösung ist trübe und setzt bei ruhigem Stehen graue Flocken ab. Filtrirt man diese Flüssigkeit von dem Ungelösten ab und setzt Salzsäure zu, so entsteht ein kreideweisser, grossflockiger Niederschlag, der bei gelindem Erwärmen sogleich, bei gewöhnlicher Temperatur nach einigem Stehen zu einem Haufwerk von glänzenden Krystallen zusammenfällt. Diese Krystalle werden auf einem Filter gesammelt, mit Wasser gewaschen und sind vollkommen reine Harnsäure, wie Reactionen sowohl als Analyse derselben uns gezeigt haben.

Vorläufige Notiz über den Gerbstoff von Aesculus hippocastanum L.

Von dem w. M. Dr. Fr. Rochleder.

(Vorgelegt in der Sitzung am 14. Juli 1864.)

In den verschiedensten Theilen der Rosskastanie findet sich, wenn auch in manchen nur in gewissen Entwickelungsepochen, ein Gerbstoff vor, der sich vorzüglich durch sein Verhalten gegen starke Mineralsäuren in der Wärme von allen ihn begleitenden Stoffen unterscheidet. Er erleidet durch diese Säuren keine Spaltung in mehrere Producte, sondern es treten Wasserstoff und Sauerstoff als Wasser aus und es scheidet sich ein sehr schön rothgefärbtes, in der Lösung, worin es entstanden ist, nur äusserst wenig lösliches Product ab. Es enthält wie der Gerbstoff selbst, Wasserstoff und Sauerstoff im Verhältnisse wie im Wasser. Ich werde später die zahlreichen Analysen mittheilen, die mit dem Gerbstoff, dem rothen Umwandlungsproduct, dem durch Reduction daraus entstehenden farblosen Körper, den Verbindungen des rothen Körpers mit Äther u. s. w. angestellt wurden. Durch schmelzendes Alkali findet eine Spaltung statt und scheint das eine Spaltungsproduct Phloroglucin zu sein. Die procentische Zusammensetzung des erwähnten rothen Körpers ist ganz gleich der, welche Willigk für das rothe Zersetzungsproduct der Leditannsäure fand, das aus dieser durch Einwirkung von Salz- oder Schwefelsäure in der Wärme entsteht und Ledixanthin genannt wurde, da es oft mit orangerother, statt rein rother Farbe erhalten wurde. Ich habe in diesem Jahre die Untersuchung des *Ledum palustre* wieder aufgenommen und meine Vermuthung bestätigt gefunden, dass die Leditannsäure, so wie sie von Willigk, R. Schwarz und mir dargestellt wurde, nicht vollkommen rein war, obwohl diese Verunreinigung in sehr geringer Menge vorhanden war und nicht von bemerkbarem Einflusse auf das Resultat der Analyse sein konnte.

Die Leditannsäure gab mit Blei- und Zinnoxyd gelbe Salze. Das Bleisalz der reinen Säure ist aber äusserst blass rehfarb, die gelbe Färbung wurde bedingt durch die Gegenwart einer kleinen Menge eines gelben, krystallisirten Körpers, der nichts als eines der so häufig vorkommenden Quercetate[1]) zu sein scheint, den ich in einer zur Analyse hinreichenden Menge mir dargestellt habe.

Da ich das rothe Product, welches aus dem Gerbstoff der Blätter von *Epacris* durch Einwirkung von Mineralsäuren in der Wärme entsteht, identisch fand mit dem aus dem Gerbstoff der Rosskastanie, fand ich es nöthig, auch die Gerbstoffe von *Calluna vulgaris*, *Rhododendron ferrugineum* u. s. w. nochmals zu untersuchen. Der Gerbstoff, den Herr Kawalier in *Pinus sylvestris* und *Thuja occidentalis* fand und Pinitannsäure genannt wurde, zeigt grosse Ähnlichkeit in den Reactionen mit der Leditannsäure. Das rothe Product, welches durch die Einwirkung von Mineralsäuren in der Wärme entsteht, enthält bei grosser Ähnlichkeit in Eigenschaften und Reactionen den Wasserstoff und Sauerstoff im Verhältnisse wie im Wasser wie der Körper aus Leditannsäure. Es musste also auch die Untersuchung von Pinusarten wieder aufgenommen werden. In den Kiefernadeln ist Ende des Winters keine Pinotannsäure enthalten, wohl aber ein amorpher gelber Körper, der die Pinotannsäure verunreinigt haben müsste.

Der Gerbstoff der Wurzelrinde des Apfelbaumes wurde ebenfalls in den Kreis dieser Untersuchung gezogen, da er gegen Säuren ein ähnliches Verhalten zeigt wie die genannten Gerbstoffe, wie man in älteren Werken angegeben findet. Es handelte sich hier auch um die Feststellung der Beziehungen zum Phloridzin, das eine Phloroglucinverbindung enthält, wie Hlasiwetz bewiesen hat.

Die rothe Substanz, welche Hlasiwetz neben Zucker durch Behandlung des Gerbstoffes einer falschen Chinarinde mit Säuren in der Wärme erhielt, ist ihrer Zusammensetzung nach homolog mit dem rothen Körper aus dem Gerbstoff von *Aesculus hippocastanum*. Das veranlasste denn, dass ich auch die Chinagerbsäure in Arbeit

---

[1]) Unter Quercetaten verstehe ich alle die Substanzen, welche durch Fermente oder Säuren in Quercetin und eine Zuckerart spaltbar sind, da in ihnen das Quercetin offenbar dieselbe Rolle spielt, welche die Essigsäure z. B. in dem Essigäther, dem essigsauren Amyläther u. s. w. hat.

nahm, die, wie schon Berzelius fand, mit Salzsäure erhitzt, einen schön rothen Körper liefert.

Das merkwürdige Verhalten der Gerbstoffe gegen Ammoniumsulphydrat veranlasste die Wiederholung mancher Versuche, die bereits beendet waren.

Durch diese Nebenarbeiten verzögert sich noch die Publication der Arbeit über die Bestandtheile der Rosskastanienrinde.

Über ein vereinfachtes Verfahren das Lithium, Rubidium, Cäsium und Thallium aus den Lithionglimmern zu gewinnen.

Von Prof. A. Schrötter.

Wenige Mineralien zeigen in chemischer und physikalischer Beziehung so merkwürdige Verhältnisse wie die Glimmer, sie waren daher schon vielfach Gegenstand der Untersuchung in beiden Richtungen. Die Aufmerksamkeit der Chemiker wurde namentlich durch die Auffindung des Lithiums darin auf sie gelenkt, noch mehr aber durch die des Rubidiums, Cäsiums und neuestens auch des Thalliums [1]) in einigen Arten derselben. Die technische Bearbeitung der Glimmer gewinnt auch mehr und mehr an Bedeutung, zumal sie immer noch das billigste Material zur Darstellung des Lithions sind, dessen Verbrauch in stetem Steigen begriffen ist.

Die Beschreibung eines vereinfachten Verfahrens, um aus denselben nicht blos das Lithium zu gewinnen, sondern auch nebenbei das Rubidium, Cäsium und Thallium fast in der ganzen darin enthaltenen Menge daraus abzuscheiden, dürfte daher nicht unwillkommen sein.

Bekanntlich wird zum Aufschliessen der Lithionglimmer bei ihrer fabriksmässigen Bearbeitung, um daraus das Lithion zu gewinnen, gegenwärtig gewöhnlich das schon von Fuchs angegebene Verfahren angewendet. Nach demselben werden die genannten Mineralien in möglichst fein gepülvertem Zustande mit ihrem zweifachen Gewichte Kalkhydrat innig gemengt, durch mehrere Stunden der Rothglühhitze ausgesetzt; dann wird die Masse nach einer späteren Angabe von Mitscherlich unter Zusatz ihres halben

---

[1]) Schrötter Sitzungsb. d. k. Ak. der W. Bd. 48, S. 734, Sitzg. v. 10. Dec. 1863.

Gewichtes Kalk mit Wasser mehrmals ausgekocht und weiter behandelt.

Bei diesem Verfahren, welches ursprünglich für den Lepidolith angegeben wurde, bleibt meistens ein nicht unbeträchtlicher Theil des Minerales unaufgeschlossen, und obwohl man durch sehr feines Pulvern und lange genug dauerndes Erhitzen den hiedurch veranlassten Verlust vermindern kann, so hat man doch unvermeidlich, grosse Massen auszulaugen, da die Menge des Kalkes, welcher dem Mineral zugesetzt wurde, mindestens das 3·5fache desselben beträgt. Man erhält so, wenn man die Auswaschung nur einigermassen vollständig vornehmen will, eine beträchtliche Menge zum Theil sehr verdünnter Lösungen, die zur weiteren Behandlung concentrirt werden müssen. Von ähnlichen Übelständen sind die anderen Methoden die Lithionglimmer aufzuschliessen begleitet, wie das Glühen mit entwässertem Eisenvitriol oder Gyps. Dies gilt auch von der Methode, welche O. D. Allen angegeben hat [1]. Bei derselben wird ein Gemenge von einen Theil Lepidolith und vier Theilen Ätzkalk mit der zum Löschen desselben erforderlichen Menge Wasser übergossen, nachdem hiezu vorher so viel Salzsäure gesetzt wurde als nothwendig ist, um 0·6 bis 0·7 dieses Kalkes in Calciumchlorid umzuwandeln. Beim Glühen des so erhaltenen sehr innigen Gemenges wird das Mineral wohl ohne Zweifel vollständiger aufgeschlossen als bei der Anwendung von Kalk allein, aber es findet doch auch hier der Übelstand statt, dass die Masse, die doch sorgfältig ausgewaschen werden muss, bedeutend vermehrt wurde, auch erhöht die Anwendung von gepulvertem Ätzkalk die Kosten nicht unbeträchtlich. Die weitere ziemlich umständliche Behandlung der Masse, wie Allen sie angibt, nämlich das Fällen des Kalkes mit Schwefelsäure, Abdampfen, Glühen des Rückstandes, das abermalige Auflösen desselben, Fällen mit kohlensaurem Ammoniak etc. und Glühen der Masse könnte übrigens durch einfaches Fällen der nicht zu weit abgedampften ersten Lösung mit kohlensaurem Natron sehr vereinfacht werden. Die übrigen sonst noch vorgeschlagenen Verfahren, welche sich auf die Anwendung von Bleioxyd oder von Baryt gründen, unterliegen sämmtlich den

---

[1] American Journal of Science and Arts. V. 34. 1862.

angegebenen Mängeln und sind überdies kostspieliger und umständlicher.

Die Behandlung mit Schwefelsäure, wie sie zuerst von C. G. Gmelin angegeben wurde, ist hauptsächlich wegen der Wahl der Gefässe mit solchen Schwierigkeiten verbunden, dass sie wohl niemals mit grösseren Mengen ausgeführt wurde. Durch die im Junihefte von Dingler's polytechnischem Journal (Bd. CLXXII, 1864) angegebene Abänderung dieses Verfahrens von Lehmann, werden die Übelstände, welche hierbei durch den Mangel geeigneter Gefässe herbeigeführt werden zwar umgangen, das weitere Verfahren aber wie es Reichardt (l. c.) vorschlägt, ist so umständlich und kostspielig, dass es wohl schwerlich Anwendung im Grossen finden wird.

Bei weitem das Vortheilhafteste wäre es allerdings, das Mineral durch eine geeignete Säure direct aufzuschliessen, indem dadurch alle Nachtheile wegfielen, welche den anderen Methoden, vorzüglich wegen der dabei nothwendigen Behandlung zu grosser Massen, anhängen. Die Salzsäure würde in diesem Falle die grössten Vortheile darbieten, sie greift aber selbst beim Kochen diese Mineralien nur äusserst wenig an. Ich habe mich zwar überzeugt, dass schon verdünnte Salzsäure auf die beiden genannten Glimmer einwirkt, wenn man sie in verschlossenen Glasröhren einer Temperatur von 100—106°C. aussetzt. Allein hieraus lässt sich kein Vortheil für die Bearbeitung der Glimmer im Grossen ziehen, so nützlich dieses Verhalten für die qualitative Analyse derselben und auch in anderer Beziehung ist. Die von dem hiebei bleibenden Rückstande, der grösstentheils aus Kieselsäure besteht abfiltrirte Lösung, zeigt nämlich im Spectrum die Natrium- und die Lithiumlinien sehr stark, die Kaliumreaction etwas schwächer; der daraus mit Kaliumplatinchlorid erhaltene Niederschlag aber zeigt unmittelbar die Rubidium-, Cäsium- und Thalliumreaction sehr schön. Man kann daher auf diese Weise mit einigen Grammen dieser Mineralien alle darin enthaltenen Alkalimetalle und auch die des Thalliums in der Vorlesung nachweisen. Die Mehrzahl der Lithionglimmer dürfte sich auf ähnliche Art verhalten.

Nach diesen Betrachtungen lag es wohl nahe für die fabriksmässige Aufschliessung der Glimmer im Grossen die in so vieler Hinsicht wichtige, aber in ihrer ganzen Bedeutung noch nicht gewürdigte Beobachtung zu benützen, welche von Kobell schon vor

nahezu 40 Jahren [1]) gemacht hat, der zufolge fast alle dem Granate in seiner chemischen Zusammensetzung nahe stehenden Silicate die Eigenschaft besitzen, sich durch Salzsäure mehr oder weniger vollständig aufschliessen zu lassen, nachdem sie geschmolzen, oder einige derselben, insbesondere die weniger Thonerde enthaltenden, wenn sie auch nur längere Zeit einer angemessenen Glühhitze ausgesetzt wurden.

Damour hat beobachtet, dass auch das natürliche krystallisirte Thonerdehydrat HO, Al_2O_3, der Diaspor aus Sibirien, der von Säuren nicht angegriffen wird, sich in kochender concentrirter Schwefelsäure vollständig löst, nachdem durch Glühen desselben sein Wasser entfernt wurde, während die Hydrate aller andern ähnlich zusammengesetzten Oxyde, ja selbst das nicht krystallisirte Hydrat der Thonerde gerade ein entgegengesetztes Verhalten zeigen [2]).

Regnault hat bei seiner Untersuchung des Lepidoliths aus Mähren und eines braunen Lithionglimmers von unbekanntem Fundorte diese Mineralien nach dem Schmelzen mit Salzsäure aufgeschlossen, ohne jedoch anzugeben, ob dies vollständig erfolgte [3]).

W. Stein gibt hingegen in seiner lehrreichen Arbeit über den Lithionglimmer von der Peterszeche in Zinnwald geradezu an, dass derselbe nach dem Schmelzen, von Salzsäure und Schwefelsäure leicht angegriffen, jedoch hiebei nicht vollständig zersetzt wird.

Einige Glimmerarten, wie der von Schafhäutl untersuchte „Chromglimmer" [4]) werden schon vor dem Glühen durch Salzsäure theilweise aufgeschlossen, und dies geht bei letzterem nicht weiter wenn er auch geglüht wurde. Die zurückbleibende Kieselsäure enthielt in beiden Fällen noch über 8 Pct. Thonerde, Eisenoxyd etc.

Rammelsberg endlich hat für die Turmaline und Glimmer nachgewiesen, dass dieselben nach dem Schmelzen durch Flusssäure vollständig aufgeschlossen werden, und benützte auch dieses Verhalten bei der Analyse dieser Mineralien. Er gibt auch an, dass mehrere Glimmer nach dem Schmelzen mit Salzsäure gelatiniren, zum Behuf der Analyse wurde aber dieses Verhalten weder von ihm,

---

[1]) Kastner's Archiv, Bd. V, S. 164, 1825, Bd. VIII, S. 447 und Bd. X, S. 15.
[2]) Ann. de Ch. & de Ph. III. S. XVI, 324, 1846.
[3]) Ann. des mines III, S. XIV, 151, 1838.
[4]) Ann. der Chem. und Phm. Bd. XLVI, 325, 1843.

noch von den anderen Chemikern benützt, die sich später mit der Untersuchung der Glimmer beschäftigten. Bei diesen sich widersprechenden Angaben schien es nicht überflüssig, diesen Gegenstand einer näheren Untersuchung zu unterziehen, was weiter unten geschehen wird.

Als ich versuchte etwas grössere Mengen von geschmolzenem, nachher gepulvertem und geschlämmtem Lepidolith mit concentrirter Salzsäure aufzuschliessen, war ich überrascht zu sehen, wie energisch dieser Process vor sich geht. Die anfangs breiartige Masse erhitzt sich bald beträchtlich und wird durch die in Menge ausgeschiedene Kieselsäure nach und nach ganz fest. Die später anzuführenden Versuche zeigen, dass diese Aufschliessung wenigstens beim Lepidolith und beim Glimmer aus Zinnwald eine vollständige ist, jedoch nur unter der Bedingung, dass das geschmolzene Mineral in so fein vertheiltem Zustande angewendet wird als möglich, und dass man ein zu rasches Gelatiniren der Masse vermeidet, weil dadurch einzelne Theilchen des Minerals durch die sich um dieselben lagernde Kieselsäure der Einwirkung der Salzsäure entzogen werden.

Wenn es mehreren Chemikern nicht gelungen ist, die genannten Mineralien nachdem sie geschmolzen wurden, mit Salzsäure vollkommen aufzuschliessen, so rührt dies nur daher, dass den obigen Bedingungen nicht in genügendem Grade entsprochen wurde.

Das von mir befolgte Verfahren aus den Glimmern das Lithium als kohlensaures Salz und die anderen neu entdeckten Metalle zu gewinnen, ist nun folgendes:

Der Lepidolith, von dem vorläufig die Rede sein soll, wird zuerst geschmolzen, und zwar ohne allen Zusatz, worin eben das Wesentliche und Vortheilhafte dieser Methode liegt.

Derselbe schmilzt bei der Rothglühhitze unter beträchtlichem Aufschäumen; man muss daher die Masse im Tiegel öfters umrühren. Ist eine Partie gehörig geschmolzen, so nimmt man sie mit einem eisernen Löffel aus dem Tiegel und kühlt sie im Wasser rasch ab. Es kann dann sogleich eine neue Menge des Minerals eingetragen werden, ohne dass es nothwendig ist den Tiegel aus dem Feuer zu heben. Am besten würde sich zu dieser Operation im Grossen ein Flammofen von der Einrichtung wie sie Kuhlmann zum Schmelzen des Wasserglases angegeben hat, eignen.

Die so erhaltene milchweisse, zum Theil ganz durchsichtige glasartige Masse, deren Dichte 2·375 beträgt, wird nun fein gepulvert und dann geschlämmt. Dieselbe gibt schon an das Schlämmwasser etwas von den darin enthaltenen Alkalien ab, aber so wenig, dass es sich nicht lohnt, den dadurch entstehenden Verlust zu beachten; man kann übrigens das zum Schlämmen gebrauchte Wasser bei den folgenden Operationen benützen.

Die geschlämmte breiartige Masse wird nicht getrocknet, sondern derselben unmittelbar unter stetem Umrühren nach und nach die Hälfte der ganzen Menge der Salzsäure zugesetzt, die zur vollständigen Aufschliessung des Minerals nothwendig ist. War der Brei zu dickflüssig, so wird er nach einiger Zeit ganz fest, was aus dem oben angegebenen Grunde vermieden werden muss; man setzt daher vorher noch eine genügende Menge Wasser zu. Nach 24 Stunden wird die Masse unter fortwährendem Umrühren bis nahe zum Kochen erhitzt, und dann der noch übrige Theil der Salzsäure zugesetzt. Nachdem diese durch mehrere Stunden auf die Masse gewirkt hat, ist der grösste Theil der Kieselsäure abgeschieden, und zwar durch die längere Einwirkung der Säure mehr pulverig als gelatinös.

Um zu sehen, ob die Menge der angewandten Salzsäure genügt, setzt man dem Filtrate von einer Probe der Masse einige Tropfen kohlensaures Natron zu; bewirken schon diese einen bleibenden Niederschlag, so ist zu wenig Salzsäure vorhanden, braucht man jedoch, um einen solchen zu erhalten, mehr davon, so wurde bereits die Säure im Überschusse zugesetzt. Für 1 Theil Lepidolith bedarf man ungefähr 2 Theile Salzsäure von 1·20 Dichte.

Zu der noch heissen Masse wird nun Salpetersäure zugesetzt, um das Eisen vollständig in Oxyd umzuwandeln. Hiezu kann man sich auch des unterchlorigsauren Natrons bedienen. Die nach der Behandlung mit Salzsäure ausgeschiedene Kieselsäure löst sich leicht in einer kochenden Lösung von kohlensaurem Natron, bis auf einen geringen Rückstand, der grösstentheils aus Quarz besteht, welcher dem Minerale beigemengt war; sie bildet daher ein nicht werthloses Nebenproduct bei diesem Processe.

Die von der Kieselsäure getrennte Flüssigkeit ist durch die vorhergegangene Operation so weit verdünnt, dass aus derselben durch Zusatz von kohlensaurem Natron nur Eisenoxyd, Thonerde, Kalk, Magnesia, Manganoxydul etc. gefällt werden, während alles Lithium in

Lösung bleibt. Hat man die Fällung bei kochender Flüssigkeit vorgenommen, so wird der grösste Theil der Oxyde daraus entfernt und dieselbe enthält nun fast nichts als die Chloride des Lithiums, Rubidiums, Cäsiums, Thalliums, Natriums, Kaliums, sehr wenig Kieselsäure und eine geringe Menge von schwefelsauren Salzen, welche von dem angewandten kohlensauren Natron und der Salzsäure herrühren. Diese Salze brauchen aber nicht entfernt zu werden, da sie auf die weiteren Operationen keinen störenden Einfluss üben.

Zum Fällen der Thonerde etc. wendet man, wie sich von selbst versteht, nicht viel mehr vom kohlensauren Natron an als eben hiezu nothwendig ist.

Das alkalisch reagirende Filtrat wird in einem eisernen Gefässe eingedampft, wobei sich noch etwas kohlensaure Magnesia, kohlensaures Manganoxydul etc. abscheiden, nach deren Entfernung man die Flüssigkeit mit Salzsäure schwach sauer macht, und dann von einer gesättigten Lösung von Kaliumplatinchlorid in Wasser etwas mehr zusetzt, als nach einer vorläufig gemachten Bestimmung nothwendig ist, um alles Rubidium, Cäsium und Thallium in die entsprechenden Platinverbindungen zu verwandeln. Die vorläufige Bestimmung der Menge der zuzusetzenden Kaliumplatinchloridlösung muss jedoch mit Platinchlorid geschehen, da die Abscheidung der letzten Portionen des Rubidiums durch Kaliumplatinchlorid nur langsam und schwierig erfolgt. Je mehr nämlich eine Flüssigkeit Kaliumchlorid enthält, desto weniger ist Kaliumplatinchlorid darin löslich, so dass eine ganz concentrirte Lösung von Kaliumchlorid nur Spuren der Platinverbindung zu lösen vermag. Es lässt sich daher das Kaliumplatinchlorid aus seiner Lösung in Wasser fast gänzlich fällen, wenn man eine genügende Menge von Kaliumchlorid zusetzt und dieselbe dann soweit abdampft, bis dieses heraus zu krystallisiren beginnt.

Da nun der Gehalt der obigen Lösung an Kaliumchlorid in dem Maasse wächst, als sich Rubidium etc. durch das zugesetzte Kaliumplatinchlorid ausgeschieden hat, so geschieht es, dass sich neben dem Rubidium- etc. Platinchlorid zugleich auch Kaliumplatinchlorid auszuscheiden beginnt, so dass die Flüssigkeit noch Rubidium enthält, während doch schon neben dem Rubidiumplatinchlorid auch Kaliumplatinchlorid herausfällt. Man muss daher die kalt gesättigte Kaliumplatinchloridlösung zu der vorher erhitzten Flüssigkeit hinzu-

setzen und sie dann bis zum Herauskrystallisiren des Kaliumchlorides eindampfen. Hiebei wird das sich mit ausscheidende Kaliumplatinchlorid nach und nach in Rubidiumplatinchlorid umgesetzt, und man gelangt so zu einer möglichst vollständigen Abscheidung des Rubidiums etc.

Indessen muss man immer noch die Flüssigkeit auf Rubidium mittelst des Spectralapparates untersuchen, und wenn sie davon noch enthält, eine neue Abdampfung unter Zusatz von etwas Kaliumplatinchloridlösung vornehmen. Obwohl, wie man sieht, die vollständige Abscheidung der genannten Metalle durch dieses Salz, welches biezu zuerst von Lefebvre vorgeschlagen wurde[1]), mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist, so ist, wie ich glaube, dieselbe doch der fractionirten Fällung mit Platinchlorid weit vorzuziehen, weil die Arbeit damit doch noch eine geringere ist, und man mit einer weit kleineren Menge von Platin ausreicht.

Das durch die vorhergehenden Operationen abgeschiedene Gemenge von Rubidium-, Cäsium- und Thalliumplatinchlorid wird nun abgesondert und für sich weiter behandelt.

Aus dem Filtrate erhält man das überschüssig zugesetzte Platin am besten durch Schwefelammonium. Es ist dies Verfahren der Anwendung des Zinkes oder des Traubenzuckers bei weitem vorzuziehen.

Aus der vom Platinsulfid getrennten Flüssigkeit ist nun nur mehr das Lithium zu gewinnen. Dies geschieht, indem man dieselbe concentrirt und das Lithion als kohlensaures Salz mit kohlensaurem Natron fällt. Hat man hiebei vorher das Natrium- und Kaliumchlorid durch Herauskrystallisiren grösstentheils entfernt und das Ammoniak durch Zusatz von Ätznatron vertrieben, so kann man die Mutterlauge, aus der das Lithion gefällt wurde und die immer noch etwas Lithion und einen Überschuss von kohlensaurem Natron enthält, wieder bei der nächsten Operation verwenden.

Hinsichtlich der Bearbeitung des Glimmers von Zinnwald gilt was vom Lepidolith angeführt wurde, da beide Mineralien, im Ganzen genommen, dasselbe Verhalten zeigen. Der Glimmer schmilzt jedoch leichter, schäumt dabei weniger auf als der Lepidolith und

---

[1]) Comptes rendus LV, 430, 1862.

gibt eine dunkelgrüne glasartige Masse, deren Dichte 2·27 beträgt. Da derselbe weit mehr Eisen enthält als der Lepidolith, so ist es vortheilhafter, die Oxydation desselben mit unterchlorigsaurem Natron als mit Salpetersäure zu bewirken. Die weitere Behandlung bleibt ganz dieselbe.

Das hier angegebene Verfahren zur Gewinnung des Lithions etc. aus den genannten Lithionglimmern, welches sich wohl ohne Anstand auch auf alle anderen Glimmer dieser Art anwenden lassen wird, bietet demnach den Vortheil, dass es, ohne complicirter zu sein als das von Fuchs angegebene, gestattet, weit grössere Quantitäten des Minerals auf einmal in Arbeit zu nehmen, indem man dasselbe nicht mit anderen Körpern zu mengen braucht, um es aufzuschliessen. Die auszuwaschenden Massen sind daher geringer, und folglich ist auch die Menge der abzudampfenden Flüssigkeit eine bei weitem nicht so grosse als bei jedem anderen Verfahren.

Das Schmelzen der genannten Mineralien geht überdies rascher vor sich und bedarf weniger Brennmaterial als das anhaltende Glühen des Gemenges derselben mit den sonst zum Aufschliessen dienenden Substanzen. Die Aufschliessung ist ferner eine vollständige und daher sowohl aus diesem Grunde, als auch weil man die geringeren Massen besser auswaschen kann, die Ausbeute eine grössere.

Jedenfalls finden sich in einer Sodafabrik alle Bedingungen zur vortheilhaften Beabeitung der Lithionglimmer vereinigt, theils weil die Nebenproducte wieder in diese Fabrication zurückkehren, oder anderweitige Verwendung finden, wie die Thonerde und die lösliche Kieselsäure, deren Gewicht nahezu die Hälfte von dem des verarbeiteten Materials beträgt, hauptsächlich aber, weil Salzsäure und kohlensaures Natron die einzigen Materialien sind, die bei dem angegebenen Verfahren gebraucht werden, wenn man nur die Gewinnung der Lithions, nicht aber auch die weitere Bearbeitung der hiebei bleibenden Mutterlaugen auf Rubidium etc. beabsichtigt.

Dies dürfte auch für Sodafabriken das zweckmässigste sein, weil die Operationen, welche zur Gewinnung des Rubidiums etc. nothwendig sind, obwohl an sich sehr einfach, doch nicht mehr gut in den Betrieb einer Sodafabrik passen. Für diesen Fall wäre es am geeignetsten, zuerst das Lithion durch kohlensaures Natron von den Chloriden des Rubidiums etc. abzuscheiden, dann die von dem kohlensauren Lithion getrennte Flüssigkeit mit Salzsäure zu sättigen,

das Kochsalz durch Abdampfen, so weit dies ohne Verlust von Rubidiumchlorid geschehen kann, zu entfernen und die noch etwas lithionhältige Mutterlauge, zur Trockenheit eingedampft, als ein vorzügliches Rohmaterial zur Gewinnung des Rubidiums, Cäsiums und Thalliums in den Handel zu bringen.

Die weiter unten folgenden Zahlen zeigen, dass eine Fabrik, die nur 1000 Ctr. Lepidolith im Jahre verarbeitet, ungefähr 78 Ctr. kohlensaures Lithion erhalten kann; die Mutterlauge gibt dann 6·5 Ctr. cäsiumhältiges Rubidiumchlorid und 6 Pfund Thallium. Die gleiche Quantität Glimmer von der Beschaffenheit des hier untersuchten gibt eine Ausbeute von 37 Ctr. kohlensauren Lithion, 9 Ctr. Rubidiumchlorid, das reicher an Cäsium ist als das aus dem Lepidolith gewonnene und etwas mehr Thallium als der Lepidolith enthält.

Es wäre noch zu untersuchen, ob das angegebene Verfahren nicht dahin abgeändert werden könnte, dass statt des kohlensauren Natrons, kohlensaures Kali in Anwendung gebracht würde. Hiedurch liessen sich die ungefähr 12 Pct. von kohlensaurem Kali, welche dem Kaliumgehalte der Lithionglimmer entsprechen, in Form von 13 Pct. Kaliumchlorid gewinnen, und vielleicht auch sonst noch einige Vortheile erreichen.

Es erübrigt nun noch, einige numerische Daten anzuführen, welche zur Bestätigung mehrerer im Vorhergehenden gemachten Angaben dienen sollen. Eine förmliche Analyse der beiden Glimmer, um etwa einen Beitrag zur Kenntniss der chemischen Constitution dieser Mineralien zu liefern, wurde hiebei vor der Hand nicht beabsichtigt. Ich glaube dies hier besonders hevorheben zu müssen, damit die Lücken, welche die vorliegende Arbeit lässt, nicht als unabsichtliche erscheinen und dadurch zu einen Vorwurf gegen dieselbe Veranlassung geben.

Bei den folgenden Untersuchungen wurde eine grössere Menge der genannten Mineralien, als man gewöhnlich zu einer Analyse nimmt, nach dem hier mitgetheilten Verfahren quantitativ behandelt, sowohl um die darin in so geringer Menge vorkommenden Stoffe sicherer bestimmen, als auch um den Verlauf der ganzen Operation besser verfolgen zu können.

Quantitative Behandlung des Lepidoliths.

Mit Salzsäure auf die angegebene Weise aufgeschlossen, hinterlassen

37·884	Grm.	geschmolzener und auf's feinste geschlämmter Lepidolith
20·133	„	eines vollkommen weissen Rückstandes, der beim Kochen mit einer concentrirten Lösung von kohlensaurem Natron an dieses
19·866	„	Kieselsäure abgibt. Die hiebei zurückbleibenden
0·267	„	bestehen aus 0·221 beigemengtem Quarz und nur aus 0·046 unaufgeschlossenem Mineral.

Der Gewichtsverlust beim Schmelzen beträgt 1·504 Pct.

Aus diesen Daten ergeben sich nun folgende Werthe:

100 Theile von ungeschmolzenem Lepidolith entsprechen
98·496 geschmolzenen und enthalten
51·386 Kieselsäure.

Hieraus und mit Berücksichtigung des im kohlensauren Natron unlöslichen, aus Quarz und unaufgeschlossenem Mineral bestehenden Rückstandes ergibt sich, dass

100 Theile des ungeschmolzenen Lepidoliths
97·802 Theilen des geschmolzenen und reinen, vollkommen aufgeschlossenen Minerals entsprechen, dass ferner
100 Theile von quarzfreiem Lepidolith beim Schmelzen
1·513 Pct. Verlust erleiden würden, und
51·746 Kieselsäure enthalten.

Nach Rammelsberg beträgt der Gehalt an Kieselsäure 51·70, nach der neuesten von Cooper im Laboratorium von Bunsen ausgeführten Analyse 50·32 Pct. [1]).

Nach Entfernung der Thonerde, des Kalkes etc. durch kohlensaures Natron, und nachdem das alkalische Filtrat mit Salzsäure wieder sauer gemacht worden war, wurde das Kalium, Rubidium, Cäsium und Thallium durch Platinchlorid gefällt und der Niederschlag

---

[1]) Chemische Analyse durch Spectralerscheinungen von Kirchhoff und Bunsen. 2. Abth. Pogg. Ann. CXIII. S. 344. 1861.

auf die bekannte Art mit Wasser behandelt. Nach dieser ersten Reinigung wurde derselbe durch Wasserstoffgas bei niedriger Temperatur reducirt, und das hinreichend verdünnte Filtrat nochmals mit Platinchlorid gefällt. Das so erhaltene gut ausgewaschene Rubidiumplatinchlorid wog 0·6415 Grm. und das daraus erhaltene Rubidiumchlorid zeigte ausser den Cäsiumlinien nur noch sehr schwach die Linien von Lithium und Natrium.

Nimmt man wegen des geringen Cäsiumgehaltes an, dass das erhaltene Doppelchlorid reines Rubidiumplatinchlorid ist, so entsprechen demselben 0·536 Pct. von Rubidiumoxyd im ungeschmolzenen Mineral. Eine Chlorbestimmung des Gemenges der Chloride des Rubidiums und Cäsiums, um daraus den Gehalt desselben an jedem dieser Metalle zu berechnen, wurde nicht vorgenommen, da dies für den vorliegenden Zweck nicht nothwendig war und ich auf diesen Gegenstand bei einer andern Gelegenheit zurückkomme. Bunsen fand (l. c.) den Gehalt an Rubidium- und Cäsiumoxyd = 0·24 Pct., also noch um etwas kleiner als die Hälfte der obigen Menge. Ich war leider nicht in der Lage, dem Grunde dieser bedeutenden Abweichung weiter nachzuforschen, auch verunglückte ein zweiter Versuch mit einer grösseren Menge von Lepidolith, der dem vorhergehenden hätte zur Controle dienen sollen. Da indess auch hinsichtlich des Lithiumgehaltes eine ähnliche Abweichung stattfindet und der Fluorgehalt, wie weiter unten gezeigt werden wird, ebenfalls nicht stimmt, so scheint eine wirkliche Verschiedenheit in der Zusammensetzung des Lepidoliths, die bei diesem Minerale nicht befremden darf, die Ursache dieser Nichtübereinstimmung zu sein. Auch bei der fabriksmässigen Bearbeitung der Glimmer von einem Fundorte ergeben sich Differenzen im Gehalte an Alkalien. Ob der zum Aufschliessen verwendete Kalk hierauf nicht von Einfluss ist, wäre zu untersuchen. Allen hat (l. c.) aus dem Lepidolith von *Hebron* in *Maine* (N. A.) 1·64 Pct. Platindoppelchlorid erhalten, was mit der oben gefundenen Menge dieser Platinverbindung, nämlich 1·66, sehr nahe übereinstimmt. Der Lepidolith aus Amerika enthält jedoch mehr Cäsium als Rubidium, und zwar im Verhältniss wie 3:2 (s. die Note l. c.).

Die obige Menge des Minerals gab 3·117 Grm. $3LO,PO_5$, d. i. 1·209 Lithiumoxyd, was 3·19 Pct. dieses Oxydes oder 1·476 Pct. Lithium für den ungeschmolzenen Lepidolith entspricht. Bei einer zweiten Bestimmung ergaben sich für den geschmolzenen Lepidolith

1·66 Pct. Lithium, daher für das reine Mineral 1·64 Pct. Im Mittel enthält also der Lepidolith 1·56 Pct. Lithium.

Der von Cooper analysirte Lepidolith hingegen enthält 0·592 Pct. Lithium, d. i. 1·27 Pct. Lithiumoxyd, also nahe in demselben Verhältniss weniger, wie vom Rubidium.

Der Fluorgehalt des geschmolzenen Lepidoliths wurde = 6·75 Pct. gefunden, daher beträgt der des reinen, geschmolzenen Minerals 6·8 Pct. und der des reinen nicht geschmolzenen 6·65. Aber auch diese Zahl ist noch um etwas zu klein, da beim Schmelzen des Minerals etwas Wasserstoffkieselfluor entweicht. Aus der Analyse von Cooper berechnet sich der Gehalt an Fluor nur zu 5·56.

Zum Behufe einer wenigstens beiläufigen Bestimmung des Thalliums wurde der durch Reduction der Platinverbindung von der ersten Fällung erhaltene Platinmohr, nach Entfernung des Rubidiumchlorids in Königswasser gelöst. Da diesem das ganze Thallium als Chlorür beigemengt ist, so bildet sich wieder Thalliumplatinchlorid, das sich sehr vollständig abscheidet, wenn die Lösung bis zur Verjagung der freien Säure abgedampft und die trockene Masse wieder in Wasser gelöst wird. Aus der obigen Menge des geschmolzenen Minerals wurden auf diese Weise 0·0023 Grm. $Tl\ Pt\ Cl_3$ erhalten, welchem 0·006 Pct. Thallium entsprechen.

Für den technischen Zweck ist diese Art, das Thallium zu gewinnen, wohl die einfachste. Wie gross der Grad der Genauigkeit ist, der auf diese Weise erreicht werden kann, müssen spätere Versuche lehren. Eine Fehlerquelle ist jedenfalls die, dass es sehr schwer, wenn nicht ganz unmöglich ist, den Platinmohr vollkommen auszuwaschen. Auch im obigen Falle waren im Spectrum der Thalliumplatinverbindung auch noch die Rubidiumlinien, allerdings nur sehr schwach, sichtbar.

Quantitative Behandlung des Glimmers aus Zinnwald.

Dieser Glimmer wurde zu der folgenden Untersuchung in dem Zustande benützt, wie er im Handel vorkommt, nämlich als ein aus dünnen Plättchen bestehendes, fast weisses, ziemlich grobes Pulver mit beigemengten Quarzkörnchen, die in der geschmolzenen dunkelgrünen Masse als eingesprengte weisse Punkte in ziemlicher Menge erscheinen.

Für den vorliegenden Zweck war es nicht nothwendig, ein reineres Material zu wählen, da es sich ja zunächst nur um die

Ermittlung der Mengen handelte, in welchen das Lithium, Rubidium etc. in diesem Glimmer wie er eben vorkommt, enthalten sind, und da überdies die angewandte Methode gestattet, die aus dieser Beimengung herrührenden Fehler zu eliminiren.

Bei der angegebenen Behandlung mit Salzsäure hinterlassen

55·55 Grm. von geschmolzenem Glimmer
30·188 „ Rückstand.

Wird dieser mit einer concentrirten Lösung von kohlensaurem Natron gekocht, so lösen sich davon

25·538 Kieselsäure, und
4·65 Grm. blieben ungelöst.

Dieser Rückstand von 4·65 Grm. besteht, wie weiter unten gezeigt werden wird, zum grössten Theil aus Quarz, der ursprünglich diesem Glimmer beigemengt ist, und einer sehr kleinen Menge von nicht aufgeschlossenem Mineral.

Die 55·55 Grm. geschmolzenen und verunreinigten Glimmers entsprechen daher

50·9 Grm. von reinem und geschmolzenem.

Durch das Schmelzen erleidet dieser Glimmer einen Gewichtsverlust von 0·727 Pct. [1])

100 Th. ungeschmolzenen Glimmers, welche 99·273 geschmolzenen unreinen entsprechen, enthalten daher

45·639 Kieselsäure, und

8·31 Quarz, nebst dem Theil des Minerals, der bei der Behandlung mit Salzsäure nicht aufgeschlossen wurde.

90·963 Th. weder Quarz enthaltenden, noch unvollkommen aufgeschlossenen, geschmolzenen Glimmers entsprechen daher 100 Th. von ungeschmolzenem und verunreinigtem Glimmer.

Der Rückstand von 8·31 wurde mit kohlensaurem Natronkali aufgeschlossen und es ergab sich, dass derselbe

7·436 Kieselsäure enthielt, dass daher nur
0·874 Pct.

---

[1]) Lohmeyer gibt den Gewichtsverlust beim Schmelzen zu 0·22 Pct. an (Pogg. Ann. 61, §. 344), was aber wegen ungenügender Erhitzung zu gering ist; Stein fand für denselben 0·43. Aus den weiter unten angegebenen Daten folgt, dass der Gewichtsverlust des reinen Minerals 0·779 beträgt.

für die Basen und übrigen Bestandtheile des Minerals mit Ausnahme der Kieselsäure bleiben. Legt man den obigen Gehalt des Minerals an Kieselsäure zu Grunde, so berechnet sich mit diesem Verhältnisse die Menge des unaufgeschlossenen Minerals zu höchstens 1·61 Pct.

Aus diesen Daten lässt sich nun auch der Gewichtsverlust berechnen, welchen der reine Glimmer ohne Quarzbeimengung beim Schmelzen erlitten hätte. Da nämlich dieser Glimmer 8·31 — 1·61 = 6·7 Quarz beigemengt enthält, so entsprechen 100 Th. des nicht geschmolzenen verunreinigten Glimmers 93·29 Th. des reinen, nicht geschmolzenen.

Da aber der unreine Glimmer durch das Schmelzen 0·727 Pct. verliert, so würde der Verlust, welchen der quarzfreie Glimmer hiebei erleidet, 0·78 Pct. betragen.

Der quarzfreie Glimmer enthält demnach

49·782 Pct. Kieselsäure.

Stein fand darin 48·65, Rammelsberg 46·52 Pct.

Nach Entfernung der Basen mit kohlensaurem Natron wurden aus dem Filtrate mit Platinchlorid 1·361 Grm. von den mit aller Vorsicht gereinigten Platindoppelchloriden erhalten. Diesen entprechen, für das unreine geschmolzene Mineral 0·437 Rubidiumoxyd, das etwas Cäsium enthält, also in Percenten 0·78, was für das reine Mineral 0·83 Pct. Rubidiumoxyd oder 0·75 Rubidium gibt.

Ein Versuch, der mit 21 Pfund (11·76 Kilogr.) geschmolzenen Glimmers angestellt wurde, gab 104·75 Grm. sehr reines, nur cäsiumhältiges Rubidiumchlorid. Nimmt man an, dass bei dieser Bearbeitung 10 Pct. an beigemengter Kieselsäure und unaufgeschlossenem Minerale zurückblieben, so beträgt die Menge des erhaltenen Rubidiumchlorides 0·986 Pct. oder 0·694 Rubidium, was mit dem obigen Resultate gut übereinstimmt.

Aus der von 55·55 Grm. Glimmer herrührenden Lösung wurden ferner erhalten 2·371 Grm. $3LO,PO_5$, was auf das reine Mineral berechnet 0·814 Pct. Lithium gibt. Eine zweite Bestimmung ergab 0·61 Pct. Lithium für das unreine geschmolzene Mineral, daher für das reine nicht geschmolzene 0·65 Pct. oder im Mittel 0·73 Pct. Lithium, also um 0·17 mehr als Rammelsberg in dem von ihm untersuchten Glimmer aus Zinnwald gefunden hat.

Mit einer Menge von 2·07 des geschmolzenen Minerals wurde das Fluor bestimmt und 0·283 Fluorcalcium erhalten; dies gibt für

das reine ungeschmolzene Mineral 7·26 Pct. Fluor. Rammelsberg fand darin 7·47 Fluor; da aber die obige Bestimmung sich auf das geschmolzene Mineral bezieht, so ergibt sich, dass der Gehalt des von mir verwendeten Glimmers an Fluor etwas grösser ist als der des von Rammelsberg untersuchten.

Die 55·55 Grm. geschmolzenen Glimmers gaben endlich auf die oben angegebene Weise behandelt 0·0071 Thalliumplatinchlorid, welchen 0·0035 Thallium, d. i. 0·0065 Pct. dieses Metalles im reinen Minerale entsprechen.

Der von den 21 Pfund Glimmer erhaltene Platinmohr gab 1·18 Thalliumplatinchlorid, das ist 0·58 Thallium oder im reinen Minerale 0·005 Pct., eine Zahl, die jedenfalls zu klein ist, weil die Platinlösung noch Thallium enthielt. Aus der Platinverbindung gewinnt man das Thallium leicht, wenigstens zum grössten Theil, indem man dieselbe mit fein granulirtem Zink kocht, vorher aber dem Wasser einige Tropfen Salzsäure zusetzt. Die Reduction des Thalliums und des Platins erfolgt nach kurzer Zeit vollständig. Man löst nun das überschüssig angewendete Zink durch Salzsäure und entfernt das Zinkchlorid durch Auswaschen. Hiebei findet kein Verlust von Thallium statt, wie man sich durch eine Spectralbeobachtung überzeugen kann. Kocht man nun das zurückbleibende Gemenge von Thallium und Platin mit Salpetersäure, so wird der grösste Theil des Thalliums gelöst, während eine geringe Menge desselben auch durch wiederholte Behandlung mit Salpetersäure davon nicht getrennt werden kann. Diese kleine Menge von Thallium bleibt aber beim Auflösen des Platins als Thaliumplatinchlorid zurück und wird so wieder gewonnen.

Schliesslich sei nur noch bemerkt, dass für den eigentlichen Zweck der vorliegenden Abhandlung es wohl nicht nothwendig war, auf so viele Details der Analyse der hier behandelten Glimmer einzugehen, wie dies eben geschehen ist. Es hätte die Bestimmung des Lithiums, des Rubidiums mit dem beigemengten Cäsium und die des Thalliums genügt.

Ich wollte jedoch die Gelegenheit nicht vorübergehen lassen, ohne zu zeigen, dass die hier mitgetheilte Methode der Aufschlies-

sung der Glimmer nicht blos für die Bearbeitung derselben im Grossen die vortheilhafteste ist, sondern dass sie, wie ich glaube, auch für die so überaus schwierige Analyse derselben vor den anderen bisher befolgten den Vorzug verdient. Es ist hier nicht der geeignete Ort, näher auf diesen Gegenstand einzugehen, es dürfte jedoch genügen, hervorzuheben, dass es nach dieser Methode möglich ist, den wahren Gehalt der Glimmer an Kieselsäure richtig zu bestimmen und sich davon unabhängig zu machen, ob dieselben Quarz oder auch andere Mineralien beigemengt enthalten, wenn die letzteren nur beim Schmelzen nicht eine ähnliche Veränderung erleiden wie der Glimmer, so wie auch davon, dass ein Theil des Minerals durch zufällige Umstände der Einwirkung der Salzsäure entgangen sein kann. Dass die Kieselsäure, welche von der Salzsäure ausgeschieden wurde und dem Minerale als Bestandtheil angehörte, bei der Behandlung mit kohlensaurem Natron nicht vollständig gelöst werde, wie dies H. Rose bei mehreren titanhältigen Mineralien beobachtet hat [1], ist hier wohl nicht zu besorgen.

Indess bleiben noch manche Schwierigkeiten hinsichtlich der Bestimmung mehrerer Bestandtheile der Glimmer übrig, deren Bestätigung eine Anzahl zeitraubender Untersuchungen erfordert, die mich noch beschäftigen und bei welchen mich Herr Adjunct Weselsky und Herr Priwoznik thätigst unterstützen, wie sie dies auch schon bei den vorhergehenden gethan haben.

---

[1] Pogg. Ann. 62. 265. 1844.

Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche mathem.-naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND. III. UND IV. HEFT.

Jahrgang 1864. — October u. November.

(Mit 6 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER KAIS. KÖN. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

8.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XX. SITZUNG VOM 6. OCTOBER 1864.

Se. kais. Hoheit der durchlauchtigste Herr Erzherzog Rainer übersendet, mit Handschreiben vom 17. September l. J., ein Pracht-Exemplar des aus Anlass der Säcular-Stiftungsfeier des St. Stephans-Ordens aufgelegten Gedenkbuches, welches Höchstdemselben von dem Ordenskanzler, Herrn Grafen Hermann Zichy, mit der Bestimmung für die kais. Akademie der Wissenschaften übergeben wurde.

Das hohe k. k. Staatsministerium übermittelt, mit Zuschrift vom 30. August, ein Stück einer von dem k. k. Statthalter von Galizien, Herrn Grafen Mensdorff eingesendeten, leichten, tuchartigen Substanz, von welcher eine überschwemmt gewesene Wiese der Gemeinde Horucko auf 20 Joch überdeckt gefunden wurde.

Dasselbe hohe Ministerium sendet, mit Zuschrift vom 2. September, die graphischen Übersichtstabellen über die im Bereiche von Niederösterreich am Donaustrome und am Marchflusse in den Jahren 1862/3 und 1863/4, so wie über die während der Winterperiode 1863/4 an der Donau im Gebiete von Oberösterreich beobachteten Eisverhältnisse.

Herr Prof. Seligmann hinterlegt ein versiegeltes Schreiben zur Wahrung seiner Priorität.

Herr Graf Fr. v. Marenzi übersendet eine Concurrenzschrift für die Ig. L. Lieben'sche Preisstiftung, betitelt: „Zwölf Fragmente über Geologie."

Herr Dr. K. Tormay in Pest übermittelt eine Abhandlung über „die Meteorations- und sanitätischen Verhältnisse in der Stadt Pest im Jahre 1863".

Herr Director Dr. K. Jelinek dankt mit Schreiben vom 10. August für seine Erwählung zum correspondirenden Mitgliede der Akademie.

Herr Hofrath W. Haidinger übersendet eine Abhandlung über einen vorhomerischen Fall von zwei Meteorsteinmassen bei Troja.

Herr Director Dr. E. Fenzl übergibt eine Abhandlung: „Beitrag zur Entwickelungsgeschichte getheilter und gefiederter Blattformen", von Herrn Dr. M. Wretschko.

Herr K. Fritsch, Vicedirector der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung vor, betitelt: „Ergebnisse mehrjähriger Beobachtungen über die periodischen Erscheinungen in der Flora und Fauna Wiens".

Herr Prof. Dr. K. Peters übergibt einen vorläufigen Bericht über seine mit Unterstützung der Akademie unternommene geologische Untersuchung der Dobrudscha.

Herr Dr. Aug. Vogl überreicht die II. Abtheilung seiner phytohistologischen Beiträge: „Die Blätter der *Sarracenia purpurea* Lin."

Herr Dr. L. Ditscheiner legt seine im k. k. physikalischen Institute ausgeführte „Bestimmung der Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. September, October 1862; März, April, Mai 1864. Berlin; 8°.

Alpenverein, österr.: Mittheilungen. II. Bd. Wien, 1864; 12°.

Annalen der Chemie und Pharmacie, von Wöhler, Liebig und Kopp. N. R. Bd. LV. Heft 1—3. Leipzig und Heidelberg 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1483—1493. Altona, 1864; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXe. Nr. 79—80.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. Nr. 1—11. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 3e—13e Livraisons. Paris, 1864; 8°.

Gesellschaft, Zoologische, in Frankfurt a. M.: Der Zoologische Garten. V. Jahrg. Nr. 2—6. 1864; 8°.

Gewerbe-Verein, nieder.-österr.: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrg. 1864, 5.—8. Heft. Wien; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von F. Vorwerk. Bd. XXI, Heft 5; Bd. XXII, Heft 1 & 2. Speyer 1864; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg. Nr. 22—28. Wien, 1864; 4°.

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. XIV. Jahrg. Juli-August 1864. Prag; 8°.

Memoria insignis ordinis S. Stephani Hung. Regis Apost. secularis. Vindobonae, MDCCCLXIV; Folio.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1864, Heft VI—VIII und Ergänzungsheft Nr. 13. Gotha; 4°.

— des k. k. Artillerie-Comité. Jahrg. 1864, IX. Bd. 1. & 2. Heft. Wien, 1864; 8°.

— des k. k. Genie-Comité. Jahrg. 1863. VIII. Bd. 5. Heft; Jahrg. 1864. IX. Bd. 5.—8. Heft. Wien, 1864; 8°.

Mondes. 2e Année. Tome VI. 1re—5e Livraisons. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Moniteur scientifique. 182e — 186e Livraisons. Tome VI. Année 1864. Paris; 4°.

Nau de Champlouis, Carte de l'Afrique sous la domination des Romains. (Avec Notice.) Paris, 1864; Folio & 4°.

Reader. No. 82, 84—85, 87—92. Vol. IV. London, 1864; Folio.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. 1864. XIV. Bd. Nr. 2. April—Juni. Wien; 4°.

Reports by the Juries on the Subjects in the 36 Classes into which the (International) Exhibition (1862) was divided. London, 1863; 4°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. VIIIe Année. No. 1—4. Constantinople, 1864; 4°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrgang. Nr. 30—40. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrg. Nr. 19—24. Gratz, 1864; 4°.

Zeitschrift für Chemie und Pharmacie, von Erlenmeyer, VII. Jahrg. Heft 13—17. Heidelberg, 1864; 4°.

— für Fotografie und Stereoskopie. April 1864. 8°.

— des österr. Ingenieur-Vereines. XVI. Jahrgang, V.—VIII. Heft. Wien, 1864; 4°.

Ein vorhomerischer Fall von zwei Meteoreisenmassen bei Troja.

Bericht von dem w. M. W. **Haidinger.**

Schon Chladni hatte in seinem Verzeichnisse ältester, nach ihrer Fallzeit nur mehr oder weniger genau bestimmbarer vorhomerischer Massen in seinem Werke: „Über Feuermeteore u. s. w. Wien 1819, Seite 174," aus der Parischen Marmor-Chronik (Marmora Oxoniensia P. II. insc. 23. p. 21) dahin zielender Berichte in Bezug auf das Gebirge Ida in Creta, so wie auf das Gebirge Ida in Klein-Asien gedacht.

Es ist immer höchst anziehend, neue Angaben über ähnliche vielleicht gerade dieselben Naturerscheinungen aufzufinden, welche, wenn sie uns auch nicht mit der Genauigkeit zukommen, die wir jetzt von Berichten über ähnliche Fälle erhalten, doch billig unsere Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen. Ich verdanke die Mittheilung einer homerischen Stelle, die sich mit grosser Wahrscheinlichkeit auf den gleichzeitigen Fall von zwei Meteoreisenmassen in der Gegend von Troja bezieht, meinem hochverehrten Freunde, dem ausgezeichneten Secretär für das Ausland der Royal Society in London Herrn Professor William Hallows Miller in einem freundlichen Schreiben von 25. Jänner des gegenwärtigen Jahres.

Nach einer Hinweisung auf eine andere, ebenfalls auf Meteoreisen bezogene Stelle in Homer's Ilias, heisst es in dem Briefe: „Es scheint mir, dass es noch eine andere Stelle gibt, die nicht undeutlich auf zwei Meteormassen, wahrscheinlich Eisen, sich bezieht, welche zu seiner Zeit bekannt waren. Diese Stelle findet sich in der Ilias, 15. Buch, Zeile 19—32:

19. Ἄκμονας ἧκα δύω — — — —
31. — — — — μύδρους δ'ἐνὶ Τροίῃ
32. Κάββαλον· ὄφρα πέλοιτο καὶ ἐσσομενοισι πυθεσθαί"

Bei dem hohen Interesse des Gegenstandes für Meteoritenforscher sowohl als für Freunde der classischen Literatur, hatte ich nichts Eiligeres zu thun, als meine Voss'sche Ilias (J. G. Cotta 1851) zu vergleichen. Den Anfang fand ich ganz richtig;

Ansprache von Zeus an Here:

V. 18. Denkst du nicht wie du hoch herschwebetest, und an die Füss' ich
Zween Ambosse gehängt und ein Band um die Hände geschürzet
Golden und unzerbrechlich? Aus Ätherglanz und Gewölk her
Schwebtest du u. s. w.

aber keine Spur einer Zeile die mit dem Schlusse übereingestimmt hätte.

Auch meine griechische Ilias der Tauchnitz'schen Ausgabe hatte die Stelle nicht.

Ich schrieb also meine Überraschung und mein Bedenken an Miller, der nun selbst in seiner Ausgabe die beiden Zeilen in Parenthesen eingeschlossen fand, als etwas Zweifelhaftes. Mein hochgeehrter Freund wandte sich nun mit einer Anfrage an Herrn Churchill Babington, den ausgezeichneten griechischen Sprachkenner, Herausgeber der Reden des Hyperides, welcher ihm Folgendes mittheilte:

„Il. XV. 30. Memorat Eustathius post hunc versum nonnullos adscripsisse hos versus:

Πριν ὅτε δὴ σ'απέλυσα ποδῶν· μύδρους δ'ενι Τροιῃ
Κάββαλον· ὄφρα πέλοιτο καὶ ἐσσομένοισι πυθέσθαι.
Καὶ δειχνυνταί, φασιν, ὑπὸ τῶν περιηγητῶν δι τοιοῦτοι μύδροι.

Heyne. Il. t. VII, p. 12.

This is all that I know, or perhaps that any one knows. The περιηγηται are Cicerones. Such persons abounded in the Imperial period, and they may have made the lines.

C. Babington."

Herr Professor Miller bemerkt noch in seinem letzten Briefe vom 4. April, dass Heyne zwei Verbesserungen gegeben, πεδῶν (Fesseln) statt ποδῶν und πέλοιντο statt πέλοιτο.

„Rühren die Zeilen nun von Homer her oder nicht, so beziehen sie sich unzweifelhaft auf Meteoriten, und ihre Echtheit betrifft nur das Datum, nicht die Thatsache."

Die zwei Verse könnten etwa wie folgt wiedergegeben werden:

„Dann dir erst löst ich die Füsse, die Klumpen aber nach Troja
Warf ich hinab, noch späten Geschlechtern die That zu verkünden."

Der Zusatz, welchen Eustathius gibt, ist besonders merkwürdig:

„Und man sagt, dass die Periegeten noch diese Klumpen zeigen."

In der Zwischenzeit hatte ich eine ältere Auflage der Ilias erworben, griechisch und lateinisch, London 1840, mit Anmerkungen von Samuel Clarke [1]), so wie ich auch die Commentare des Eustathius verglich.

Die erste hatte allerdings die beiden Verse, aber nur in einer Anmerkung, Bd. II, S. 92, mit der Autorität. „Eustath."

Von dem zweiten Werke erhielt ich von der k. k. Universitäts-Bibliothek eine Ausgabe von 1829 [2]) freundlichst zur Ansicht, so wie auch die später zu erwähnenden Werke von Heyne und Döderlein, für welche ich hier meinen verbindlichsten Dank darbringe.

In dieser Auflage findet sich die Stelle auf Seite 249, Zeile 20, ganz übereinstimmend mit den bisher erwähnten Versen, da sie ja eine Quelle derselben sind. Aber meine Vergleichung wurde noch durch eine zweite Zeile belohnt, nämlich in Bezug auf die Periegeten oder Ciceroni der damaligen Zeit und diese Klumpen, Massen oder Μύδρους, οὓς ἀνωτέρω ἄχμονας εἶπεν.

Die Periegeten nannten sie „Ambosse von oben," vom Himmel herabgefallen.

Die Bedeutung von μύδρος, wie sie das Wörterbuch gibt, ist aber „eine glühende Masse von Stein oder Eisen, überhaupt Metallklumpen" — die Sonne selbst nach Anaxagoras, eine geschmolzene feuerige Masse μυδρος διαπυρος [3]).

---

[1]) Homeri Ilias Graece et Latine. Annotationes in usum Serenissimi Principis Gulielmi Augusti, Ducis de Cumberland etc. Regio Jussu Scripsit atque Edidit Samuel Clarke, S. T. P. Vol. I. — Homeri Ilias Graece et Latine. Cum annotationibus Samuelis Clarke. S. T. P. Nuper Defuncti. Vol. II. Edidit atque imperfecta supplevit Samuel Clarke filius. S. R. S. Editio Tertia. Londini Impensis Johannis et Pauli Knapton. MDCCXL.

[2]) Eustathii Archiepiscopi Thessalonicensis Commentarii ad Homeri Iliadem. Ad fidem exempli Romani editi. Tomus III. Lipsiae sumptibus Joann. Aug. Weigel. MDCCCXXIX. Literis Guilielmi Haack.

[3]) Humboldt. Kosmos I, S. 402.

In Bezug auf die Thatsache selbst, in der Zeit des Eustathius, dieses berühmten griechischen Erklärers des Homer, der 1155 Erzbischof von Thessalonich wurde, woselbst er 1198 starb, kann wohl kein Zweifel übrig bleiben. Damals wurden zwei Eisenmassen — die Ambosse — in der Gegend von Troja noch gezeigt, und sie waren nach den Traditionen meteorisch — vom Himmel gefallen.

Aber die Verse wurden gewiss nicht damals erst erdacht, sondern sind tief in der Anlage der ganzen Stelle jener Rhapsodie O der Ilias gegründet. Es fehlt überhaupt der Schluss in der Ansprache des Zeus an Here, wenn diese beiden Verse ausgeschlossen sind.

Es ist gewiss nicht überflüssig, um diese Ansicht gegen jeden Zweifel zu begründen, die ganze Stelle der Ilias herzusetzen.

Here hatte, mit Aphroditens Gürtel geschmückt, den Zeus auf dem Ida eingeschläfert, die Danaer waren im Vortheil, die Troer flohen. Nun erwacht Zeus und bedroht Here:

„Denkst du nicht, wie du hoch herschwebetest und an die Füss' ich
Zween Ambosse gehängt und ein Band um die Hände geschürzet
Golden und unzerbrechlich? Aus Ätherglanz und Gewölk her
Schwebtest du; ringsum traurten die Ewigen durch den Olympos,
Doch nicht wagte zu lösen ein Nahender: wen ich erhaschte,
Schleudert' ich mächtig gefasst von der Schwell ab, dass er hinunter
Fuhr' zu der Erd' ohnmächtig; auch so verliess mir den Geist nicht
Endlos tobender Schmerz um den göttergleichen Herakles,
Den mit dem Boreas du, des Orkans Göttinnen erregend,
Sendetest durch Einöden des Meers, arglistiges Herzens,
Und ihn endlich in Kos volkblühende Insel verschlugest;
Doch ihn führt ich von dannen zurück und bracht ihn in Argos
Rossenährendes Land nach mancherlei Kämpfen des Elends.
Dann dir erst löst' ich die Füsse, die Klumpen aber nach Troja
Warf ich hinab, noch späten Geschlechtern die That zu verkünden.
Dessen erinner' ich dich, dass hinfort du entsagest dem Truge
u. s. w."

Erst die beiden Verse 31 und 32 geben Veranlassung mit dem 33. den Absatz zu schliessen.

Ob es denn aber gestattet werden darf, einen Fall von zwei Meteoreisenmassen hier anzunehmen. An Analogien von nahe liegenden Ereignissen fehlt es uns wohl nicht. Ich darf hier wohl der

zwei Massen, 42 Pfund und 30½ Pfund schwer gedenken, welche am 14. Juli 1847 bei Braunau in Böhmen niederfielen, oder der zwei grossen Blöcke, bei Cranbourne in Victoria in Australien aufgefunden, deren Gewicht man auf 30 und 120 Centner schätzte. Hätte nicht ein Fall von zwei solchen Massen gleichzeitig stattgefunden, der in der vorhomerischen Tradition festgehalten wurde, so hätte sich wohl auch Homer mit Einer Masse als zu dem Zwecke vollkommen ausreichend in seiner Auffassung begnügt!

Kaum darf man übrigens annehmen, dass Homer ein solches Bild, das Schweben in Äther und Wolken, erdacht hätte, wäre ihm nicht der Fall der beiden Eisenmassen bekannt gewesen, an welche er seine Darstellung anschliessen konnte, wie denn die Angaben von Gegenständen, die vom Himmel fielen, sich vielfach in den ältesten Mythen finden.

Aber es verdient auch diese eigenthümliche Behandlung der beiden Verse, dass man denselben nicht die gleiche Echtheit, wie dem Reste beilegen zu wollen schien, der sie doch nothwendig als Abrundung der ganzen Ansprache des Zeus einschliesst, einige Aufmerksamkeit. Es beruht dies wohl auf demselben Unglauben, der in späterer Zeit so sehr überhand nahm, dass man die ganze Thatsache des Herabfallens von meteorischen Massen in Zweifel zog, gegen welchen Zweifel, den „Storico Pirronismo, che gitta a terra tutta la fede umana," Domenico Troili sich aus Veranlassung des Falles von Albareto im Juli 1766 so sehr ereiferte [1]) und den noch Chladni im Jahre 1794, aber diesmal mit grösserem Erfolge zu bekämpfen hatte.

Durch die Völkerwanderung einerseits, durch die Ausbreitung des Islam und die Eroberungen der Türken in Asien und Europa, war zwischen den früheren Culturperioden und dem späteren Wiederaufleben die Continuität gewissermaassen unterbrochen. Die beiden Eisenmassen von Troja, die man noch zur Zeit des Eustathius zeigte, sind eben so für uns verloren, wie der grosse Stein von Aegos Potamos, der ungefähr im Jahre 405 vor unserer Zeitrechnung fiel, der noch zur Zeit des Plinius mehr als 400 Jahre

---

1) Der Meteorit von Albareto im k. k. Hof-Mineraliencabinet vom Jahre 1766 und der Troilit. Von W. Haidinger. 27. März 1863. Sitzungsb. der kais. Akad. der Wissensch. XLVII. Bd.

später gezeigt wurde, den aber der Reisende W. G. Browne, der ihn in neuerer Zeit auf Veranlassung von Smithson Tennant suchte, doch nicht aufzufinden vermochte [1].

„Trotz der vergeblich angewandten Bemühungen des afrikanischen Reisenden Browne habe ich nicht die Hoffnung aufgegeben, man werde einst diese so schwer zerstörbare thracische Meteormasse in einer den Europäern jetzt sehr zugänglichen Gegend (nach 2312 Jahren) wieder auffinden." Dies war unseres Humboldt Ansicht im ersten Bande des Kosmos S. 124, im Jahre 1844. Gewiss ist es nicht unrecht, von Zeit zu Zeit, jetzt nach neuen zwanzig vorüber gegangenen Jahren wieder neu dieselbe Hoffnung auszusprechen, wo der Antheil so vieler Forscher einen so hohen Aufschwung gerade in der allerneuesten Zeit gewonnen hat. Herr P. A. Kesselmeyer hatte den Ort auf seiner Karte der Meteoritenfälle in Europa unter 40° 24′ N. und 26° 36′ O. Gr. verzeichnet [2].

Möchten uns unternehmende und von Erfolg begünstigte Forscher zu den uns überkommenen Nachrichten auch einst die thatsächlichen Gegenstände zur Hand bringen. Ich gedenke hier der Arbeiten unserer hochgeehrten Freunde und Vaterlandsgenossen k. k. Consul Dr. Ritter Georg v. Hahn in Syra und Astronomen J. F. Julius Schmidt in Athen, in der Troas im April und Mai des gegenwärtigen Jahres 1864 [3]. Die Frage nach den beiden Meteoreisenmassen lag ihnen wohl nicht vor, aber selbst wenn dies gewesen wäre, so konnte doch nur ein besonderes Zusammentreffen günstiger Verhältnisse einen Erfolg darbieten.

Was wir als Ergebniss der Aufmerksamkeit unseres hochverehrten Freundes W. H. Miller für classische Studien und für die Interessen der Meteoritenforschung in denselben ansetzen dürfen, ist glaube ich Folgendes:

1. Ein Fall von zwei Meteoreisenmassen war zur Zeit Homer's, — nach den mancherlei Ansichten zwischen 1105 und 850 vor unserer Zeitrechnung — allgemein bekannt. Er war wohl auch damals schon uralt, weil ihn der Dichter zu einem poetischen Bilde aus fabelhafter Zeit, lange vor dem trojanischen Kriege, dessen Schluss durch die

---

[1] Chladni, Über Feuermeteore. S. 177.

[2] Abhandlungen der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt a. M. Bd. III. 1860.

[3] Sitzung der k. k. geologischen Reichsanstalt am 21. Juni 1864.

Eroberung und Zerstörung der Stadt Troja man in die Jahre 1184 oder 1127 vor unserer Zeitrechnung setzt, mit einigem Grunde benützen konnte. Auch Heyne führt diese Stelle auf uralte Mythen zurück [1]).

2. Die Meteoreisenmassen wurden bis in die erste Zeit des zweiten Jahrtausendes unserer Zeitrechnung gezeigt und von vielen ihr Ursprung aus einem Falle aus der Luft angenommen.

3. Die zwei homerischen, von Herrn Professor Miller wieder der Aufmerksamkeit gewürdigten Verse, sind gewiss so alt als die übrigen begleitenden Theile der Ilias durch den inneren Zusammenhang mit dem Ganzen.

4. Der Umstand, dass die Verse nicht für echt gehalten wurden, beruhte auf dem Zweifel an dem Ungewöhnlichen und Wunderbaren von Meteoritenfällen, der sich bis in die neuesten Zeiten erhielt, bis endlich die Literatur der Chroniken, der einzelnen Quellen, Bäche und Flüsse derselben, sich in das Meer der Welt-Literatur ergossen hatte und in dieser endlich die Wahrheit Siegerin blieb.

Nur diesen einen Fall glaube ich hier, bei dem hohen Interesse, welches er gewiss darbietet, etwas umständlicher erwähnen zu dürfen, ohne weitere Vergleichungen und Schlüsse auf den mir fremdartigeren antiquarischen oder classisch-literarischen Feldern zu versuchen.

Doch glaube ich noch Ein Wort über die zweite von Herrn Miller nach dem verewigten Professor Edward Daniel Clarke in Cambridge, von 1808 bis 1822, angeführte Stelle anreihen zu sollen. Es ist die im 23. Gesange, V. 826, wo Achilleus in den Kampfspielen zu Ehren des todten Patroklos einen *σόλον*, (σολος nach dem Wörterbuche „Masse von Erz, das geschmiedet wird — besonders eiserner Diskos“) zum Ehrenpreise aussetzt. Als Beiwort zur näheren Bezeichnung dient ein vielfach gedeutetes „*αὐτοχόωνον*“. Clarke's lateinische Übersetzung gibt *orbem a fornace rudem*, die Voss'sche deutsche Übersetzung hat „die rothgeformte Kugel“.

Letzteres ist deutlich gänzlich verfehlt, Clarke's Ausdruck könnte auf Vorgänge ältester Erzeugung von Eisenluppen bezogen werden.

---

[1]) Homeri Carmina u. s. w. Curante C. G. Heyne. Tomus VII. P. 7. MDCCCII.

Unser verewigter College Zippe gedenkt dieser Stelle S. 117 seiner „Geschichte der Metalle, 1857," doch mit dem Beiworte „roh geformt," was allerdings angemessener ist als roth geformt, und spricht namentlich die hier gegebene Ansicht aus: „die oben erwähnte roh geformte Wurfkugel des Peleiden bezeichnet uns ein solches Schmelzproduct eines einfachen Herd-Feuers." S. 127.

„Selbst gegossen" kann auch wohl nach Miller's Ansicht dem Begriffe von „gediegen" entsprechen und zwar für ein Eisen meteorischer Abkunft, und dieses Eisen σιδῆρος war sehr werthvoll zu der Zeit, wo Rüstungen und Waffen von Bronze allein im Gebrauche waren. Diese eine Masse von Eisen, welche ein Mann mit Einer Hand heben und schleudern konnte, die also nicht sehr schwer war, sollte für den Gebrauch der Hirten (ποιμήν) und Pflüger (ἀροτὴρ) des Besitzers auf fünf Jahre ausreichen. Miller führt eine Stelle (2071, S. 92) aus Ludwig Döderlein's Werk: „Homerisches Glossarium, III. Bd., Erlangen 1850" an, welche ganz diese Ansicht ausdrückt. „Es war wohl," sagt Döderlein, „ein kugelförmiges Meteoreisen u. s. w.", und dann wieder „Humboldt dürfte vielleicht künftig im Kosmos Th. I., S. 125, 398 diese homerische Stelle als die älteste Erwähnung eines Meteoreisens anführen." Man dürfte wohl mehr geneigt sein, sich an die Ansicht Zippe's anzuschliessen, wenn man erwägt, dass Tubalkain, von dem es heisst: „Er war ein Hämmerer und Schmied in allem Erz- und Eisenwerk" [1]) in die Zeit vor der Sündfluth gehört, für welche letztere man nach Octavius die Zahl 2327 A. C. annimmt, und selbst für Moses noch die Zahl 1600 A. C. und dass sich in jenen entfernten Zeiten doch der Gebrauch des Eisens nur sehr allmälig verbreitete.

Gewiss muss ich mich hier mit diesen wenigen Andeutungen begnügen und ausführliche Erörterungen späterer Gelegenheit überlassen."

---

[1]) Genesis Cap. 4, Vers 22. Allioli. Die heilige Schrift u. s. w. Nürnberg 1830, Bd. I, S. 8.

Bestimmungen der Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspectrums.

Ausgeführt im k. k. physikalischen Institute.

Von dem w. M. Dr. Leander Ditscheiner.

(Mit 2 Tafeln.)

So ausgedehnte Untersuchungen in neuester Zeit über das Sonnenspectrum auch veröffentlicht worden, so sind doch die Wellenlängenbestimmungen auf die Fraunhofer'schen sieben Hauptlinien und auf die von Eisenlohr und Esselbach ausgeführten, über die im ultravioletten Lichte auftretenden Linien, beschränkt geblieben. Es schien desshalb nicht ohne Interesse, diese Untersuchung auf eine Reihe anderer Linien auszudehnen, deren Resultat die folgenden Zeilen enthalten.

Bevor wir jedoch auf die specielle Aufzählung der Werthe der Wellenlängen eingehen, wollen wir der Entwicklung jener Formeln unsere Aufmerksamkeit zuwenden, die bei ihrer Bestimmung in Anwendung kommen.

Es stelle uns zu diesem Behufe *ABC* Taf. I, ein Prisma vor, auf dessen Vorderseite *AC* eine enge, zur Prismenkante *A* parallele, Licht durchlassende Spalte *MN* angebracht ist. Kommen von einem hinter dem Prisma sich befindenden Collimator parallele homogene Lichtstrahlen auf dasselbe, so wird ein Lichtbündel *DPMFGNQE*, den gewöhnlichen Brechungsgesetzen folgend, als sogenannter directer Strahl durch die enge Spalte austreten, während die, von jedem Punkte der Linie *MN* ausgehenden Elementarwellen interferirend bei genügend enger Spalte, die bekannten Beugungserscheinungen hervorrufen. Von allen durch die Spalte gehenden Strahlen wählen wir einen einzigen, etwa jenen *HJKL*, als Repräsentanten für alle übrigen, heraus. Nachdem derselbe unter einem Winkel α auf die Hinterfläche *AB* des Prismas getroffen, wird er nach *JK* gebrochen, so zwar, dass $\mu \sin \beta = \sin \alpha$, unter μ seinen Brechungsquotienten

verstanden. Da sein Einfallswinkel an der zweiten Fläche $\varepsilon = A - \beta$ so wird, wenn man den brechenden Winkel des Prismas mit A bezeichnet, sein Austritt aus dem Prisma bestimmt durch

$$\sin\gamma = \mu \sin(A - \beta).$$

Von K gehe nun ein Strahl KL fort, der einer der genannten Elementarwellen entsprechend, unter den Winkel δ_l gegen den directen Strahl geneigt ist. Wir wählen hier das Zeichen δ_l, um anzudeuten, dass der Strahl KL gegen die linke Hand des gegen den directen Strahl sehenden Beobachters abgelenkt wurde. Wir denken uns nun einen durch A gehenden gebrochenen Strahl RAU so gelegt, dass der eine Theil AR desselben parallel zu HJ, der zweite AU hingegen parallel zu KL ist. Der Gangunterschied der beiden Strahlen $HJKL$ und RAU ist durch die Differenz der Zeiten bestimmt, in welchen der eine den Weg $SA + AT$ in Luft, der andere den Weg JK in Glas zurückgelegt hat. Um diese Differenz zu finden, nehmen wir an, es sei $AK = x$, dann folgt aus dem Dreiecke AJK

$$JK = x.\frac{\sin A}{\cos\beta} \text{ und } AJ = x.\frac{\cos(A-\beta)}{\cos\beta},$$

ferner ergibt sich

$$AS = AJ.\sin\alpha = x.\frac{\cos(A-\beta)}{\cos\beta}.\sin\alpha$$

und

$$AT = x.\sin(\gamma + \delta_l).$$

Bezeichnen v und v_1 die Geschwindigkeiten des Lichtes in Luft und Glas, wobei $\frac{v}{v_1} = \mu$ ist, so sind die Zeiten, in welchen die Wege SAT und KJ zurückgelegt werden $\frac{AS + AT}{v}$ und $\frac{JK}{v_1} = \frac{\mu JK}{v}$, also ihre Differenz

$$\theta = \frac{AS + AT - \mu.JK}{v},$$

wobei die oben gefundenen Werthe für AS, AT und JK zu substituiren sind. Da aber der Gangunterschied $D = v\theta$ ist, so erhält man auch

$$D = AS + AT - \mu.JK$$

oder nach durchgeführter Substitution und Reduction

$$D = x\left[\sin(\gamma+\delta_l) - \sin(A-\beta) . \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right]$$
$$= x\left[\sin(\gamma+\delta_l) - \sin\gamma\right] = u . x.$$

Würden wir einen Strahl betrachtet haben, der von K ausgehend, so vom directen Strahle abgelenkt wird, dass er sich gegen die rechte Hand des Beobachters bewegt, so würde auf ganz dieselbe Art gefunden worden sein

$$D = x\left[\sin\gamma - \sin(\gamma-\delta_r)\right]$$

nur müsste dann dieser Gangunterschied mit dem entgegengesetzten Zeichen versehen werden, da jetzt jener Strahl in seiner Bewegung zurückgeblieben, der früher vorangeeilt war.

Die vom Punkte K in der Richtung nach L sich fortpflanzende Bewegung wird durch die Gleichung

$$y = \mathfrak{a} \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - ux)$$

dargestellt werden können, sobald wir jene des Strahles AU durch $\mathfrak{a} \sin\frac{2\pi}{\lambda} vt$ darstellen. Von einem bei K gelegenen Elemente dx der Linie MN geht somit die Bewegung

$$y_1 = \mathfrak{a} . \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - ux) . dx$$

aus und die Resultirende aller von den verschiedenen Punkten der Linie MN in der Richtung KL ausgehenden Bewegungen ist

$$Y = \mathfrak{a}\int_a^{a+b} \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - ux)\, dx,$$

wobei $AM = a$, d. i. die Entfernung des A näher gelegenen Spaltenrandes von A und MN, d. i. die Spaltenbreite, $=b$ gesetzt wurden. Nach gehöriger Reduction der ausgeführten oben angezeigten Integration erhält man

$$Y = \mathfrak{a} . \frac{\lambda}{\pi u} . \sin\frac{\pi b u}{\lambda} \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - au - \frac{1}{2} bu\right).$$

Die Intensität des durch diese Bewegung erzeugten Lichtes ist

$$J = a^2 \frac{\lambda^2}{\pi^2 u^2} . \sin^2 \frac{\pi b u}{\lambda} = a^2 . b^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi b u}{\lambda}}{\frac{\pi b u}{\lambda}} \right)^2 .$$

Hat man nicht eine einzige Spalte sondern eine Reihe solcher, also ein sogenanntes Gitter, so wird von jeder derselben eine solche resultirende Bewegung ausgehen, die sich selbst wieder zu einer Gesammtbewegung zusammensetzen. Setzen wir voraus, das Gitter sei so construirt, dass alle Spalten gleiche Breite b besitzen und dass jede dieser Spalten von der folgenden um c, also gleichweit abstehe, dass also die Spaltenmitten um $b+c$ von einander entfernt sind, so erhält man die von irgend einer Spalte, z. B. von der m^{ten} ausgehende Bewegung aus der oben für die erste Spalte gefundenen, wenn statt a der Werth $a + (m-1)(b+c)$ gesetzt wird. Die Gesammtresultirende der von allen Spalten ausgehenden Bewegungen, wenn z ihre Anzahl bedeutet, wird durch die Gleichung

$$Y = a \frac{\lambda}{\pi u} \sin \frac{\pi b u}{\lambda} \sum_{z=1}^{z=z} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - p - z\,q),$$

wobei

$$p = au - cu - \frac{bu}{2} \text{ und } q = (b+c)u$$

dargestellt werden können. Führt man diese Summirung nach der Formel

$$\sum_{n=1}^{n=n} \sin(i + nu) = \frac{\sin \frac{nu}{2} . \sin \left(i + \frac{n+1}{2} u \right)}{\sin \frac{u}{2}}$$

aus, so erhält man schliesslich

$$Y = a \frac{\lambda}{\pi u} . \sin \frac{\pi b u}{\lambda} . \frac{\sin \frac{z\pi (b+c) u}{\lambda}}{\sin \frac{\pi (b+c) u}{\lambda}} . \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - r),$$

wobei

$$r = au - \frac{cu}{2} + z \frac{(b+c)u}{2}$$

Man hat also für die Intensität der Gesammtbewegung

$$J=\mathfrak{a}^2.b^2.\left(\frac{\sin\frac{\pi bu}{\lambda}}{\frac{\pi bu}{\lambda}}\right)^2.\left(\frac{\sin\frac{z\pi(b+c)u}{\lambda}}{\sin\frac{\pi(b+c)u}{\lambda}}\right)^2.$$

Wird in dieser Gleichung

$$\pm\frac{z\pi(b+e)u}{\lambda}=\pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ldots.(z-1)\pi$$

oder

$$\pm u=\frac{\lambda}{z(b+c)},\frac{2\lambda}{z(b+c)},\frac{3\lambda}{z(b+c)},\ldots.\frac{(z-1)\lambda}{z(b+c)},$$

so ist die Intensität an den entsprechenden Stellen gleich Null. Nicht so ist es, wenn

$$\pm\frac{z\pi(b+c)u}{\lambda}=z\pi,\quad \text{also } \pm u=\frac{\lambda}{b+c}$$

wird, denn dann nimmt unsere obige Formel für die Intensität die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ an, die aber leicht durch Anwendung des Differenzial-Calcüls in

$$J=\mathfrak{a}^2.b^2.z^2.\left(\frac{\sin\frac{\pi b}{b+c}}{\frac{\pi b}{b+c}}\right)^2$$

verwandelt werden kann.

Für

$$\pm u=\frac{\lambda}{b+c}$$

tritt also, wie sich leicht erweisen lässt, das erste Maximum der Beleuchtung auf. Das zweite, dritte, ...n^{te} Intensitätsmaximum ergibt sich dann eben so für

$$\pm u=\frac{2\lambda}{b+c},\frac{3\lambda}{b+c}\ldots\frac{n\lambda}{b+c},$$

indem wieder für alle dazwischen liegenden Werthe u die Intensität ein Minimum wird.

Es sind dies zwar nicht die einzigen Intensitätsmaxima, die sich aus obiger Intensitätsformel ergeben, wir können uns aber hier auf sie beschränken, indem die übrigen, für alle Werthe von u, für welche

$$\sin\frac{2\pi(b+c)u}{\lambda}=1$$

ist, auftretenden sogenannten Maxima zweiter Classe eine weit geringere Intensität besitzen.

Führen wir in die Gleichung

$$\pm u=\frac{n\lambda}{b+c}$$

die oben gefundenen Werthe für u, und zwar für $+u$ die Gleichung, welche der linken Ablenkung und für $-u$ jene, welche der rechten entspricht, so erhalten wir zwei Gleichungen

$$\sin(\gamma+\delta_l)-\sin\gamma=\frac{n\lambda}{b+c}$$
$$\sin\gamma-\sin(\gamma-\delta_r)=\frac{n\lambda}{b+c},$$

in welchen ersichtlich alles bis auf λ als bekannt angesehen werden kann, die sich also zur Bestimmung der Wellenlängen vollkommen eignen. $b+c$ ist nur abhängig von der Construction des verwendeten Gitters, γ hängt nur von der Stellung des Gitters gegen das einfallende Licht und von dem λ entsprechenden Brechungsquotienten des Gitters ab. n bedeutet das wie vielste Maximum von der Mitte gerechnet, die Ablenkungswinkel δ_r oder δ_l besitzt, welche letzteren mittelst eines Instrumentes gemessen werden können.

Aus diesen Gleichungen erhält man also

$$\lambda=\frac{b+c}{n}[\sin(\gamma+\delta_l)-\sin\gamma]$$
$$=2\frac{b+c}{n}.\cos\left(\gamma+\frac{\delta_l}{2}\right)\sin\frac{\delta_l}{2}$$

für die links liegenden und

$$\lambda = \frac{b+c}{n}\,[\sin\gamma - \sin(\gamma - \delta_r)]$$
$$= 2\,\frac{b+e}{n}\cos\left(\gamma - \frac{\delta_r}{2}\right)\sin\frac{\delta_r}{2}$$

für die rechtsliegenden Spectren.

Ist man nicht im Stande den Winkel γ direct zu bestimmen, was wohl meistens der Fall ist, so kann er leicht nach den oben gegebenen Relationen $\mu \sin\beta = \sin\alpha$ und $\sin\gamma = \mu \sin(A-\beta)$ gerechnet werden, nur muss dann der Einfallswinkel α, der brechende Winkel A des Prisma und der der betreffenden Farbe entsprechende Brechungsquotient μ gegeben sein.

Hat man zur Beobachtung nicht ein Prisma, sondern ein planparalleles Gitter gewählt, so wird, da man $A = 0$ zu setzen hat, $\gamma = -\alpha$, es genügt dann zur Bestimmung der Wellenlängen die Kenntniss des Einfallswinkels, die Brechungsquotienten fallen aus der Rechnung.

Wird $\gamma = 0$, steht also das planparallele Gitter senkrecht auf dem einfallenden Strahle oder tritt bei prismatischem Gitter der Strahl senkrecht zur Gitterfläche aus, so wird

$$\lambda = \frac{b+c}{n}\sin\delta_r = \frac{b+c}{n}\sin\delta_l.$$

Es sind hier offenbar δ_r und δ_l ihrem absoluten Werthe nach gleich gross, da ja auch die Spectren rechts und links symmetrisch angeordnet sind, was, wie es die obigen Gleichungen lehren, für einen andern Werth von γ nicht der Fall ist, die Spectren sind dann assymmetrisch. Bei Anwendung mehrfärbigen oder weissen Lichtes sind bei senkrechter Stellung eines planparallelen Gitters alle Farben symmetrisch um den gemeinschaftlichen directen Strahl gruppirt, während bei einem prismatischen Gitter diese symmetrische Gruppirung nur für jene Farbe eintritt, für welche der directe Strahl senkrecht austritt, während für alle übrigen Farben sowohl bezüglich ihrer eigenen directen Strahlen, als bezüglich des senkrecht austretenden andersgefärbten Strahles eine nicht symmetrische Vertheilung stattfindet.

Bezeichnen wir die Deviation eines bestimmten gebeugten Strahles bei senkrechtem Austritte des ihm entsprechenden directen

Strahles in einem bestimmten Spectrum mit Δ, so lassen sich, da $\frac{n\lambda}{b+c} = \sin\Delta$, die obigen Formeln auch so schreiben

$$\sin(\gamma+\delta_l) - \sin\gamma = \sin\Delta$$
$$\sin\gamma - \sin(\gamma-\delta_r) = \sin\Delta.$$

Untersucht man nun eine dieser Gleichungen, z. B. die letztere auf das Minimum der Deviation des gebeugten Strahles, so ergibt sich, dass das Minimum nicht bei senkrechtem Austritte des directen Strahles, sondern bei einer andern Stellung des Gitters, welche nur von Δ, also von der Farbe des gebeugten Strahles, von der Lage des Spectrums und von der Construction des Gitters abhängig ist.

Man erhält durch Differentiation der obigen Gleichung, sowohl nach γ als auch nach δ_r die Gleichung

$$\cos\gamma \, . \, \delta\gamma - \cos(\gamma-\delta_r)(d\gamma - d\delta_r) = 0$$

und hieraus

$$\frac{d\delta_r}{d\gamma} = 1 - \frac{\cos\gamma}{\cos(\gamma-\delta_r)} = 0$$

und statt $\cos^2(\gamma-\delta_r)$ seinen Werth $1-(\sin\gamma-\sin\Delta)^2$ gesetzt

$$\cos^2\gamma = 1-(\sin\gamma-\sin\Delta)^2,$$

woraus folgt

$$\sin\gamma = \frac{\sin\Delta}{2}.$$

Es lehrt uns diese Gleichung, um welchen Winkel das Gitter aus seiner ursprünglichen senkrechten Stellung gedreht werden müsse, dass in dem entsprechenden Spectrum und für den entsprechenden Strahl das Minimum der Deviation eintritt. Wir sind aber auch im Stande die Grösse dieser Minimumdeviation als Function von γ darzustellen, indem wir den eben gefundenen Werth für γ in die ursprüngliche Gleichung

$$\sin\gamma - \sin(\gamma-\delta_r) = \sin\Delta$$

substituiren. Nach gehöriger Reduction ergibt sich

$$\text{tang} \, . \, \delta_r = \text{tang} \, . \, 2\gamma$$

oder

$$\delta_r = 2\gamma$$

Würden wir die erstere dieser beiden Gleichungen in Betracht gezogen haben, so hätten wir auf ganz ähnliche Weise

$$\delta_l = -2\gamma$$

erhalten.

Kennen wir also etwa aus der Beobachtung die Grösse der Minimumdeviation, so ist auch γ bekannt, man kann dann entweder mit Hilfe dieses Winkels den Werth Δ und dann die Wellenlänge nach

$$\lambda = \frac{b+c}{n} \sin\Delta$$

berechnen oder auch unmittelbar nach der Formel

$$\lambda = 2\frac{b+c}{n} \, . \, \sin\frac{\delta_1}{2},$$

wobei δ_1 die Minimumdeviation bedeutet, diese Berechnung vornehmen.

Die Minimumstellung findet also nur dann statt, wenn die Neigung des gebeugten Strahles gegen den directen doppelt so gross als jene des letzteren gegen die Gitternormale, und wenn diese zwischen dem directen und dem gebeugten Strahle zu liegen kommt.

Denken wir uns also ein Gitter nahezu senkrecht gestellt gegen den directen austretenden Strahl, so wird die Deviation eines nach rechts gebeugten Strahles eine gewisse Grösse besitzen; drehen wir das Gitter, so dass seine rechte Seite sich dem Collimator nähert, oder was dasselbe ist, sich vom Beobachter entfernt, so wird die Deviation immer kleiner und kleiner, bis endlich bei einer bestimmten Drehung das Minimum eintritt. Dreht man nun das Gitter in demselben Sinne weiter, so wird die Deviation immer grösser und grösser, erreicht endlich ihre ursprüngliche Grösse wieder, um bei fortgesetzter Drehung auch diese Grösse immer mehr und mehr zu überschreiten. Bei den links gelegenen Spectren tritt dieses Minimum nicht ein, sie entfernen sich schon bei beginnender Drehung immer mehr und mehr vom directen Strahle. Würde man die Drehung im entgegengesetzten Sinne vorgenommen haben, so hätten die rechts und links liegenden Spectren ihre Rollen vertauscht, das Minimum würde auf der linken Seite aufgetreten sein.

Da in den gewöhnlichen Fällen, jene etwa ausgenommen, wo das Beobachtungsfernrohr mit einem sogenannten Meyerstein'schen Oculare versehen ist, es ziemlich schwierig ist, das Gitter vollkommen senkrecht auf den einfallenden Strahl zu stellen und bei prismatischen Gittern ein senkrechter Austritt oft nicht möglich ist, so eignet sich die Minimumstellung ganz besonders zur Bestimmung von Wellenlängen. Man kann dann diese entweder so durchführen, dass man bei Anwendung von weissem Lichte oder selbst bei homogenem, sobald es sich um Beobachtung in verschiedenen Spectren handelt, jede Linie auf das Minimum stellt oder auch, indem man dies nur für eine einzige ausführt, mit Hilfe der beobachteten Minimumdeviation den Winkel γ berechnet und nun mit diesem nach den er eine bestimmte Neigung gegebenen Gleichungen λ berechnet. Bei dieser letzteren Bestimmungsmethode muss aber die Minimumstellung auf das sorgfältigste gesucht werden. Man kann nämlich in der Nähe des Minimums das Gitter nicht unbedeutend drehen, ohne dass eine merkliche Änderung des gebeugten Strahles eintritt. Der wirkliche und der berechnete Winkel γ werden also um eine gewisse Grösse verschieden sein und dieser Fehler kann, wenn es sich um weiter vom Minimum gelegene Linien handelt, schon von bedeutendem Einflusse auf die berechnete Wellenlänge sein. Es ist übrigens leicht, sich davon zu überzeugen, ob die Minimumstellung exact ausgeführt wurde. Man rechnet sich nämlich mit der jedenfalls nur mit den Beobachtungsfehlern behafteten Minimumdeviation die Winkel γ und Δ, mit diesen die Deviation desselben Strahles in demselben Spectrum auf der entgegengesetzten Seite des directen Strahles und aus der Differenz der Rechnung und Beobachtung kann auf die Grösse des Fehlers bei der Minimumstellung geschlossen werden.

Es ist wohl an sich klar, dass bei einer bestimmten Gitterstellung nicht alle Linien, sondern nur eine einzige ihr Minimum erreicht hat, indem dieses von Δ, welches selbst wieder von Farbe zu Farbe, von Spectrum zu Spectrum verschieden ist, abhängig. Da Δ in jedem Spectrum kleiner ist für die violetten als für die rothen Strahlen, so werden bei der oben angegebenen Drehung des Gitters auch die violetten Strahlen früher ihr Minimum erreichen als die rothen, eben so wie die gleichgefärbten Strahlen der dem directen Strahle näher gelegenen Spectren bei geringerer Nei-

gung des Gitters ihre Minimumstellung erlangen, als jene entfernterer.

Diese Minimumstellung ist auch dann von besonderer Brauchbarkeit, wenn das Gitter nicht auf einer planparallelen Platte, sondern auf einem Prisma sich befindet. Ohne Kenntniss der Brechungsquotienten, muss dann die senkrechte Stellung des Gitters für jede Farbe besonders vorgenommen werden, was, wenn es überhaupt möglich ist, nur mittelst eines Meyerstein'schen Oculars geschehen kann. Diesen Schwierigkeiten entgeht man so ziemlich bei der Minimumstellung, nur muss dann jede Linie separat auf das Minimum gestellt werden. Ist der brechende Winkel des Prismas gross, so hat man wegen der veränderlichen Stellung des directen Strahles bei Drehung des Prismas sowohl diesen als auch den gebeugten Strahl zu beobachten, was wohl namentlich bei engem Gitter, wo diese beiden Strahlen nicht gleichzeitig im Gesichtsfelde des Fernrohres sind, nicht ohne Schwierigkeit geschehen kann; aber in diesem Falle ist man leichter im Stande, die Brechungsquotienten direct zu bestimmen, wodurch man eine beliebige Gitterstellung benützen kann. Man ist dann gewöhnlich genöthigt, auf jener Seite des directen Strahles zu beobachten, welche dem rothen Ende des directen Spectrums näher gelegen ist als dem violetten, da auf der andern Seite die Spectren nicht vollkommen entwickelt auftreten, indem wegen des Strebens der durch das Prisma gegangenen und das Gitter gebeugten verschiedenfärbigen Strahlen sich zu achromatisiren, die Beobachtung störende Mischfarben sich zeigen. Ist aber der brechende Winkel nicht bedeutend, hat man es also z. B. mit einer nicht vollkommenen planplanen Platte zu thun, so verschwinden diese Schwierigkeiten der Minimumstellung beinahe vollkommen, indem hierbei die directen Strahlen gegenüber den gebeugten nur ganz kurze Wege durchlaufen, und es ist dann in den meisten Fällen erlaubt, die Beobachtung auf den gebeugten Strahl zu beschränken, den directen Strahl also ausser Acht zu lassen.

Bei vielen Instrumenten wird es nicht möglich, die Neigung des Gitters gegen den austretenden oder einfallenden Strahl zu messen. Man kann dann dieselbe auf eine indirecte Weise dadurch bestimmen, dass man die Deviation gleichgefärbter Strahlen in den n^{ten} Spectren rechts und links bestimmt. Aus den beiden Gleichungen

$$\sin(\gamma+\delta_l)-\sin\gamma=\sin\Delta$$
$$\sin\gamma-\sin(\gamma-\delta_r)=\sin\Delta$$

folgt nämlich die eine

$$\sin(\gamma+\delta_l)+\sin(\gamma-\delta_r)=2\sin\gamma,$$

aus welcher man erhält

$$\operatorname{tang}\gamma=\frac{\sin\delta_l-\sin\delta_r}{1-\cos\delta_l-\cos\delta_r},$$

oder die für die logarithmische Behandlung bequemere Form

$$\operatorname{tang}\left(\gamma+\frac{\delta_l-\delta_r}{2}\right)=\frac{\sin\frac{\delta_l-\delta_r}{2}}{2\sin\frac{\delta_r}{2}\sin\frac{\delta_l}{2}},$$

vorausgesetzt, dass auf der linken Seite die grössere Deviation stattfindet. Die Gitternormale liegt dann zwischen dem directen und dem rechtsgebeugten Strahle, oder überhaupt auf der Seite der rechtsgebeugten Strahlen.

Ist die Deviation bei senkrechtem Austritt des directen Strahles ein für alle Male bestimmt, so genügt zur Bestimmung des Winkels γ einer der Werthe δ_r oder δ_l. Für den letzteren folgt er nämlich aus der Gleichung

$$\cos\left(\gamma+\frac{\delta_l}{2}\right)=\frac{\sin\Delta}{2\sin\frac{\delta_l}{2}}.$$

Für den ersteren Werth δ_r erhält man ähnlich

$$\cos\left(\gamma-\frac{\delta_r}{2}\right)=\frac{\sin\Delta}{2\sin\frac{\delta_r}{2}}$$

sobald $\frac{\delta_r}{2}$ kleiner ist als γ, und

$$\cos\left(\frac{\delta_r}{2}-\gamma\right)=\frac{\sin\Delta}{2\sin\frac{\delta_r}{2}},$$

sobald $\frac{\delta_r}{2}$ grösser als γ. Will man also den Werth δ_r zur Bestimmung von γ benützen, so hat man sich früher zu überzeugen, ob der

eine oder der andere der genannten Fälle eintritt. Es ist dies nicht schwer, denn dreht man das Gitter in dem oben angegebenen Sinne, so wird, wenn γ kleiner als $\frac{\delta_r}{2}$ ist, der gebeugte Strahl sich dem directen nähern, er wird also sein Minimum noch nicht erreicht haben, während für den Fall, dass γ grösser als $\frac{\delta_r}{2}$ ist, derselbe sich sogleich vom directen Strahle entfernt, also über sein Minimum bereits hinaus gegangen ist.

Diese indirecten Bestimmungen von γ werden besonders dann anzuwenden sein, wenn γ gross ist und wenn die Spaltenbreite des Gitters eng, also auch δ_r und δ_l bedeutend sind, weil in diesen Fällen die den Deviationen anhaftenden Beobachtungsfehler von geringerem Einflusse auf den Fehler von γ sind.

Die Bestimmung der im Folgenden gegebenen speciellen Daten geschah mit einem Meyerstein'schen Spectrometer. Dieses Instrument war mit einem Collimator versehen, auf dessen Spalte mittelst eines Heliostaten Licht gesendet wurde, und von welchem aus parallele Lichtstrahlen auf das Beugungsgitter gelangten. Die Beobachtung der Beugungsspectren wurde durch ein Fernrohr ermöglicht, das sowohl mit einem gewöhnlichen, als auch mit einem sogenannten Meyerstein'schen Spiegelocular (Pogg. Ann. 98. 91) versehen werden konnte. Mit Hilfe des letzteren war es leicht, das Beugungsgitter vollkommen senkrecht auf die Axe des Fernrohres sowohl, als auch auf die vom Collimator kommenden Strahlen zu stellen. Da Fernrohr und Gitter gemeinschaftlich gedreht werden konnten, so war auch dem Gitter jede Stellung gegenüber dem einfallenden Strahle zu geben. Der Limbus war von sechs zu sechs Minuten getheilt. Die Ablesung an den Mikrometernonien geschah mittelst eines, mit einer Trommel beweglichen Fadenkreuzes. An dieser Trommel konnten 3 Secunden direct abgelesen, die einzelnen Secunden aber geschätzt werden, so dass also die einzelnen Ablesungen kaum grössere Differenzen als höchstens 6—9 Secunden zeigten. Wenn einige der gefundenen Werthe mehr als diese Grösse von einander abgewichen, oder die Beobachtungen von der Rechnung grössere Differenzen ergab, so ist der Grund davon kaum in solchen Ablesungsfehlern zu suchen, sondern er mag in der Construction der Gitter liegen. So sorgfältig solche Gitter auch immer ausgeführt sein mögen, so ist es doch etwas

fast gänzlich Unerreichbares, sie so herzustellen, dass, insbesondere in weiter von dem directen Strahle gelegenen Spectren die Fraunhofer'schen Linien mit vollkommen gleicher Schärfe auftreten. Meistens sieht man jede derselben doppelt und selbst mehrfach. Namentlich dann sieht man, in gewissen Spectren, hinter einander angereihte Spectren, wenn man das Ocular verschiebt. Das zweite Spectrum linker Seite des von mir benützten Gitters zeigte diese bei der Beobachtung so unangenehme Eigenschaft, wesshalb in diesem die Beobachtung gänzlich unterblieb.

Das Gitter selbst betreffend sei hier bemerkt, dass es ein von der Meisterhand Fraunhofer's selbst ausgeführtes Glasgitter war. Leider war es nicht möglich die Entfernung je zweier Spaltenmitten direct zu bestimmen, und es blieb also nichts anderes über, als die Wellenlänge irgend einer Fraunhofer'schen Linie als bekannt anzunehmen und aus deren beobachteter Deviation die Spaltenbreite zu berechnen. Es war hierzu die eine der beiden *D*-Linien gewählt worden, und zwar die von Kirchhoff mit 1006·8 bezeichnete gegen das violete Ende des Spectrums gelegene, welche der Kürze halber in der Folge stets mit D_a bezeichnet werden wird, während unter D_b die gegen das rothe Ende gelegene (1002·8 Kirchhoff) *D*-Linie zu verstehen ist. Man konnte um so mehr diese indirecte Bestimmungsmethode in Anwendung bringen, als es kaum möglich ist, eine directe Bestimmung genauer auszuführen, als es die Beobachtungen Fraunhofer's sind und weil es sich meistens nur um ein relatives Maass der Wellenlängen handelt.

Für die Wellenlänge von D_a (1006·8) ist in der Folge immer

588·80

in Millionteln des Millimeters zu setzen. Sollte es künftig auf irgend eine Art gelingen, die Wellenlänge dieser Linie genauer als dies von Fraunhofer geschehen, zu bestimmen, so wird es ein Leichtes sein, die unten angegebenen Werthe für die übrigen Linien auf diese neue Bestimmung zu reduciren. Wie aus einer unten folgenden Zusammenstellung folgt, war die Entfernung je zweier Spaltenmitten

0·00462294 Millim.

Eine Beobachtungsreihe, der unten immer das Zeichen *Pl* beigefügt ist, wurde mit einem Plössl'schen Glasgitter ausgeführt, für welches

0·0109753 Millim.

als Spaltenmitten-Entfernung indirect gefunden wurde. Da dieses Gitter aber nicht, wie das Fraunhofer'sche, auf einer vollkommen planparallelen Platte gearbeitet war, sondern die Neigung beider Glasflächen ungefähr 5 Minuten betrug, so wurde bei dessen Benützung die Linie D_a auf ihr Minimum gestellt.

Die Wellenlängen der Linien A, 404 und a, 503 konnte mit diesen Gittern nicht vorgenommen werden, und ich hätte zu diesen nur ein Iedlik'sches Glasgitter benützen können, mit welchem Herr Director Stefan (Sitzb. 50. Bd., S. 31) bereits die Bestimmungen durchführte.

Um die Aufstellung des Gitters am Tischchen zu erleichtern, ist es gut, dieses zuerst mittelst einer Libelle horizontal zu stellen. Hat man hierauf das Gitter so gestellt, dass die Linien des Gitters nahezu parallel zur Spalte des Collimators sind, so kann dieses noch genauer dadurch geschehen, dass man die Stellung des Gitters mittelst der Stellschrauben so lange verändert, bis die in den Spectren immer zu beobachtenden schwarzen Linien, die ihre Entstehung Staubtheilchen u. dgl., welche die Spalte zum Theile bedecken, verdanken, von dem Mittelpunkt des Fadenkreuzes des Beobachtungs-Fernrohres, bei dessen Bewegung nach rechts und links, immer gleich weit entfernt sind. Sind solche Linien nicht zu bemerken, so genügt ein quer über die Spalte gezogener, in der Höhe des Mittelpunktes des Beobachtungsfernrohres liegender Faden, eine solche hervorzubringen. Bei guter Gitterstellung wird dann der Mittelpunkt des Fadenkreuzes, bei Bewegung des Fernrohres stets an dieser schwarzen Linie der Beugungsspectren hingleiten. Um bei dieser Stellung sicher zum Ziele zu kommen, wird man das Tischchen so stellen, dass zwei der Stellschrauben sich in der Richtung des einfallenden Strahles, die dritte oder bei vier Stellschrauben, die dritte und vierte aber eine darauf senkrechte Bewegung gestattet. Das Gitter selbst wird nahezu senkrecht auf den einfallenden Strahl zu stellen sein.

Da die Spectren selbst in den meisten Fällen sehr lichtschwach sind, was besonders für die rothen und violetten Theile derselben gilt, so ist es von Vortheil die vom Heliostaten kommenden Strahlen mittelst einer Sammellinse so zu concentriren, dass sie sich unmittelbar an der Spalte vereinigen, diese also nahe im Brennpunkte der Linse sich befindet. Man sieht bei dieser Einrichtung die Spectren wohl nicht so ausgedehnt nach oben und unten, ihre Höhe wird dadurch, dass nur ein Theil

der Spalte des Collimators beleuchtet, verringert, aber die Intensität derselben wird eine ungleich bedeutendere. Für die ohnehin intensiveren Theile im Spectrum, also im Orange, Gelb, Grün und dem Anfange von Blau hat man dann den Vortheil, die Spalte enger machen zu können, also auch schärfere Fraunhofer'sche Linien zu bekommen. Zu empfehlen ist auch die Anwendung von rothen und blauvioletten Gläsern vor der Spalte des Collimators, sobald es sich um die Beobachtung in den rothen und violetten Theilen handelt, indem solche, wenn sie auch bei weitem nicht homogenes Licht liefern, doch einen grossen Theil der übrigen intensiveren Theile des Spectrums auslöschen und schwächen, und so dem Auge die Beobachtung erleichtern. Namentlich gilt dies von den rothen Gläsern, da diese nur rothe Strahlen hindurch lassen, also auch dann die Beobachtung gestatten, wenn das Roth von dem Blau des folgenden Spectrums gedeckt wird. Leider geht diese Isolirung der Farben im Violetten nicht so gut, da alle violetten Gläser auch dem rothen Lichte den Durchgang gestatten, was besonders desshalb, weil die violetten Strahlen geringere Deviationen als die rothen haben, ihre Wellenlängen also nicht so genau bestimmt werden können, erwünscht wäre.

Wir gehen nun an die Verification unserer Formeln durch die angestellten Beobachtungen.

Am zweckmässigsten wäre es gewesen, das Gitter zuerst senkrecht zu stellen, auf diese Art für irgend eine Farbe für jedes Specrum den Werth von Δ zu bestimmen, sodann das Gitter unter verschiedenen bekannten Winkeln gegen den einfallenden Strahl zu stellen, die Deviationen bei diesen verschiedenen Stellungen zu bestimmen und sie mit den aus Δ und γ berechneten zu vergleichen. Es war aber nicht möglich diese Methode in Anwendung zu bringen, da das Instrument es nicht gestattete, das Gitter so genau zu stellen, als es erfordert wird. Versuchte man nämlich das am Tischchen befindliche Gitter mehrmals um denselben Winkel zu drehen, so zeigten sich stets, wenn auch nicht bedeutende, Differenzen in den Ablesungen der Deviation. Der Grund davon liegt darin, dass man bei dieser Operation drei Klemmschrauben abwechselnd zu lüften und anzuziehen hat, deren jede eine kleine Ungenauigkeit mit sich bringt, die bei ihrer Summirung nicht ohne Einfluss sein können.

Wir schlugen desshalb einen indirecten Weg ein, indem wir dem Gitter eine beliebige Stellung gegeben und die Winkel γ aus denselben Spectren rechts und links mit Hilfe der oben angegebenen Gleichung aus den Deviationen derselben Linie berechneten. Mit Hilfe der bekannten Wellenlänge, wir wählten immer die Linie D_a. 1006·8, berechneten wir nun den Werth von $b+c$ nach der Gleichung

$$b+c = \frac{n\lambda}{2\cos\left(\gamma - \frac{\delta_r}{2}\right)\cos\frac{\delta_r}{2}} = \frac{n\lambda}{2\cos\left(\gamma + \frac{\delta_l}{2}\right)\sin\frac{\delta_l}{2}}.$$

Sind unsere Gleichungen im Einklang mit den Erscheinungen der Natur, so müssen die bei verschiedenen Gitterstellungen gefundenen Werthe von $b+c$ gleich sein, was durch die folgende Zusammenstellung bestätigt wird. Alle Beobachtungen sind in den dritten Spectren gemacht.

γ	δ_r	δ_l	$b+c$
0° 0' 0"	22°27'45"	22°27'45"	0·00462312 Millim.
3 22 0	22 14 0	22 47 22	462285 „
3 34 47	22 13 12	22 48 42	462327 „
4 12 16	22 11 20	22 53 4	462318 „
5 19 5	22 8 23	23 1 33	462327 „
5 26 20	22 8 3	23 2 28	462300 „
6 33 44	22 5 48	23 11 54	462288 „
7 41 42	22 4 0	23 22 12	462276 „
10 52 56	22 1 45	23 55 54	462273 „
11 0 50	22 1 40	23 57 22	462294 „
11 33 53	22 1 44	24 3 57	462306 „
14 56 24	22 4 51	24 51 11	462294 „
16 6 40	22 6 48	25 9 9	462315 „
18 40 55	22 13 30	25 56 40	462273 „
29 10 10	23 7 30	31 13 45	462297 „
			0·00462294 Millim.

Für die Richtigkeit der Formel, bezüglich des Überganges von einem Spectrum zum andern, mag die folgende Zusammenstellung Zeugniss ablegen. Die erste Colonne enthält den Winkel γ, der aus den in den folgenden zwei Colonnen angeführten Deviationen der Linie D_a im dritten Spectrum rechts und links berechnet worden. Mit diesen drei Werthen hat man in jedem einzelnen Falle den Werth von $b+c$ berechnet und nun mit diesem Werthe und den

gefundenen von γ, endlich mit der Deviation im zweiten Spectrum rechts, welche die vierte Colonne enthält, den in dem fünften aufgezählten Werthe von λ für D_a gerechnet. Die Übereinstimmung dieser gerechneten Werthe von λ mit dem Angenommenen von 588·80 ist ersichtlich.

5°14'10"	22° 8'42"	23° 1' 2"	14°38'45"	588·72
10 4 52	22 1 45	23 46 26	14 38 57	588·74
15 4 33	22 5 2	24 52 54	14 46 12	588·85
20 4 16	22 18 18	26 25 39	14 59 55	588·78.

In der weiter unten angeführten Zusammenstellung, für die Deviationen der Linie *D* bei verschiedenen Stellungen des Gitters, stimmen die für die Linien im zweiten Spectrum gemessenen Deviationen nicht so vollkommen, wie die eben angeführten. Der Grund davon liegt darin, dass dort bei den zweiten und dritten Spectren die Stellung des Oculars nicht wie hier eine gleiche, sondern eine verschiedene war, um in jedem Spectrum die Linien möglichst scharf zu sehen, was bei meinem Gitter eine Änderung in der Stellung des Oculars nothwendig machte, wesshalb höchst wahrscheinlich die zweiten und dritten Spectren nicht die zusammengehörigen sind.

Da alle diese Beobachtungen an einem planparallelen Gitter gemacht wurden, so war es auch noch nothwendig, die Richtigkeit der Formeln für ein prismatisches Gitter zu constatiren. Da ich nicht in den Besitz eines solchen kommen konnte, so benützte ich ein Kronglasprisma mit einem brechenden Winkel von 44°53'43" an, dessen Vorderseite unmittelbar das oben benützte Fraunhofer'sche Gitter angebracht wurde. Bei einem Einfallswinkel von 38°4'5" waren die Deviationen der Linien *C*, *D*, 1634, *E* und *F*, so wie die sich darnach berechnenden Austrittswinkel γ folgende

	δ	γ
C	31° 3'42"	37°53'20"
D	31 19 24	38 9 2
E	31 40 0	38 29 38
1634	31 43 30	38 33 8
F	31 58 37	38 48 15.

Die folgende Zusammenstellung enthält nun die Deviationen der gebeugten Strahlen von den eben angegebenen unter den Winkeln γ austretenden gleichgefärbten directen Strahlen für das zweite

Spectrum rechts und links und die mit Hilfe des oben gefundenen Werthes von $b+c=0\cdot00462294$ berechneten Wellenlängen. Ihre Übereinstimmung mit den weiter unten gegebenen Wellenlängen dieser Linien kann als eine genügende angesehen werden.

	II. Sp. links.		II. Sp. rechts.	
C	....	......	18°36'11"	656·09
Da	22°35'36"	588·77	16 52 10	588·90
E	19 45 18	526·82	15 15 40	526·89
1634	19 22 34	518·14	15 2 10	518·26
F	18 0 28	485·92	14 11 38	485·93.

Wir kommen nun zur Zusammenstellung der Wellenlängen selbst, wie sie sich aus der Untersuchung ergaben. Zuerst geben wir die Deviationen der Linie *Da* für die verschiedenen Stellungen des Gitters. Aus den Deviationen in den dritten Spectren rechts und links ist der ihnen vorhergehende Winkel γ berechnet. Für jedes Spectrum ist der Werth von $b+c$ separat gerechnet, und nun für alle Linien dieses Spectrums bei der Berechnung der Wellenlänge benützt worden, weil dadurch die dem Winkel γ anhaftenden Fehler besser eliminirt werden. Die Zusammengehörigkeit der verschiedenen Linien zu einem Spectrum ergibt sich sowohl durch die Angabe des Winkels γ bei jeder Linie als auch durch die Bezeichnung des Spectrums. Die römische Ziffer gibt an, in dem wie vielsten Spectrum vom directen Strahl aus gerechnet, die folgende Deviation bestimmt wurde. Ein *r* oder *l*, das dieser Ziffer beigefügt, gibt an, ob das Spectrum rechts oder links vom directen Strahle liege, wobei immer vorausgesetzt, dass die Gitternormale auf der rechten Seite liege, also die Deviationen rechts immer kleiner als links sind. Die erste Colonne enthält die Bezeichnung der Fraunhofer'schen Linie nach Kirchhoff's Abhandlung über das *Sonnenspectrum* in den Abhandlungen der Berliner Akademie 1861 und 1862. Die zweite Colonne enthält die Neigung des Gitters gegen den einfallenden Strahl, die dritte die Bezeichnung des Spectrums, in welchem die in der vierten Colonne angegebene Deviation stattfindet. Die fünfte Colonne gibt die berechneten Wellenlängen aus den einzelnen Beobachtungen und die sechste endlich das Mittel aus allen diesen. Von den folgenden Linien sind nur einige in der Nähe von *F* gegen *G* gelegenen Linien vielleicht nicht ganz richtig, und

zwar 1023·3, 2148·9, 2157·4, 2160·6, 2187·1, 2201·9, 2221·7, 2416, 2436·5 und 2457·5. Dieser Theil des Spectrums enthält nämlich fast gar keine bestimmt charakterisirten Linien, die bei grösserer Spaltenbreite gut sichtbar wären. Die Orientirung ist im Beugungsspectrum schon eine höchst schwierige, endlich ist der Einfluss der intensiveren gelben und grünen Strahlen auf das Auge ein die Beobachtung erschwerender, und bei Anwendung von violettem Glas wird auch ein grosser Theil dieser Strahlen geschwächt, es ist also auch dieses Mittel nichtausreichend. Vollkommen sicher aber sind die Linien von *B* bis *F* und von 2467·5 bis *H'*. Eine Zeichnung des prismatischen Spectrums in Taf. II. möge die Auffindung der Linien von *G* bis *H'*, die in Kirchhoff's Arbeit noch nicht enthalten sind, ermöglichen.

Da. 1006·8

γ	III_r	III_l	II_r
0° 0' 0"	22°27'45"	22°27'45	14°45'33"
3 22 0	22 14 0	22 47 22	14 40 23
3 34 47	22 13 12	22 48 42	14 40 10
4 12 16	22 11 20	22 53 4	14 39 13
5 19 5	22 8 23	23 1 33	14 38 40
5 26 20	22 8 3	23 2 28	
6 33 44	22 5 48	23 11 54	
7 41 42	22 4 0	23 22 12	14 38 16
10 52 56	22 1 45	23 55 54	14 40 2
11 0 50 * [1]	22 1 40	23 57 22	14 40 47
11 33 53	22 1 42	24 3 57	14 40 42
14 56 24	22 4 51	24 51 11	14 46 0
16 6 40	22 6 48	25 9 9	
18 19 14	22 12 9	25 48 55	14 54 9
18 40 55	22 13 30	25 56 40	14 55 31
19 55 12	22 17 39	26 23 0	14 59 42
22 48 38 [2]			15 10 8
29 10 10	23 7 30	31 13 45	
3 4 30 *Pl.*	....	....	6 9 1

[1]) Die mit einem * versehenen Deviationen bedeuten stets die Minimumdeviation des betreffenden Strahles.

[2]) γ wurde hier direct bestimmt.

		γ		δ	λ	
B.	593.	11°33'53"	II_r	17° 7'18"	687·08	
		22 48 38	II_r	17 37 17	687·18	
		3 4 30 *Pl.*	II_r	7 10 30	686·92	687·06
C.	694.	0° 0' 0"	II	16°29'15"	655·94	
		3 22 0	II_r	16 22 39	656·01	
		4 12 16	II_r	16 21 20	655·90	
		10 52 56	II_r	16 20 14	655·95	
		11 33 53	II_r	16 20 24	655·95	
		14 56 24	II_r	16 26 6	656·01	
		18 40 55	II_r	16 35 33	655·95	
		22 48 38	II_r	16 50 44	656·02	
		3 4 30 *Pl.*	II_r	6 51 1	655·85	655·95
	711·5	10°52'56"	II_r	16°13'20"	651·32	
		11 33 53	II_r	16 14 3	651·42	251·37
	719·5	10°52'56"	II_r	16°10'16"	649·27	
		11 33 53	II_r	16 11 3	649·41	649·34
	783·5	10°52'56"	II_r	15°46'48"	633·55	633·55
	831	3°22' 0"	II_r	15°32'24"	623·03	
		10 52 56	II_r	15 30 54	622·90	
		11 33 53	II_r	15 31 33	622·92	
		14 56 24	II_r	15 36 50	622·84	622·92
	850	3°22' 0"	II_r	15°26'12"	618·95	
		10 52 56	II_r	15 24 56	618·90	
		11 33 53	II_r	15 25 35	618·93	
		18 40 55	II_r	15 40 24	618·93	618·94
	860	3°22' 0"	II_r	15°22'50"	616·80	
		3 34 47	III_r	23 19 27	616·86	
		7 41 42	II_r	15 20 29	616·95	
		10 52 56	II_r	15 21 50	616·83	
		11 33 53	II_r	15 22 27	616·83	
		14 56 24	II_r	15 27 46	616·79	
		18 40 55	II_r	15 37 10	616·76	616·82

864.	3°22' 0"	IIr	15°21'43"	616·01	
	3 34 47	IIIr	23 17 31	616·03	
	7 41 42	IIr	15 19 13	616·12	
	10 52 56	IIr	15 20 37	616·00	
	11 33 53	IIr	15 21 11	615·98	
	14 56 24	IIr	15 26 40	616·03	
	18 40 55	IIr	15 36 6	616·05	
	22 48 38	IIr	15 51 2	616·13	616·05
874·5	3°22' 0"	IIr	15°18'39"	614·00	
	7 41 42	IIr	15 16 4	614·01	
	10 52 56	IIr	15 17 40	614·02	
	11 33 53	IIr	15 18 24	614·10	
	14 56 24	IIr	15 23 44	614 10	
	18 40 55	IIr	15 33 1	614·12	614·06
877	3°22' 0"	IIr	15°18' 0"	613·55	
	3 34 47	IIIr	23 11 35	613·53	
	7 41 42	IIr	15 15 28	613·59	
	10 52 56	IIr	15 16 55	613·54	
	12 33 53	IIr	15 17 36	613·56	
	14 56 24	IIIr	23 0 26	613·57	
		IIr	15 22 56	613·56	
	18 40 55	IIr	15 32 22	613·59	
	22 48 38	IIr	15 47 21	613·65	613·57
885	3°22' 0"	IIr	15°15'42"	612·05	
	3 34 47	IIIr	23 8 3	612·05	
	7 41 42	IIr	15 13 21	612·19	
	10 52 56	IIr	15 14 42	612·05	
	11 33 53	IIr	15 15 25	612·11	
	14 56 24	IIr	15 20 28	611·90	
	18 40 55	IIr	15 30 15	612·13	612·09
895.	3°22' 0"	IIr	15°12'41"	610·06	
	3 34 47	IIIr	23 3 33	610·15	
	7 41 42	IIr	15 10 18	610·15	
	10 52 56	IIr	15 11 48	610·18	
	11 33 53	IIr	15 12 30	610·13	
	14 56 24	IIr	15 17 50	610·14	
	18 40 55	IIr	15 27 30	610·27	610·15
959	10°52'56"	IIr	14°52'57"	597·47	
	18 40 55	IIr	15 8 27	597·50	597·48

Db.	1002·8	0° 0' 0"	III	22°29'10"	589·40	
			II	14 46 30	589·42	
		3 34 47	III$_r$	22 14 45	589·47	
			II$_r$	14 41 12	589·47	
		4 12 16	III$_r$	22 12 48	589·42	
			III$_l$	22 54 37	589·42	
			II$_r$	14 40 30	589·45	
		10 52 56	II$_r$	14 41 3	589·48	
		11 0 52	III$_l$	23 59 0	589·43	
		11 33 53	III$_r$	22 3 17	589·48	
		16 6 40	III$_r$	22 8 15	589·41	589·44
	1029·4	7°41'42"	II$_r$	14°33'29"	585·62	
		10 52 56	II$_r$	14 35 9	585·54	
		11 33 53	III$_r$	21 54 20	585·61	
		18 40 55	II$_r$	14 50 52	585·70	585·62
	1096·1	3°22' 0"	II$_r$	14°21' 3"	576·04	
		11 33 53	II$_r$	14 21 51	576·16	
		18 40 55	II$_r$	14 36 30	576·07	576·09
	1103	3°22' 0"	II$_r$	14°19'40"	575·13	
		7 41 42	II$_r$	14 17 52	575·18	
		10 52 56	II$_r$	14 19 41	575·14	575·15
	1135	5°26'20"	III$_r$	21°26'27"	570·90	
		7 41 42	II$_r$	14 11 32	570·95	
		10 52 56	II$_r$	14 13 3	570·71	
		11 0 52	III$_r$	21 21 8	570·97	
		11 33 53	III$_r$	21 21 4	570·87	
			II$_r$	14 13 51	570·79	
		18 40 55	II$_r$	14 28 52	570·95	
		29 10 10	III$_r$	22 27 20	570·91	570·88
	1155·7	3°22' 0"	II$_r$	14° 8'58"	568·06	
		7 41 42	II$_r$	14 7 16	568·10	568·08
	1174·4	3°22' 0"	II$_r$	14° 5'15"	565·61	
		5 26 20	III$_r$	21 14 10	565·62	
		7 41 42	II$_r$	14 3 45	565·76	
		10 52 56	II$_r$	14 5 33	565·66	
		11 0 52	III$_r$	21 9 20	565·76	
		11 33 53	III$_r$	21 9 27	565·75	
			II$_r$	14 6 15	565·69	
		16 6 40	III$_r$	21 15 15	565·80	
		18 40 55	II$_r$	14 21 4	565·71	
		29 10 10	III$_r$	22 15 55	565·84	565·71

1200·4.	3°22' 0"	II$_r$	14° 0'14"	562·30	
	7 41 42	II$_r$	13 58 34	562·29	
	10 52 56	II$_r$	14 0 35	562·39	
	11 33 53	II$_r$	14 1 24	562·41	
	18 40 55	II$_r$	14 16 4	562·36	562·35
1207·5.	0° 0' 0"	III.	21°21'50"	561·39	
		II.	14 3 24	561·35	
	3 22 0	II$_r$	13 58 43	561·30	
	4 12 16	III$_r$	21 7 13	561·39	
		III$_l$	21 44 40	561·34	
		II$_r$	13 58 2	561·32	
	5 26 20	III$_r$	21 4 15	561·34	
	7 41 42	II$_r$	13 57 12	561·38	
	10 52 56	II$_r$	13 59 9	561·38	
	11 0 52	III$_r$	20 59 33	561·41	
	11 33 53	III$_r$	20 9 37	561·39	
	16 6 40	III$_r$	21 5 15	561·34	
		III$_l$	23 48 51	561·40	
	18 40 55	II$_r$	14 14 36	561·38	
	22 48 38	II$_r$	14 28 53	561·35	
	29 10 10	III$_r$	22 5 58	561·41	561·36
1218.	3°22' 0"	II$_r$	13°56'54"	560·09	
	5 26 20	III$_r$	21 1 38	560·21	
	7 41 42	II$_r$	13 55 19	560·11	
	10 52 56	II$_r$	13 57 15	560·11	
	11 0 52	III$_r$	20 56 34	560·14	
	11 33 52	III$_r$	20 56 57	560·22	
		II$_r$	13 58 5	560·20	
	18 40 55	II$_r$	14 12 51	560·19	
	29 10 10	III$_r$	22 3 3	560·11	560·15
1231·6.	3°22' 0"	II$_r$	13°54'24"	558·44	
	5 26 20	III$_r$	20 57 42	558·51	
	7 41 42	II$_r$	13 52 58	558·54	
	10 52 56	II$_r$	13 54 56	558·49	
	11 33 53	III$_r$	20 53 16	558·56	
		II$_r$	13 55 39	558·57	
	18 40 55	II$_r$	14 10 25	558·58	
	29 10 10	III$_r$	21 59 24	558·48	558·52
1242·5.	3°22' 0"	II^r	13°52'21"	557·09	
	5 26 20	III$_r$	20 54 24	557·08	
	10 52 56	II$_r$	13 52 48	557·11	
	11 0 52	III$_r$	20 50 0	557·23	

	11°33'53"	III_r	20°50' 8"	557·20	
		II_r	13 53 45	557·28	
	22 48 38	II_r	14 22 18	557·15	557·16
1280	0° 0' 0"	III	21° 0'52"	552·64	
	3 22 0	II_r	13 45 35	552·59	
	5 26 20	III_r	20 44 6	552·50	
	7 41 42	II_r	13 44 19	552·77	
	10 52 56	II_r	13 46 4	552·59	
	11 0 52	III_r	20 39 49	552·74	
	11 33 53	III_r	20 39 56	552·68	
	16 6 40	III_r	20 45 48	552·64	
	18 40 55	II_r	14 1 39	552·71	
	29 10 10	III_r	21 46 22	552·69	552·66
1303·7	7°41'42"	II_r	13°40'57"	550·52	550·52
1307	4°12'16"	III_r	20°41' 1"	550·13	
	10 52 56	II_r	13 42 18	550·05	550·09
1324·8	0° 0' 0"	III	20°48'39"	547·51	
	4 12 16	III_r	20 34 57	547·53	
		III_l	21 10 20	547·48	
	5 26 20	III_r	20 32 15	547·51	
	7 41 42	II_r	13 36 36	547·51	
	10 14 2*	III_r	20 28 3	547·53	
	10 52 56	II_r	13 38 37	547·60	
	11 0 52	III_r	20 28 6	547·55	
	16 6 40	III_r	20 34 23	547·54	
	18 40 55	II_r	13 53 52	547·49	
	22 48 38	II_r	14 8 2	547·51	
	29 10 10	III_r	21 34 48	547·55	547·53
1337	0° 0' 0"	III	20°45'42"	546·27	
	10 12 29*	III_r	20 24 57	546·15	
	10 52 56	II_r	13 36 27	546·12	546·18
1343·5	0° 0' 0"	III	20°43'42"	545·43	
	4 12 16	III_r	20 30 8	545·45	
		III_l	21 5 13	545·44	
	10 52 56	II_r	13 35 25	545·45	
	11 0 52	III_r	20 23 21	545·45	
	16 6 40	III_r	20 29 32	545·36	
	22 48 38	II_r	14 4 56	545·45	
	29 10 10	III_r	21 30 2	545.43	

1351·3	0° 0' 0"	III	20°41'33"	544·54	
	4 12 16	III_r	20 28 1	544·54	
	10 10 37*	III_r	20 21 13	544·51	
	10 52 56	II_r	13 33 50	544·37	
	18 40 55	II_r	13 49 18	544·42	544·48
1367	0° 0' 0"	III.	20°37'27"	542·81	
	4 12 16	III_r	20 24 11	542·90	
		III_l	20 58 52	542·82	
	10 8 42*	III_r	20 17 24	542·82	
	10 52 56	II_r	13 31 30	542·81	
	11 0 52	III_r	20 17 30	542·87	
	16 6 40	III_r	20 23 45	542·80	
	18 40 55	II_r	13 46 51	542·77	
	22 48 38	II_r	14 0 56	542·77	
	29 10 10	III_r	21 24 6	542·80	542·82
1389·6	0° 0' 0"	III.	20°31'27"	540·29	
	4 12 16	III_r	20 18 5	540·27	
		III_l	20 52 59	540·33	
		II_r	13 26 20	540·30	
	10 52 56	II_r	13 27 50	540·35	
	11 0 52	III_r	20 11 50	540·36	
	11 33 53	III_r	20 12 6	540·35	
	16 6 40	III_r	20 18 0	540·21	
	18 40 55	II_r	13 43 18	540·41	
	22 48 38	II_r	13 57 12	540·31	
	29 10 10	III_r	21 18 34	540·34	540·32
1410·5	4°12'16"	III_r	20°13'16"	538·19	538·19
1421·6	0° 0' 0"	III	20°23'32"	536·96	
		II	13 26 0	536·93	
	4 12 16	III_r	20 10 21	536·94	
		III_l	20 44 29	536·96	
		II_r	13 21 20	536·83	
	10 2 4*	III_r	20 4 8	536·96	
	11 0 52	III_r	20 4 10	536·94	
	11 33 53	III_r	20 4 23	536·94	
	16 6 40	III_r	20 10 31	536·88	536·93
1451	0° 0' 0"	III	20°16'17"	533·93	
	4 12 16	III_r	20 3 20	533·92	
		II_r	13 16 47	533·95	
	9 58 40*	III_r	19 57 21	533·95	
	10 52 56	II_r	13 18 19	533·97	

	11° 0'52"	III$_r$	19'57'29"	533·95	
	16 6 40	III$_r$	20 3 38	533·82	
	18 40 55	II$_r$	13 33 37	533·93	
	29 10 10	III$_r$	21 4 0	533·87	533·92
1463	0° 0' 0"	III$_r$	20°13'15"	532·66	
		II$_r$	13 19 25	532·63	
	3 22 0	II$_r$	13 15 27	532·68	
	4 12 16	III$_r$	20 0 30	532·69	
		III$_l$	20 34 4	532·74	
		II$_r$	13 14 50	532·67	
	6 33 44	III$_r$	19 56 33	532·70	
	7 41 42	II$_r$	13 14 19	552·71	
	9 57 48*	III$_r$	19 54 35	532·75	
	10 52 56	II$_r$	13 16 24	532·67	
	11 0 52	III$_r$	19 54 37	532·74	
		III$_l$	21 26 42	532·66	
		II$_r$	13 16 20	532·74	
	11 33 53	III$_r$	19 54 55	532·74	
	16 6 40	III$_r$	20 1 10	532·69	
		III$_l$	22 26 17	532·73	
	18 40 55	II$_r$	13 31 48	532·69	
	29 10 10	III$_r$	21 1 21	532·69	532·70
1492·5	4°12'16"	III$_r$	19°53'29"	529·66	
	10 52 56	III$_r$	13 11 54	529·64	
	11 0 52	III$_r$	19 47 36	529·63	
	11 33 53	III$_r$	19 48 3	529·70	
	16 6 40	III$_r$	19 54 24	529·66	
	29 10 10	III$_r$	20 54 18	529·56	529·64
1506·5	4°12'16"	III$_r$	19°50'21"	528·27	
	7 41 42	II$_r$	13 7 25	528·10	
	10 52 56	II$_r$	13 9 35	528·08	
	11 0 52	III$_r$	19 44 36	528·29	
	11 33 53	III$_r$	19 44 48	529·25	
	29 10 10	III$_r$	20 51 22	528·27	528·21
1515·5	0° 0' 0"	III$_r$	20° 0'49"	527·42	
	4 12 16	III$_r$	19 48 27	527·48	
	7 41 42	II$_r$	13 6 28	527·44	
	10 52 56	II$_r$	13 8 27	527·33	
	11 0 52	III$_r$	19 42 38	527·43	
	11 33 35	III$_r$	19 43 6	527·50	
	29 10 10	III$_r$	20 49 33	527·45	527·43

E.	1523·5	0° 0' 0"	III	19°59'25"	526·82	
			II	13 10 33	526·82	
		3 22 0	II_r	13 6 14	526·85	
		4 12 16	III_r	19 46 57	526·86	
			III_l	20 19 39	526·87	
			II_r	13 6 2	526·83	
		5 19 5	III_r	19 44 47	526·84	
		7 41 42	II_r	13 6 28	526·87	
		9 50 35*	III_r	19 41 10	526·82	
		10 52 56	II_r	13 7 46	526·86	
		11 0 52	III_l	21 11 26	526·88	
			II_r	13 7 50	526·89	
		11 33 0	III_r	19 41 40	526·86	
			II_r	13 8 35	526·89	
		16 6 40	III_r	19 48 0	526·80	
			III_l	22 9 36	526·86	
		18 40 55	II_r	13 23 9	526·93	
		22 48 38	II_r	13 36 56	526·85	
		29 10 10	III_r	20 48 9	526·89	526·86
	1542	7°41'42"	II_r	13° 3'22"	525·36	
		10 52 56	II_r	13 5 39	525·46	525·41
	1569·8	0° 0' 0"	III	19°50'39"	523·20	
		4 12 16	III_r	19 38 37	523·00	
		7 41 42	II_r	13 0 7	523·21	
		9 46 24*	III_r	19 32 48	523·13	
		10 52 56	II_r	13 2 15	523·13	
		11 0 52	III_r	19 33 5	523·20	
		22 48 38	II_r	13 31 28	523·22	
		29 10 10	III_r	20 39 51	523·17	523·16
	1577·5	0° 0' 0"	III	19°49' 6"	522·48	
		4 12 16	III_r	19 37 5	522·57	
		7 41 42	II_r	12 59 6	522·51	
		9 45 44*	III_r	19 31 28	522·54	
		10 52 56	II_r	13 1 17	522·52	
		11° 0'52"	III_r	19°31'34"	522·52	
		18 40 55	II_r	13 16 38	522·56	
		29 10 10	III_r	20 38 19	522·48	522·52
	1589·1	7°41'42"	II_r	12°57'25"	521·40	521·40

	1601·6	0° 0' 0"	III$_r$	19°44'48"	520·66	
		4 12 16	III$_r$	19 32 47	520·71	
		9 43 44*	III$_r$	19 27 28	520·77	
		10 52 56	II$_r$	12 58 39	520·76	
		11 0 52	III$_r$	19 27 38	520·78	
		19 10 10	III$_r$	20 34 37	520·82	520·75
	1622·4	4°12'16"	III$_r$	19°29' 8"	519·14	
		7 41 42	II$_r$	12 53 58	519·08	
		11 0 52	III$_r$	19 24 0	519·14	
		29 10 10	III$_r$	20 30 25	518·97	519·10
	1634·	0° 0' 0"	III	19°38'46"	518·11	
			II	12 57 20	518·16	
		3 22 0	II$_r$	12 53 36	518·18	
		4 12 16	III$_r$	19 26 55	518·18	
			III$_l$	19 58 20	518·16	
			II$_r$	12 52 56	518·13	
		6 33 44	III$_r$	19 23 15	518·18	
		9 40 47*	III$_r$	19 21 33	518·15	
		10 52 56	II$_r$	12 54 51	518·17	
		11 0 52	III$_l$	20 48 36	518·19	
			II$_r$	12 54 49	518·19	
		14 56 24	II$_r$	13 0 58	518·17	
		16 6 40	III$_r$	19 28 36	518·12	
			III$_l$	21 45 3	518·19	
		18 40 55	II$_r$	13 9 59	518·16	
		22 48 38	II$_r$	13 23 53	518·16	
		29 10 10	III$_r$	20 28 36	518·12	
		3 4 30 Pl.	II$_r$	5 24 38	518·12	518·16
b.	1648·8	0° 0' 0"	III	19°36'22"	517·10	
			II	12 55 48	517·16	
		4 12 16	III$_r$	19 24 35	517·17	
			III$_l$	19 55 40	517·07	
		6 33 44	III$_r$	19 20 49	517·12	
		7 41 42	II$_r$	12 51 0	517·16	
		9 39 38*	III$_r$	19 19 15	517·15	
		10 52 56	II$_r$	12 53 19	517·17	
		11 0 52	III$_r$	19 19 32	517·18	
		16 6 40	III$_r$	19 26 21	517·10	
			III$_l$	21 42 5	517·15	
		18 40 55	II$_r$	13 8 37	517·18	
		22 48 38	II$_r$	13 22 11	517·07	
		29 10 10	III$_r$	20 26 5	517·07	517·13

1655·6	0° 0' 0"	III	19°35' 0"	516·52	
		II	12 54 54	516·51	
	4 12 16	III$_r$	19 23 35	516·66	
		III$_l$	19 54 25	516·55	
	6 33 44	III$_r$	19 19 37	516·64	
	9 39 3*	III$_r$	19 18 5	516 64	
	10 52 56	II$_r$	12 52 27	516·56	
	11 0 52	III$_r$	19 18 23	516·68	
	16 6 40	III$_r$	19 25 6.	516·55	
		III$_l$	21 40 36	516·62	
	18 40 55	II$_r$	13 7 42	516·58	
	22 48 38	II$_r$	13 21 28	516·58	
	29 10 10	III$_r$	20 24 51	516·51	516·58
1693·8	0° 0' 0"	III	19°29'21"	514·13	
	4 12 16	III$_r$	19 17 38	514·16	
	7 41 42	II$_r$	12 46 10	513·86	
	10 52 56	II$_r$	12 48 47	514·13	
	16 6 40	III$_r$	19 19 30	514·04	
	22 48 38	II$_r$	13 17 48	514·15	514·08
1737·6	0° 0' 0"	III	19°21'36"	510·86	
	11 0 52	III$_r$	19 5 13	510·84	
	16 6 40	III$_r$	19 12 27	410·90	
	29 10 10	III$_r$	20 12 4	410·85	510·86
1750·4	4°12'16"	III$_r$	19° 7'35"	509·83	
	11 0 52	III$_r$	19 2 52	509·79	
	16 6 40	III$_r$	19 9 42	509·65	
	22 48 38	II$_r$	13 11 32	509·69	509·74
1777·4	0° 0' 0"	III	19°14'27"	507·84	
	4 12 16	III$_r$	19 3 0	507·84	
	11 0 52	III$_r$	18 58 33	507·89	
	16 6 40	III$_r$	19 5 36	507·81	
	22 48 38	II$_r$	13 8 21	507·87	
	29 10 10	III$_r$	20 5 17	507·87	507·85
1799·	4°12'16"	III$_r$	18°59'42"	506·41	
	7 41 42	II$_r$	12 34 59	506·38	
	11 0 52	III$_r$	18 55 6	506·34	
	16 6 40	III$_r$	19 2 21	506·36	
	29 10 10	III$_r$	20 1 45	506·27	506·35

1834·	0° 0' 0"	III	19° 5'18"	503·96	
		II	12 35 39	503·95	
	4 12 16	III$_r$	18 54 23	504·10	
		III$_l$	19 54 5	503·94	
		II$_r$	12 31 35	503·93	
	6 33 44	III$_r$	18 50 55	504·03	
	9 24 18*	III$_r$	18 48 36	504·03	
	10 52 56	II$_r$	12 33 37	504·00	
	11 0 52.	III$_r$	18 49 51	504·02	
	16 6 40	III$_r$	18 56 58	503·93	
	18 40 55	II$_r$	12 48 54	504·03	
	22 48 38	II$_r$	13 2 37	504·14	
	29 10 10	III$_r$	19 56 37	504·03	504·00
1854·5	4°12'16"	III$_r$	18°51'20"	502·77	
	7 41 42	II$_r$	12 29 33	502·74	
	11 0 52	III$_r$	18 46 50	502·67	
	16 6 40	III$_r$	18 54 10	502·71	
	29 10 10	III$_r$	19 53 25	502·60	502·70
1867·	0° 0' 0"	III	19° 0' 6"	501·76	
	4 12 16	III$_r$	18 48 56	501·76	
	7 41 42	II$_r$	12 28 7	501·78	
	11 0 52	III$_r$	18 44 42	501·72	
	29 10 10	III$_r$	19 51 5	501·55	501·71
1873·5	0° 0' 0"	III	18°58'48"	501·20	
	7 41 42	II$_r$	12 27 1	501·04	501·12
1885·8	0° 0' 0"	III	18°57' 6"	500·49	
	4 12 16	III$_r$	18 46 14	500·56	
	7 41 42	II$_r$	12 26 16	500·52	
	11 0 52	III$_r$	18 41 55	500·52	
	16 6 40	III$_r$	18 49 10	500·47	
	22 48 38	II$_r$	12 57 18	500·56	
	29 10 10	III$_r$	19 48 42	500·50	500·52
1908·5	7°41'42"	II$_r$	12°23'58"	499·31	
	11 0 52	III$_r$	18 39 10	499·27	
	16 6 40	III$_r$	18 46 6	499·10	
	29 10 10	III$_r$	19 45 30	499·01	499·17
1920	0° 0' 0"	III	18°51'37"	498·16	
	4 12 16	III$_r$	18 40 47	498·18	
	7 41 42	II$_r$	12 22 58	498·32	
	11 0 52	III$_r$	18 37 2	498·28	
	16 6 40	III$_r$	18 44 0	498·15	
	29 10 10	III$_r$	19 43 33	498·21	489·22

1961·	0° 0' 0"	III	18°45'40"	495·64	
		II	12 22 51	495·55	
	4 12 16	III_r	18 34 54	495·65	
		III_l	19 3 15	495·56	
		II_r	12 19 5	495·63	
	6 33 44	III_r	18 31 36	495·55	
	7 41 42	II_r	12 19 0	495·66	
	9 15 9*	III_r	18 30 18	495·63	
	10 52 56	II_r	12 21 10	495·53	
	11 0 52	III_r	18 30 55	495·61	
		III_l	19 49 40	495·64	
		II_r	12 21 14	495·68	
	16 6 40	III_r	18 38 12	495·55	
		III_l	20 41 40	495·61	
	18 40 44	II_r	12 36 27	495·68	
	22 48 38	II_r	12 49 51	495·64	
	29 10 10	III_r	19 37 38	495·63	495·61
1975·6	7°41'42"	II_r	12°17'16"	494 50	
	11 0 52	III_r	18 28 28	494·51	494·50
1983·	0° 0' 0"	III_r	18°41'25"	493·83	
	4 12 16	III_r	18 30 44	493·83	
	7 41 42	II_r	12 16 10	493·76	
	11 0 52	III_r	18 26 39	493·71	
	16 6 40	III_r	18 34 22	493·84	
	22 48 38	II_r	12 46 41	493·77	
	29 10 10	III_r	19 33 25	493·88	493·80
1989·5	0° 0' 0"	III	18°40' 0"	493·22	
	4 12 16	III_r	18 29 35	493·34	
	7 41 42	II_r	12 15 37	493·29	
	11 0 52	III_r	18 25 36	493·26	
	16 6 40	III_r	18 32 54	493·18	
	29 10 10	III_r	19 32 12	493·21	493·22
2005·	0° 0' 0"	III	18°36'30"	491·74	
	4 12 16	III_r	18 26 14	491·87	
	7 41 42	II_r	12 13 13	491·80	
	11 0 52	III_r	18 22 21	491·80	
	16 6 40	III_r	18 29 42	491·75	
	18 40 55	II_r	12 30 36	491·76	
	29 10 10	III_r	19 28 55	491·77	491·78
2018·	7°41'42"	II_r	12°11'58"	490·92	
	16 6 40	III_r	18 27 25	490·73	
	22 48 38	II_r	12 42 45	490·69	490·87

	2041·4	0° 0' 0"	III	18°30' 0"	488·98	
			II	12 12 48	488·95	
		4 12 16	II_r	12 9 5	488·96	
		7 41 42	II_r	12 9 3	489·01	
		11 0 52	III_r	18 16 10	489·04	
		16 6 40	III_r	18 23 30	488·97	
		18 40 55	II_r	12 26 30	489·03	
		22 48 38	II_r	12 42 45	488·94	
		29 10 10	III_r	19 22 43	489·03	489·00
	2058	11° 0'52"	III_r	18°12'57"	487·62	
		29 10 10	III_r	19 19 38	487·67	487·64
	2067	0° 0' 0"	III	18°25'22"	487·01	
		4 12 16	III_r	18 15 5	487.03	
			II_r	12 6 11	487·04	
		7 41 42	II_r	12 6 6	487·09	
		11 0 52	III_r	18 11 25	486·94	
		16 6 40	III_r	18 19 0	486·95	
		18 40 55	II_r	12 23 36	487·08	
		22 48 38	II_r	12 36 54	487·04	
		29 10 10	III_r	19 18 0	486·94	487·01
F.	2080·1	0° 0' 0"	III	18°22'51"	485·94	
			II	12 8 9	485·90	
		3 22 0	II_r	12 5 8	486·02	
		4 12 16	III_r	18 12 44	486·00	
			III_l	18 40 1	485·96	
			II_r	12 4 30	485·91	
		5 19 5	III_r	18 11 3	485·99	
			II_r	12 4 13	485·97	
		6 33 44	III_r	18 9 48	485·98	
		7 41 42	II_r	12 4 38	486·03	
		9 4 19*	III_r	18 8 37	485·91	
		10 52 56	II_r	12 4 54	486·03	
		11 0 52	III_l	19 24 44	486·02	
			II_r	12 6 45	485·96	
		14 56 24	II_r	12 13 2	485·95	
		16 6 40	III_r	18 16 41	485·91	
			III_l	20 14 54	485·99	
		18 40 55	II_r	12 21 49	485·91	
		22 48 38	II_r	12 35 15	485·95	
		29 10 10	III_r	19 15 48	485·96	
		3 4 30 Pl.	II_r	5 0 27	485·90	485·97
	2103·3	18°19'14"	II_r	12°18' 6"	484·10	484·10

2119·8	0° 0' 0"	II	12° 2'39"	482·27	
	10 52 56	II*r*	12 1 3	482·05	
	11 0 52	II*r*	12 1 11	482·21	
	18 19 14	II*r*	12 15 21	482·28	
	18 40 55	II*r*	12 16 42	482·48	
	19 55 12	II*r*	12 20 26	482·41	
	22 48 38	II*r*	12 29 40	482·29	
	29 10 10	III*r*	19 7 21	482·23	482·28
2148·9	18°19'14"	II*r*	12°12' 0"	480·03	480·03
2157·4	18°19'14"	II*r*	12°10'30"	479·02	479·02
2160·6	0° 0' 0"	II*r*	11°57'19"	478·77	
	10 52 56	II*r*	12 56 0	478·65	
	19 55 12	II*r*	12 14 11	478·68	478·70
2187·1	0° 0' 0"	II	11°53'37"	476·33	
	5 19 5	II*r*	11 50 0	476·49	
	10 52 56	II*r*	11 52 44	476·50	
	11 0 52	II*r*	11 52 53	476·61	
	18 19 14	II*r*	12 6 28	476·33	
	19 55 12	II*r*	12 10 58	476·11	476·40
2201·9	5°19' 5"	II*r*	11°48'24"	475·42	
	10 52 56	II*r*	11 51 3	475·33	
	18 19 14	II*r*	12 5 4	475·40	475 38
2221·7	18°19'14"	II*r*	12° 3' 2"	474·04	
	19 55 12	II*r*	12 7 1	473·60	473·82
2233·7	5°19'15"	II*r*	11°45' 2"	473·07	
	10 52 56	II*r*	11 47 14	472·75	
	11 0 52	II*r*	11 47 10	472·78	
	18 19 14	II*r*	12 1 21	472·90	
	19 55 12	II*r*	12 5 53	472·71	472·84
2250·0	0° 0' 0"	II	11°44'57"	470·66	
	18 19 14	II*r*	11 58 13	470·82	470·74
2264·3	10°52'56"	II*r*	11°43'12"	470·05	
	11 0 52	II*r*	11 43 15	470·13	
	18 19 14	II*r*	11 57 13	470·28	
	19 55 12	II*r*	12 3 50	470·28	470·19

309·0	0° 0' 0"	III	17°37'33"	466·63	
		II	11 38 42	466·53	
	3 22 0	II_r	11 35 46	466·50	
	4 12 16	II_r	11 35 33	466·60	
	5 19 5	III_r	17 26 35	466·54	
		II_r	11 35 16	466·60	
	11 52 56	II_r	11 38 2	466·57	
	11 0 52	II_r	11 38 4	466·63	
	14 56 24	II_r	11 44 12	466·60	
	16 6 40	III_r	17 33 38	466·50	
	18 19 14	II_r	11 51 58	466·64	
	18 40 55	II_r	11 52 50	466·54	466·56
2416·0	0° 0' 0"	II	11°27'48"	460·39	
	5 19 5	II_r	11 25 15	459·96	
	11 0 52	II_r	11 28 48	460·43	
	18 40 55	II_r	11 43 3	460·03	
	19 55 12	II_r	11 46 27	459·78	460·12
2436·5	0° 0' 0"	II_r	11°25'54"	458·10	
	5 19 5	II_r	11 22 49	458·38	
	11 0 52	II_r	11 25 22	458·12	
	18 40 55	II_r	11 40 11	458·09	
	19 55 12	II_r	11 44 0	458·10	458·16
2457·5	11° 0'52"	II_r	11°22'50"	456·41	
	18 19 14	II_r	11 36 32	456·25	
	19 55 12	II_r	11 41 0	456·27	456·31
2467·4	0° 0' 0"	II	11°21'33"	455·21	
	5 19 5	II_r	11 18 26	455·39	
	11 0 52	II_r	11 21 8	455·27	
	11 33 53	II_r	11 21 43	455·11	
	18 19 14	II_r	11 34 32	455·00	
	19 55 12	II_r	11 39 46	455·34	455·22
2489·4	0° 0' 0"	II	11°17'51"	453·16	
	3 22 0	II_r	11 15 50	453·01	
	5 19 5	II_r	11 15 23	453·36	
	10 52 56	II_r	11 18 18	453·31	
	11 33 53	II_r	11 19 3	453·32	
	14 56 24	II_r	11 24 18	453·25	
	18 40 55	II_r	11 32 50	453·20	
	19 55 12	II_r	11 36 43	453·32	453·23
2537·1	10°52'56"	II_r	11°13'36"	450·15	
	18 40 55	II_r	11 28 0	449·97	450·06

2547·2	5°19' 5"	II_r	11° 9'47"	449·63	449·63
2566·3	0° 0' 0"	II	11°10'33"	447·96	
	3 22 0	II_r	11 7 54	447·95	
	5 19 5	II_r	11 7 32	448·11	
	10 52 56	II_r	11 10 17	447·94	
	11 0 52	II_r	11 10 8	447·87	
	11 33 53	II_r	11 11 21	448·13	
	14 56 24	II_r	11 16 18	447·88	
	18 40 55	II_r	11 24 57	447·96	
	19 55 12	II_r	11 28 45	448·01	447·97
2606	0° 0' 0"	II	11° 7' 0"	445·65	
	2 33 0	II_r	11 4 5	445·41	
	5 19 5	II_r	11 3 52	445·65	
	10 52 56	II_r	11 6 36	445·45	
	11 0 52	II_r	11 6 30	445·44	
	14 56 24	II_r	11 12 45	445·51	
	18 40 55	II_r	11 21 12	445·44	445·51
2627	3°22' 0"	II_r	11° 1'58"	444·00	
	5 19 5	II_r	11 1 44	444·23	
	10 52 56	II_r	11 4 49	444·26	
	14 56 24	II_r	11 10 42	444·12	444·16
2638·6	0° 0' 0"	II	11° 3'22"	443·23	
	3 22 0	II_r	11 0 53	443·29	
	5 19 5	II_r	11 0 20	443·29	
	10 52 56	II_r	11 3 18	443·23	
	11 0 52	II_r	11 3 14	443·21	
	18 40 55	II_r	11 18 0	443·52	
	19 55 12	II_r	11 21 44	443·36	443·36
2670	0° 0' 0"	II	11° 0'42"	441·46	
	3 22 0	II_r	10 58 10	441·46	
	5 19 5	II_r	10 57 36	441·46	
	10 52 56	II_r	11 0 39	441·45	
	11 0 53	II_r	11 0 27	441·35	
	14 56 24	II_r	11 6 33	441·32	
	18 40 55	II_r	11 15 18	441·20	
	19 55 12	II_r	11 18 57	441·51	441·40
2686·6	0° 0' 0"	II	10°58'56"	440·30	
	3 22 0	II_r	10 56 29	440·35	
	5 19 5	II_r	10 56 2	440·41	
	10 52 56	II_r	10 59 0	440·34	
	11 0 52	II_r	10 59 1	440·41	
	14 56 24	II_r	11 5 12	440·43	
	18 40 44	II_r	11 13 45	440·48	440·39

2721·6	0° 0' 0"	III	16°31'15"	438·22	
		II	10 55 48	438·23	
	3 22 0	II_r	10 53 17	438·22	
	4 12 16	III_r	10 52 58	438·23	
	5 19 5	III_r	16 22 11	438·25	
		II_r	10 52 48	438·24	
	10 52 56	II_r	10 55 34	438·25	
	11 0 52	II_r	10 55 27	438·21	
	11 33 53	II_r	10 56 45	438·33	
	14 56 24	II_r	11 1 48	438·15	
	18 40 55	II_r	11 10 29	438·30	
	19 55 12	II_r	11 14 15	438·36	438·27
2734·9	0° 0' 0"	II	10°54'15"	437·21	
	3 22 0	II_r	10 51 54	437·29	
	5 19 5	II_r	10 51 27	437·36	
	10 52 56	II_r	10 54 25	437·37	
	11 0 52	II_r	10 54 27	437·33	
	14 56 24	II_r	11 0 28	437·22	
	18 40 55	II_r	11 9 14	437·47	437·32
2775·6	0° 0' 0"	II	10°51'12"	435·20	
	3 22 0	II_r	10 48 37	435·10	
	4 12 16	II_r	10 48 21	435·11	
	5 19 5	II_r	10 48 19	435·26	
	10 52 56	II_r	10 51 24	435·23	
	11 0 52	II_r	10 51 15	435·17	
	14 56 24	II_r	10 57 12	435·08	
	18 40 55	II_r	11 5 48	435·18	435·19
2797	0° 0' 0"	III	16°21' 6"	433·86	
		II	10 49 6	433·81	
	3 22 0	II_r	10 46 43	433·85	
	4 12 16	II_r	10 46 30	433·89	
	5 19 5	III_r	16 12 15	433·88	
		II_r	10 46 15	433·88	
	10 52 56	II_r	10 49 21	433·84	
	11 0 52	II_r	10 49 15	433·83	
	14 56 24	II_r	10 55 27	433·91	
	18 40 55	II_r	11 3 54	433·91	
	3 4 30 Pl.	II_r	4 32 0	433·83	433·86
2822·8	0° 0' 0"	III	16°17'39"	432·37	
		II	10 46 53	432·34	
	3 22 0	II_r	10 44 20	432·24	

		4°12'16"	IIr	10°44'11"	432·35	
		5 19 5	IIIr	16 8 58	432·40	
			IIr	10 44 2	432·38	
		10 52 56	IIr	10 47 9	432·38	
		11 0 52	IIr	10 47 8	432·41	
		14 56 24	IIr	10 52 58	432·26	
		18 40 55	IIr	11 1 31	432·33	
		22 48 38	IIr	11 13 57	432·33	432·34
G.	2854·7	0° 0' 0"	III	16°13'57"	430·78	
			II	10 44 38	430·96	
		4 12 16	IIIr	16 6 44	430·94	
			IIr	10 42 1	430·90	
		5 19 5	IIIr	16 5 41	430·97	
			IIr	10 41 46	430·94	
		6 33 44	IIIr	16 4 45	430·88	
		10 52 56	IIr	10 44 53	430·84	
		11 0 52	IIIr	16 5 25	430·80	
			IIIl	17 3 48	430·90	
			IIr	10 44 50	430·86	
		11 33 53	IIr	10 45 46	430·94	
		14 56 24	IIr	10 50 54	430·85	
		16 6 40	IIIr	16 14 0	430·94	
		18 40 55	IIr	11 3 2	430·93	
		22 48 38	IIr	11 11 52	430·88	
		29 10 10	IIIr	17 10 33	430·84	430·88
	2869·7	0° 0' 0"	II	10°43'15"	429·95	
		4 12 16	IIr	10 40 24	429·81	
		5 19 5	IIr	10 40 21	429·90	
		10 52 56	IIr	10 43 26	429·87	
		11 0 52	IIr	10 43 28	429·92	
		14 56 24	IIr	10 49 24	429·84	
		18 40 55	IIr	10 58 2	430·00	429·90
α		0° 0' 0"	III	16° 9' 0"	428·64	
			II	10 41 20	428·68	
		3 22 0	IIr	10 39 9	428·80	
		4 12 16	IIr	10 38 45	428·72	
		5 19 5	IIr	10 38 50	428·79	
		10 52 56	IIr	10 41 42	428·71	
		11 0 52	IIr	10 41 36	428·69	
		14 56 24	IIr	10 47 46	428·73	
		18 40 55	IIr	10 56 5	428·71	428·74

A	0° 0' 0"	III	16° 5'20"	427·07	
		II	10 38 45	426·97	
	3 22 0	II$_r$	10 36 33	427·07	
	5 19 5	III$_r$	15 57 12	427·24	
		II$_r$	10 36 14	427·16	
	11 0 52	II$_r$	10 39 12	427·08	
	14 56 24	II$_r$	10 45 11	427·03	
	18 40 55	II$_r$	10 53 44	427·13	
	22 48 38	II$_r$	11 6 6	427·18	427·10
γ	0° 0' 0"	III	16° 2'30"	425·85	
		II	10 37 0	425·81	
	3 22 0	II$_r$	10 34 47	425·89	
	5 19 5	III$_r$	15 54 15	425·93	
		II$_r$	10 34 20	425·89	
	10 52 56	II$_r$	10 37 36	425·96	
	11 0 52	II$_r$	10 37 15	425·75	
	14 56 24	II$_r$	10 43 33	425·94	
	18 40 55	II$_r$	10 52 5	526·04	
	22 48 38	II$_r$	11 4 11	525·87	525·89
ς	11° 0'52"	II$_r$	10°36'24"	425·19	425·19
δ	0° 0' 0"	III	16° 0' 0"	424·77	
		II	10 35 23	424·74	
	3 22 0	II$_r$	10 33 5	424·75	
	5 19 5	III$_r$	15 51 47	424·87	
		II$_r$	10 32 47	424·86	
	10 52 56	II$_r$	10 35 54	424·81	
	11 0 52	II$_r$	10 35 30	424·60	
	14 56 24	II$_r$	10 41 42	424·67	
	18 40 55	II$_r$	10 50 14	424·81	424·76
ε, ω	0° 0' 0"	II	10°33'23"	423·42	
	3 22 0	II$_r$	10 31 7	423·44	
	5 19 5	III$_r$	15 48 53	423·55	
	10 52 56	II$_r$	10 34 0	423·53	
	11 0 52	II$_r$	10 33 44	423·40	
	14 56 24	II$_r$	10 39 46	423·37	
	18 40 55	II$_r$	10 48 27	423·61	423·47
B	0° 0' 0'	III	15°54'50"	422·54	
		II	10 31 53	422·43	
	3 22 0	II$_r$	10 30 20	422·42	
	4 12 16	II$_r$	10 29 25	422·46	
	5 19 5	II$_r$	10 29 22	422·56	
	10 52 56	II$_r$	10 32 23	422·45	

	14°56'24"	II_r	10°38'16"	422·40	
	18 40 55	II_r	10 46 50	422·54	
	22 48 38	II_r	10 59 3	422·50	
	3 4 30 Pl.	II_r	4 24 50	422·44	422·47
ζ	0° 0' 0"	II_r	10°31' 0"	421·68	
	5 19 5	III_r	15 44 5	421·47	
		II_r	10 27 55	421·60	
	14 56 24	II_r	10 37 11	421·65	
	18 40 55	II_r	10 45 26	421·61	421·60
θ	0° 0' 0"	II_r	10°28' 3'	419·90	
	5 19 5	II_r	10 25 29	419·98	
	10 52 56	II_r	10 28 34	420·10	
	11 0 52	II_r	10 28 12	419·68	
	14 56 24	II_r	10 34 36	419·85	
	18 40 55	II_r	10 42 54	419·93	419·91
ι.	0° 0' 0"	II	10°26' 6"	418·61	
	5 19 5	II_r	10 23 42	418·77	
	10 52 56	II_r	10 26 44	418·65	
	18 40 55	II_r	10 41 13	418·82	418·71
κ.	0° 0' 0"	II_r	10°23'54'	417·15	
	5 19 5	II_r	10 21 14	417·11	
	10 52 56	II_r	10 24 25	417·11	
	14 56 24	II_r	10 30 26	417·12	
	18 40 55	II_r	10 38 53	417·25	417·15
μ.	0° 0' 0"	II	10°21'15"	415·40	
	5 19 5	II_r	10 18 49"	415·51	
	10 52 56	II_r	10 22 0	415·47	
	14 56 24	II_r	10 28 0	415·52	
	18 40 55	II_r	10 36 15	415·47	415·49
ν.	0° 0' 0"	II	10°19'21"	414·15	
	5 19 5	II_r	10 16 54	414·27	
	10 52 56	II_r	10 20 12	414·25	
	14 56 24	II_r	10 26 1	414·16	
	22 48 38	II_r	10 46 30	414·23	414·21
Γ.	0° 0' 0"	II	10°17'44"	413·07	
	5 19 5	II_r	10 15 26	413·23	
	10 52 56	II_r	10 18 24	413·07	
	14 56 24	II_r	10 24 24	413·08	
	18 40 55	II_r	10 22 42	413·14	
	22 48 38	II_r	10 45 4	413·32	413·15

E.	0° 0' 0"	III	15°26' 6"	410·14	
		II	10 12 57	409·92	
	3 22 0	II_r	10 10 44	409·83	
	4 12 16	II_r	10 10 57	410·11	
	5 19 5	III_r	15 18 22	410·12	
		II_r	10 10 32	409·94	
	10 52 56	II_r	10 13 52	410·00	
	14 56 24	II_r	10 19 53	410·07	
	18 40 55	II_r	10 27 45	409·85	
	22 48 38	II_r	10 40 6	410·02	
	3 4 30 *Pl.*	II_r	4 17 10	410·19	410·01
o.	0° 0' 0"	II_r	10°10' 6"	408·03	
	10 52 56	II_r	10 11 9	408·18	
	18 40 55	II_r	10 24 42	407·81	408·00
π.	0° 0' 0"	II.	10° 9'24"	407·56	
	5 19 5	II_r	10 7 0	407·58	
	10 52 56	II_r	10 10 7	407·49	407·54
σ.	0° 0' 0"	II.	10° 7'18"	406·18	
	5 19 5	II_r	10 4 53	406·18	
	10 52 56	II_r	10 7 45	405·90	
	18 40 55	II_r	10 22 12	406·15	406·10
Z.	0' 0' 0"	II	10° 4'30"	404·31	
	3 22 0	II_r	10 2 30	404·31	
	5 19 5	II_r	10 2 14	404·39	
	10 52 56	II_r	10 5 30	404·38	
	14 56 24	II_r	10 10 57	404·10	
	18 40 55	II_r	10 19 30	404·38	404·31
τ.	0° 0' 0"	II	10° 2'38"	403·08	
	3 22 0	II_r	10 0 47	403·20	
	5 19 5	II_r	10 0 30	403·23	
	10 52 56	II_r	10 3 42	403·17	
	14 56 24	II_r	10 9 15	402·95	
	18 40 55	II_r	10 17 49	403·24	
	22 48 38	II_r	10 29 52	403·32	403.17
φ.	0° 0' 0"	II	9°58'30"	400·32	
	18 40 55	II_r	10 13 46	400·54	400·43

H.	0° 0' 0"	III	14°55'22"	396·85	
		II	9 52 50	396·60	
	3 22 0	II$_r$	9 50 52	396·56	
	5 19 5	III$_r$	14 48 1	396·68	
		II$_r$	9 50 44	396·68	
	10 52 56	II$_r$	9 54 12	396·80	
	11 0 52	III$_l$	15 38 0	396·75	
	11 33 53	II$_r$	9 54 42	396·62	
	14 56 24	II$_r$	9 59 55	396·64	
	18 40 55	II$_r$	10 8 3	396·75	
	29 10 10	III$_r$	15 52 15	396·61	396·68
H'.	0° 0' 0"	II	9°47'54"	393·43	
	3 22 0	II$_r$	9 45 50	393·20	
	5 19 5	III$_r$	14 40 17	393·30	
	10 52 56	II$_r$	9 48 57	393·27	
	11 33 53	II$_r$	9 49 47	363·33	
	14 56 24	II$_r$	9 54 54	393·33	
	18 40 55	II$_r$	10 3 2	393·41	393·32

Ich habe auch an einem Steinheil'schen Flintglasprisma, dessen brechender Winkel 60°4'59" war, eine Reihe von Brechungsquotienten bestimmt, welche in der folgenden Zusammenstellung enthalten ist. Die erste Colonne bezeichnet die entsprechende Fraunhofer'sche Linie von *B* bis *G* mit dem Kirchhoff'schen Symbol, von *G* bis *H* mit der in Tafel II angegebenen Buchstaben. Es war diese Bestimmung zu dem Zwecke unternommen worden, die Identität der gemessenen Linien des Beugungsspectrums mit jenem des prismatischen so viel als möglich zu constatiren. Es wurde zu diesem Behufe aus den bestimmt festgestellten Wellenlängen gewisser Linien und ihren Brechungsquotienten die Dispersionsformel für jenen Theil des Spectrums gerechnet und mit dieser und den Brechungsquotienten die Wellenlänge der Zwischenlinien bestimmt. Wenn auch die auf diese Weise bestimmten Wellenlängen, wie begreiflich, wegen der nicht vollkommenen Giltigkeit die Dispersionsformel und wegen des bedeutenden Einflusses geringer Fehler im Brechungsquotienten auf die Wellenlängen, nicht vollkommen mit den direct aus dem Beugungsspectrum bestimmten übereinstimmten, so war doch diese Untersuchung, namentlich für den von *G* bis *H* gehenden Theil nothwendig, da hier, bezüglich der räumlichen Ausdehnung, das prismatische und das Beugungs-

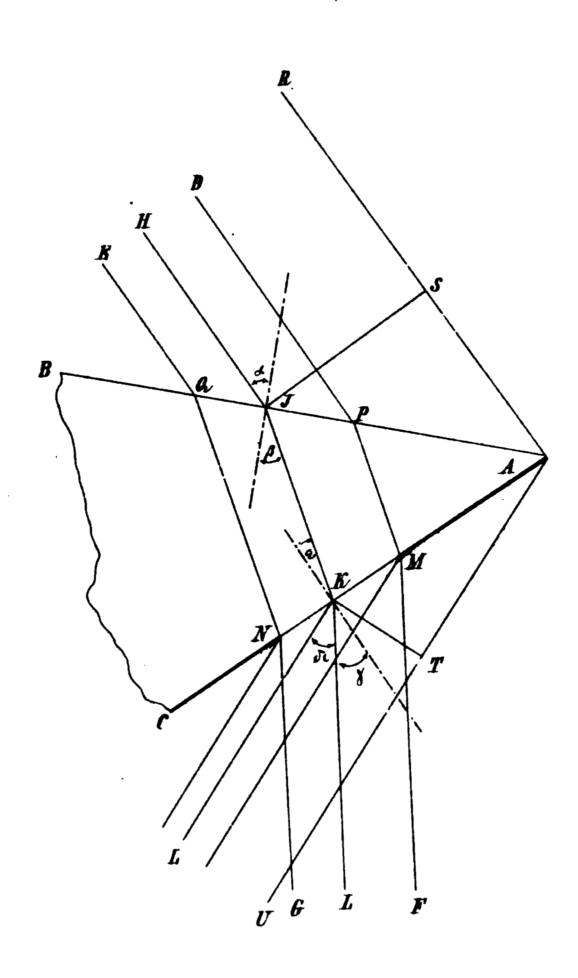
spectrum so verschiedenes Ansehen haben. Die zweite Colonne enthält die Minimumdeviation und die dritte die Brechungsquotienten der bezeichneten Linien.

		δ	μ
B.	593.	47°40'55"	1·61358
C.	694	47 51 19	1·61537
.	877	48 8 8	1·61824
Db.	1002·8	48 19 32	1·62018
Da.	1006·8	48 19 44	1·62021
	1135	48 28 14	1·62166
	1207·5	48 34 35	1·62274
	1280	48 39 44	1·62363
	1324·8	48 42 56	1·62415
	1351·3	48 44 53	1·62448
	1389·6	48 47 38	1·62494
	1421·6	48 50 5	1·62530
E.	1523·5	48 56 56	1·62650
	1577·5	49 0 8	1·62705
	1634	49 3 23	1·62760
b.	1648·8	49 4 16	1·62775
	1655·6	49 4 44	1·62782
	1693·8	49 6 47	1·62817
	1750·4	49 10 4	1·62872
	1777·4	49 11 33	1·62897
	1834	49 14 53	1·62953
	1885·8	49 17 50	1·63003
	1920	49 19 56	1·63038
	1961	49 22 8	1·63075
	1989·5	49 24 10	1·63133
	2005	49 25 35	1·63133
	2041·4	49 28 14	1·63177
	2067	49 29 54	1·63205
F.	2080·1	49 31 6	1·63225
	2119·8	49 33 42	1·63269
	2167	49 38 44	1·63352
	2187·1	49 40 56	1·63390
	2233·7	49 44 21	1·63446
	2264·3	49 47 2	1·63492
	2309	49 51 8	1·63560
	2325	49 52 17	1·63579
	2336	49 53 21	1·63597
	2416	50 0 18	1·63718
	2436·5	50° 2' 5"	1·63743
	2445	50 3 0	1·63757

	2467·4	50	4	53	1·63789
	2489·4	50	6	38	1·63818
	2537.1	50	10	44	1·63886
	2566·3	50	13	16	1·63928
	2606 ,	50	16	46	1·63986
	2627	50	18	23	1·64013
	2638·6	50	19	26	1·64031
	2670	50	22	13	1·64080
	2686·6	50	23	42	1·64101
	2721·6	50	26	29	1·64150
	2734·9	50	27	43	1·64168
	2775·6	50	31	10	1·64224
	2797	50	32	46	1·64251
	2822·8	50	34	57	1·64287
G.	2854·7	50	37	52	1·64334
	2869·7	50	38	47	1·64352
	α	50	40	13	1·64369
	β	50	41	43	1·64399
	A	50	43	8	1·64421
	γ	50	44	41	1·64448
	δ	50	46	22	1·64476
	ε	50	48	29	1·64511
	B	50	50	2	1·64536
	ζ	50	51	59	1·64569
	θ	50	54	14	1·64606
	ϑ	50	54	52	1·64616
	ι	50	55	54	1·64630
	κ	50	59	11	1·64687
	λ	51	0	13	1·64704
	μ	51	2	21	1·64742
	ν	51	4	17	1·64771
	Γ	51	6	17	1·64819
	Δ	51	8	40	1·64843
	E	51	11	43	1·64893
	ο	51	14	41	1·64941
	π	51	16	9	1·64966
	ρ	51	17	14	1·64983
	σ	51	18	50	1·65009
	Z	51	22	13	1·65064
	τ	51	25	10	1·65113
	υ	51	26	38	1·65137
	φ	51	30	8	1·65194
	χ	51	31	46	1·65224
	ψ	51	33	55	1·65256
H.	*H*	51	37	41	1·65317
	H'	51	44	51	1·65435.

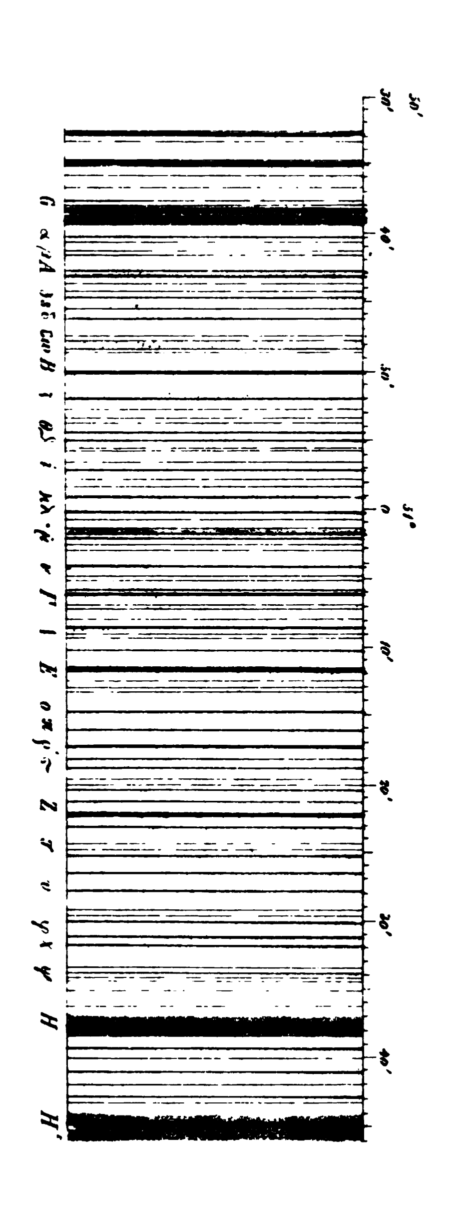
Zum Schlusse folgt nun eine übersichtlichere Zusammenstellung der gewonnenen Resultate. Sie enthält in erster Colonne die Kirchhoff'schen Symbole, und in zweiter die Wellenlänge der entsprechenden Linie in Millionteln des Millimeters.

B.	593.	687·06		1492·5	529·64
C.	694	655·95		1506·5	528·21
	711·5	651·37		1515·5	527·43
	719·5	649·34	*E.*	1523·5.	526·86
	783·5	633·55		1542	525·41
	831	622·92		1569·8	523·16
	850	618·94		1577·5	522·52
	860	616·82		1589·1	521·40
	864	616·05		1601·6	520·75
	874·5	614·06		1622·4	519·10
	877	613·57		1634	518·16
	885	612·09	*b.*	1648·8	517·13
	895	610·15		1655·6	516·58
	959	597·48		1693·8	514·08
Db.	1002·8	589·44		1737·6	510·86
Da.	1006·8	588·80		1750·4	509·74
	1029·4	585·62		1777·4	507·85
	1096·1	576·09		1799	506·35
	1103	575·15		1834	504·00
	1135	570·88		1854·5	502·70
	1155·7	568·08		1867	501·71
	1174·4	565·71		1873·5	501·12
	1200·4	562·35		1885·8	500·52
	1207·5	561·36		1908·5	499·17
	1218	560·15		1920	498·23
	1231·6	558·52		1961	495·61
	1242·5	557·16		1975·6	494·50
	1280	552·66		1983	493·80
	1303·7	550·52		1989·5	493·22
	1307	550·09		2002	491·78
	1324·8	547·53		2018	490·87
	1337	546·18		2041·4	489·00
	1343·5	545·45		2058	487·64
	1351·3	544·48		2067	487·01
	1367	542·82	*F.*	2080·1	485·97
	1389·6	540·32		2103·3	484·10
	1410·5	538·19		2119·8	482·28
	1421·6	536·93		2148·9	480·03
	1451	533·92		2157·4	479·02
	1463	532·70		2160·6	478·70



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. L. Bd. II. Abth. 1864.



2187·1	476·41	*G.*	2834·7	430·88
2201·9	475·38		2869·7	429·90
2221·7	473·82		α	428·74
2233·7	472·84		*A*	427·10
2250·	470·74		γ	425·89
2264·3	470·19		β	425·19
2309	466·56		δ	424·76
2416	460·12		ε, ω	423·47
2436·5	458·16		*B*	422·47
2457·5	456·31		ζ	421·60
2467·4	455·21		θ	419·91
2489·4	453·23		ι	418·71
2537·1	450·06		κ	417·15
2547·2	449·64		μ	415·49
2566·3	447·97		ν	414·21
2606	445·51		Γ	413·15
2627	444·16		*E*	410·01
2638·6	443·36		ο	408·00
2670	441·40		π	407·54
2686·6	440·39		σ	406·10
2721·6	438·27		*Z*	404·31
2734·9	437·32		τ	403·17
2775·6	435·19		φ	400·43
2797	433·86		*H*	396·68
2822·8	423·34		*H'*	393·32

Über einige der physiologischen Akustik angehörige Erscheinungen.

Von Dr. Ernst Mach.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. Juni 1864.)

Die folgenden Zeilen beschäftigen sich mit einer Reihe von Erscheinungen, welche, so viel mir wenigstens bekannt ist, theils von mir zuerst beobachtet, theils aber von neuen Gesichtspunkten aus betrachtet wurden.

I. Ein durch die Kopfknochen zum Gehörorgane geleiteter Schall wird bei geschlossenen Gehörgängen stärker empfunden. Dieses von Lucae [1]) „Verstärkung der Knochenleitung" genannte Phänomen ist zwar so gewöhnlich und auffallend, dass es nicht leicht einem Beobachter entgehen kann, doch haben erst E. H. Weber [2]) und Wheatstone [3]) dasselbe einer ausdrücklichen Erwähnung werth gefunden.

Der genauere Hergang, wie er sich mir und einigen zu Rathe gezogenen Beobachtern darstellt, ist folgender. Eine mit den Zähnen gefasste Stimmgabel, gleichgiltig von welcher Tonhöhe, erklingt in einem stärkeren und volleren [4]) Tone, sobald ich meine Finger nur ganz nahe an die Gehörgänge bringe. Leichtes Schliessen ohne Druck verstärkt den Ton noch mehr. Bei stärkerem Drucke wächst anfangs ein klein wenig die Intensität, nimmt aber bei noch weiter wachsendem Druck immer mehr ab und ich kann zuletzt den Ton so zu sagen vollständig erdrücken [5]). Gleichzeitig wird der Klang leer und zieht scheinbar in die Höhe.

---

1) Lucae, Centralblatt f. d. med. Wissensch. 1863. Nr. 40 und 41.

2) Weber, Programm. coll. 42.

3) Wheatstone, Quarterly Journ. of Sc. vol. II. N. Sér. 1827.

4) Voll nenne ich nach Helmholtz einen Klang, bei dem der Grundton die Obertöne überwiegt; leer ist der Klang im umgekehrten Falle.

5) Lucae a. a. O. gibt dagegen an, dass der Ton bei stärkerem Druck zwar schwächer werde, aber immer noch stärker bleibt als bei offenem Ohre.

Eine Erklärung des Vorganges habe ich bereits in einer früheren Abhandlung versucht [1]). Es zeigt sich nämlich, dass man auf schallende, überhaupt auf schwingende Körper, demnach auch auf das Ohr einige Betrachtungen anwenden kann, die sonst nur in der Licht- und Wärmelehre gebräuchlich sind.

Denkt man sich eine Reihe von schwingungsfähigen Massen, zum Theil in Verbindung, in ein widerstehendes Medium eingetaucht, so erhält man für kleine Schwingungen dieses Systems eine Anzahl linearer Differentialgleichungen. Denkt man sich nun das Medium in einem permanenten Schwingungszustand von bestimmter Periode, so stellt sich alsbald ein dynamischer Gleichgewichtszustand her, indem das eingetauchte System ebenfalls in permanente Schwingungen von derselben Periode geräth. Dasselbe gilt analog, wenn das Medium Schwingungen von mehreren verschiedenen Perioden gleichzeitig ausführt. Und das Gesetz gilt darum für alle Perioden (alle Sinusschwingungen) zusammen, weil es für jede einzelne Periode (Sinusschwingung) gilt. Bei dieser permanenten Schwingungsweise (von constanter Amplitüde) kann man sich nun vorstellen, dass weder das eingetauchte System an das Medium noch umgekehrt lebendige Kraft abgibt, oder wenn man lieber will, dass beide fort und fort gleiche lebendige Kräfte austauschen. Es gilt also für solche schwingende Bewegungen das Gesetz der Gleichheit des Absorptions- und Emissionsvermögens [2]).

Man kann ferner zeigen, dass ein Körper desto leichter und rascher seine Schwingungen an das umgebende Medium abgibt, je leichter und rascher er solche von eben diesem Medium aufzunehmen vermag, und je mehr umgekehrt seine Bewegungsweise von der Bewegungsweise des Mediums regiert wird. Je leichter das Flügelrad einer Windmühle von der Luft in Bewegung gesetzt wird, desto leichter wird es umgekehrt die Luft in Bewegung setzen und dadurch umgekehrt seine etwa erlangte Eigenbewegung verlieren [3]).

---

[1]) Zur Theorie des Gehörorgans. Sitzb. d. Wien. Akad. 1863.

[2]) Vergl. Mach, vorläufige Bemerkungen, betreffend das Licht glühender Gase. Schlömilch's Zeitschr. 1864.

[3]) Zur Theorie des Gehörorganes. Sitzb. 1863.

Ich glaube nun, dass diese Betrachtungen zugleich die Erklärung der „Verstärkung der Knochenleitung" einschliessen. Wird der Gehörgang geschlossen, so ist das Ohr weniger fähig Schall von aussen aufzunehmen, dafür aber in gleichem Masse unfähiger, von anderer Seite her zugeführten Schall nach aussen abzugeben. Fast gleichzeitig mit meiner oben erwähnten Abhandlung erschien jedoch ein Aufsatz von Lucae [1]), in welchem eine andere Erklärung aufgestellt wird. Lucae findet bei Verschluss des Gehörorganes ein Dumpferhören, das mir nie vorgekommen ist. Die Ursache dieses Dumpferhörens schreibt er der vermehrten Spannung und behinderten Schwingung des Trommelfelles zu. Die Ursache des Stärkerhörens jedoch sucht er, durch seine Versuche bestimmt, in der mit dem Verschlusse gleichzeitig eintretenden Druckveränderung im Labyrinth.

Die Versuche von Lucae sind so nett beschrieben, dass man die Richtigkeit und Klarheit der Ergebnisse nicht gut bezweifeln kann, so lange eben keine widersprechenden Beobachtungen vorliegen. Dennoch scheint mir noch manches zu bedenken. Ich glaube nämlich, dass der von mir betonte Umstand wenigstens einen sehr bedeutenden Antheil an der Erscheinung hat. Lassen wir das Experiment sprechen.

Alles was das Lumen des Gehörorganes verkleinert ohne ihn zu schliessen, also ohne irgend eine Druckveränderung hervorzubringen, bewirkt schon Verstärkung der Knochenleitung. Sehr wirksam ist schon ein leicht angelegtes steifes Papierblättchen oder ein in die Gehörgänge eingeschobenes kurzes Gummiröhrchen. Dieses Röhrchen kann man successive langsam zudrücken, ohne es vollständig zu schliessen und die gleichzeitige Verstärkung des Tones beobachten. Hier wirkt also offenbar blos der Verschluss ganz ohne Spannungs- oder Druckveränderung.

Dass aus dem Gehörgange wirklich eine ziemlich bedeutende Schallquantität entweicht, welche beim Verschluss zurückgehalten wird, habe ich bereits früher erwähnt [2]). Man erhält hübsche Erscheinungen, wenn man den Verschluss durch Röhren von verschiedener Länge bewirkt, welche aus einem Gehörgang in den andern führen. Diese Röhren verstärken je nach ihrer Länge in verschiedenem Grade

---

1) Lucae a. a. O.

2) Sitzungsberichte 1862.

den Ton der an die Zähne gesetzten Stimmgabel. Da es mir nicht gelungen ist, ein einfaches Gesetz zu finden, so führe ich blos ein Beispiel an. Fasst man eine Gabel, die das gewöhnliche Stimm-a gibt, mit den Zähnen und führt aus einen Gehörgang in den andern eine Röhre von 18″ Länge und 0·25″ Durchmesser, so erhält man eine Verstärkung, eine Schwächung aber fast bis zum Erlöschen des Tones, wenn man die Röhre in der Mitte zudrückt. Es liegt sehr nahe, hiebei an Interferenzen zu denken [1]).

Den Einfluss des Druckes auf das Trommelfell, eventuell auf das Labyrinth, habe ich auf eine besondere Weise untersucht. Von einer Handluftpumpe führte eine mit dem Quecksilbermonometer versehene, in zwei Zweige getheilte Gummiröhre luftdicht in beide Gehörgänge, jedoch ohne dieselben zu drücken oder sonst zu deformiren. Der Druck wurde successive bis auf zwei Zoll Quecksilber gesteigert. Die Töne aller von mir untersuchten Stimmgabeln, die ich mit den Zähnen fasste, wurden hiebei schwächer, leer, zogen etwas in die Höhe und erloschen ganz, bevor noch der Druck von zwei Zoll erreicht war.

Mein Freund E. Krischek, Professor am Gymnasium zu Graz, fand die Erscheinung genau so wie ich. Sie dürfte auf der vermehrten Spannung und verminderten Schwingungsfähigkeit des Trommelfelles beruhen. Welche Rolle dabei der veränderte Druck im Labyrinth für sich spielt, lässt sich nicht wohl entscheiden, da man auf das Labyrinth allein nicht gut einen Druck ausüben kann. Das aber scheint mir klar, dass die Verstärkung des Tones bei stärkerem Zudrücken der Gehörgänge nicht von einem Druck auf das Trommelfell und mittelbar auf das Labyrinth herrühren kann, indem der Druck mit der Luftpumpe gerade die entgegengesetzte Wirkung hat. Der Druck mit den Fingern verstärkt wahrscheinlich nur so lange, als er das Lumen des Gehörganges verkleinert oder denselben deformirt. Sobald die Spannung des Trommelfelles beginnt, wird der Ton schwächer.

---

[1]) Ein Experiment, welches ich vor einem Jahre etwa zehnmal mit Herrn Popper, Eleven des physikalischen Institutes, ganz unzweideutig erhielt, und welches ich auch in meiner erwähnten Abhandlung anführe, wollte mir nicht wieder gelingen. Ich meine die Schwächung des Schalles durch eine Verbindungsröhre zwischen beiden Gehörgängen. Ich muss also damals wohl einen mitspielenden Umstand übersehen haben.

Ich zweifle nicht, dass Lucae durch Druckveränderungen im Labyrinth Veränderungen der Hörfähigkeit erzielt hat und werde selbst eine Beobachtung anführen, welche hiefür spricht, doch scheint mir die Druckveränderung bei der Verstärkung der Knochenleitung gar keine oder nur eine untergeordnete Rolle zu spielen. Vorläufig kann ich also bei meiner Erklärung stehen bleiben [1]).

Betrachten wir nun noch die interessanten, von Lucae mitgetheilten pathologischen Beobachtungen.

„1. Das Phänomen (der Verstärkung der Knochenleitung) fehlte regelmässig:

a) Bei grossen Trommelfelldefecten und durchgängiger Tuba (mit Section).

b) Bei vollständiger Obturation des Gehörganges durch Cerumen (mit Section).

c) Bei chronischem Tubenkatarrh (ohne Section).

2. Das Phänomen war mehr oder weniger vollständig vorhanden:

a) In Fällen ohne nachweisbare wesentliche Veränderung im äusseren und mittleren Ohre (nur viermal ohne Section beobachtet).

b) Bei kleinen Trommelfelldefecten (mit Section).

c) Bei grösseren oder Totaldefecten des Trommelfelles und undurchgängiger Tuba (mit Section).

3. Das Phänomen fehlte oder es fand sogar eine Abnahme der Intensität statt:

a) Bei Adhäsion des Trommelfelles am Promontorium (mit Section).

b) Bei Ankylose des Steigbügels im ovalen Fenster (mit Section).

c) Bei Ankylosirung sämmtlicher Gehörknöchelchen (mit Section).

d) Bei Obturation der Nische des runden Fensters durch Bindegewebe (mit Section), vollständiges Verschwinden des Tones, vergl. Exp. B. 2 am todten Gehörorgane.

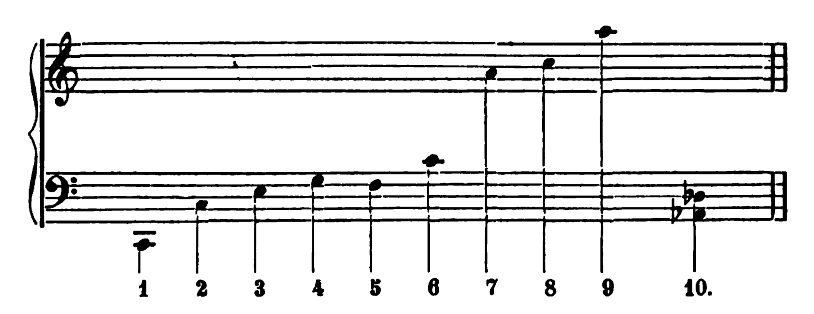
---

1) Früher trat ich einer Erklärung von Rinne entgegen. Dieselbe ist jedoch, wie ich jetzt finde, der meinigen verwandter, als ich anfangs dachte.

Einige von diesen Fällen würden sich, meiner Ansicht nach, ziemlich einfach erklären. Das Trommelfell erleichtert die Schallaufnahme sowohl als die Abgabe. Wo dasselbe wie in 1*a* fehlt, kann der Unterschied zwischen der Schallabgabe nach aussen bei offenem und geschlossenem Gehörorgane nur sehr gering sein, weil diese Abgabe überhaupt gering ist. Der Fall 1*b* scheint mir selbstverständlich. Es wird nämlich durch den Versuch kein Umstand verändert.

Dass das Phänomen in den Fällen 3, in welchem der Gehörapparat eine sehr geringe Schwingungsfähigkeit hat, erklärt sich nach meiner Ansicht ebenfalls sehr leicht. In diesen Fällen geht durch den Gehörgang immer nur eine kleine Quantität Schall in's Freie. Es ist also gleichgiltig, ob derselbe offen oder geschlossen ist. Ausserdem wird die Unterscheidung durch die gleichzeitige Schwerhörigkeit, die eben auf der Schwingungsunfähigkeit beruht, sehr erschwert [1].

Schliesslich gebe ich noch die Töne der von mir in diesen und in den folgenden Versuchen benützten Stimmgabeln.



Alle Versuche wurden mit allen Gabeln 1—9 ausgeführt und etwa ein halbes Jahr später mit den Gabeln 5, 7, 8, 9 wiederholt. Die Töne 10 gehören einer Glocke an, von der später die Rede ist.

1) Zur Theorie des Gehörorganes, Sitzb. 1863, habe ich gezeigt, dass es physikalisch höchst wahrscheinlich ist, dass die Gehörknöchelchen wirklich schwingen und nicht Schallwellen leiten. Die Fälle von sehr hartnäckiger Schwerhörigkeit bei Ankylose des Steigbügels mit dem ovalen Fenster, wobei das Eindringen von Schallwellen in die Labyrinthflüssigkeit keineswegs gehindert ist, beweisen ganz exact, dass die Schwingung der Knöchelchen zum Hören nothwendig sei.

II. Wer die vorhin erwähnten Versuche mit gespannter Aufmerksamkeit ausführt, findet noch einige Eigenthümlichkeiten an dem Klange einer an die Zähne gesetzten Stimmgabel. Bei ganz leichtem Verschluss der Gehörgänge bemerkt man abwechselnd ein leichtes Anschwellen und Nachlassen des Tones, gleichzeitig ein Voller- und Leererwerden. Wie sich bei näherer Untersuchung zeigt, fällt die Periode dieses Wechsels genau mit dem Rhythmus des Pulses zusammen. Besonders auffallend ist die Erscheinung bei etwas aufgeregtem und vollem Pulse. Es gelang mir jedoch nicht, festzustellen, ob das Vollerwerden des Klanges mit dem Anschwellen zusammenfällt oder umgekehrt. Die Anschwellung fällt jedoch entschieden auf die Systole.

Sobald man dieses Schwanken des Klanges einmal gehört hat, findet man es bei hinreichender Aufmerksamkeit an jedem Klange wieder. Ich höre nun das Anschwellen und Nachlassen auch an einer Stimmgabel, die ich mir einfach vor das Ohr halten lasse, und zwar so deutlich, dass ich nach dem blossen Gehör sofort den Rhythmus meines Pulses angeben kann.

Eine Erklärung habe ich nicht. Die Erscheinung könnte aber wohl mit einer Druckveränderung im Labyrinth zusammenhängen.

III. Wenn man die Gehörgänge leicht mit den Fingern schliesst, gibt die Stimmgabel an den Zähnen einen fast constanten, vollen, nur leicht anschwellenden und abnehmenden Ton. Bei stärkerem Druck gesellt sich hiezu ein eigenthümliches Zittern des Tones, welches etwa in 8—9 Tonstössen in der Secunde besteht. — Entfernt man die Stimmgabel, so hört man blos die Blutgeräusche. Über den Pulsschlägen macht sich aber ein zitterndes Geräusch geltend von demselben Rythmus, wie das Zittern des Tones. Herr Professor Pless, dem ich dieses Experiment mittheilte, hat mich zuerst auf das Zusammenfallen der beiden Rhythmen aufmerksam gemacht. Ich habe die Beobachtung nachher immer bestätigt gefunden. — Bei sehr starkem Druck wird der Stimmgabelton wieder glatter und verschwindet zuletzt ganz.

Eine Erklärung ist mir bisher nicht gelungen. Die Erscheinung macht ganz den Eindruck, als ob in dem Gehörorgane etwas schlotterig würde und dadurch der Ton zum Zittern käme.

Man könnte die sub I, II, III angeführten Phänomene als Analoga der entoptischen Erscheinungen betrachten und demgemäss in eine Classe zusammenfassen.

IV. Bereits in drei älteren Abhandlungen [1]) habe ich den von Doppler zuerst aufgestellten Satz, welcher eine Abhängigkeit der Tonhöhe von der Geschwindigkeit der Tonquelle ausspricht, nach verschiedenen Richtungen hin theoretisch und experimentell geprüft. Es zeigt sich nun, dass die Tonhöhe scheinbar nicht nur von der Geschwindigkeit $\left(\frac{de}{dt}\right)$, sondern auch von der Entfernung (e) und der Intensität abhänge, in der Weise, dass ein aus grösserer Entfernung kommender oder ein schwächerer Ton mit einem näheren oder stärkeren von gleicher Beschaffenheit verglichen, stets höher erscheint. Ich kenne die Erscheinung seit etwa zwei Jahren, wie ich glaube ziemlich vollständig, und habe die Beobachtung auch bereits vor längerer Zeit Herrn Professor Ludwig mitgetheilt, der sie gelegentlich bestätigt fand; doch haben mich zwei kürzlich erschienene Notizen veranlasst, dieselbe nochmals genauer zu studiren.

Sydney Ringer [2]) veröffentlicht in Pogg. Ann. eine Untersuchung über die Änderung der Tonhöhe bei Leitung von Tönen durch verschiedene Medien. Manche Medien erhöhen den Ton bei der Durchleitung, andere vertiefen ihn, sagt Ringer. Wenn ich auch nicht auf die zum Theil sehr unphysikalischen Ansichten Ringer's eingehen kann, so scheint er mir doch eine sehr richtige Beobachtung gemacht zu haben, indem er sagt:

„Bei allen den Versuchen, bei welchen die Tonhöhe durch Leitung erhöht war, fand sich die Tonstärke vermindert proportional dieser Erhöhung; und sonach scheint es, dass alle Körper die Tonhöhe erhöhen proportional der Schwierigkeit, mit der sie Schwingungen aufnehmen und fortleiten."

Die Abhandlung enthält ausserdem zwei werthvolle Bemerkungen. Die erste bezieht sich auf das Echo eines musikalischen Tones, welches nach Ringer höher erscheint als dieser. Die zweite ist eine Mittheilung von Dr. Wylde. Nach Wylde ist es den Musikern längst bekannt, dass ein schwacher Ton sich als etwas höher gestimmt erweise.

---

[1]) Mach über die Änderung des Tones und der Farbe durch Bewegung. Sitzb. d. Wien. Akad. 1860. — Controverse zwischen Doppler und Petzval. Schlömilch's Zeitschr. 1861. — Pogg. Ann. 1863.

[2]) Sydney Ringer, Pogg. Ann. 1863. Nr. 4.

Dr. Stricker[1]) aus Frankfurt a. M. theilt mit, dass er oft aus grösserer Entfernung nur das helle Geräusch der Wagen, in der Nähe dagegen nur den tiefern Hufschlag der Pferde gehört habe. Dass der Hufschlag nur momentan, das Geräusch aber constant ist, kann, wie Dr. Stricker selbst bemerkt, keine genügende Erklärung bagründen, um so weniger, da ich gefunden habe, dass man fast ganz allgemein auch bei durchaus constanten Tönen aus der Entfernung nur die höheren, in der Nähe nur die tieferen hört. Dies ist namentlich an Stimmgabeln und Glocken leicht zu beobachten.

Die Erfahrungen, welche ich selbst gesammelt habe, stimmen nun zu den Angaben Ringer's und Stricker's sehr gut. Ich stellte Versuche an mit Stimmgabeln, Zungenpfeifen, gedeckten und offenen Labialpfeifen mit den Tönen der Violine und mit den nach der Methode von Helmholtz[2]) hergestellten sogenannten einfachen Töne, und zwar mit einer bedeutenden Anzahl sehr verschiedener Tonhöhen. Stets zeigte sich bei Entfernung des Tonwerkzeuges eine Erhöhung des Tones. Die Erscheinung ist so täuschend, dass einmal ein sehr feiner Musiker, dem ich ein Experiment produzirte, mir erklärte, die Stimmgabel klinge in der Entfernung einen halben Ton höher. Erst später bemerkte er die Täuschung. Auch an der grossen Schlossbergglocke zu Graz habe ich dieselbe Beobachtung gemacht. Sie klingt am Fusse des Schlossberges bedeutend höher, als oben am Fusse des Glockenthurms. Sie gibt nach der Bestimmung des Herrn Dr. Wilhelm Mayer, Directors des steiermärkischen Kunstvereins, die Töne 10 in der obigen Notenangabe. Man hört in der Nähe deutlicher as, in der Entfernung deutlicher des.

Dasselbe was die Entfernung der Tonquelle bewirkt auch die Schwächung des Tones. Ich führe zwei kurze weiche Gummiröhren in die Gehörgänge ein. Wenn ich die offenen Mündungen mit den Fingern langsam zudrücke, so höre ich natürlich die Töne von Stimmgabeln, Glocken, Labialpfeifen, Violinen, Clavieren, Zungenpfeifen schwächer und in gleichem Masse höher. — W. Weber[3])

---

[1]) Stricker, Pogg. Ann. 1864. Nr. 2.

[2]) Helmholtz, Tonempfindungen.

[3]) Diese Notiz ist in eine grosse Anzahl akustischer Werke übergegangen.

bemerkt, dass der Ton einer Stimmgabel mit dem Ausschwingen etwas in die Höhe ziehe. Er nimmt an, dass die Gabel kleinere Schwingungen rascher ausführe. Möglich, dass sich aus der Theorie schwingender Stäbe eine ähnliche Folgerung ziehen lässt. Da sich aber in mehreren Abhandlungen Weber's [1]) keine Angabe findet, wie das Factum constatirt wurde, so muss ich annehmen, dass es aus der Beobachtung mit dem blossen Ohre gefolgert worden sei. Dann ist aber die Angabe höchst wahrscheinlich falsch oder gehört wenigstens zu den physiologischen Erscheinungen. Denn einmal kann ich dasselbe bewirken, wenn ich die Gabel in gleicher Amplitude, also gleicher Schwingungsdauer fortschwingen lasse und den Ton blos subjectiv durch Zudrücken des Gummiröhrchens schwäche. Dann ist es mir wenigstens bei meinen vorläufigen Versuchen nicht gelungen, durch die optische Methode nach Lissajous einen Unterschied in der Schwingungsdauer zu constatiren. Wenn ich nach Wheatstone und Terquem einen Stab als Kaleidophon anwende, so zeigen sich wechselnde Schwingungscurven. Der Wechsel müsste rascher sein bei kleinen Schwingungen. Das ist er nicht, so weit meine Beobachtung reicht. Und doch ist diese Methode anerkannt weit feiner als das Ohr.

Woher kommt nun diese Erhöhung des Tones bei der Entfernung oder subjectiven Abschwächung? Zunächst sind wir darüber klar, dass die Tonhöhe nicht wirklich geändert werden kann, so fern wir unter Tonhöhe die Schwingungszahl verstehen. Die Erhöhung ist also nur subjectiv, scheinbar, physiologisch. Nach den Gesetzen, welche Poisson, Ostrogradsky und Petzval [2]) bezüglich der Erhaltung der Schwingungsdauer mathematisch bewiesen haben, kann dies keinem Zweifel mehr unterliegen. — Zum Überflusse kann man sich noch durch das Experiment hievon überzeugen. Obgleich eine Stimmgabel bei der Entfernung höher wird, dissonirt sie doch nicht mit einer gleichgestimmten in der Nähe. Geben zwei Gabeln mit einander Schwebungen, so bleibt die

---

1) Pogg. Ann. XIV. 174 — XIV. 397 — XVI. 193 — XVI. 415 — XVII. 193.

2) Petzval, über ein neues Princip der Undullationslehre. Sitzb. d. Wien. Akad. 1852. — Siehe meine experimentelle Beleuchtung des Principes in Pogg. Ann. 1863.

Zahl dieselbe, wenn man die eine entfernt. Es ist auch ganz unmöglich, anzugeben, um wie viel die Gabel höher wird.

Die Frage ist nunmehr eine andere. Woher kommt die Täuschung? Oder um richtiger zu sprechen, woher kommt die physiologische Erscheinung, da wir es mit keiner physikalischen mehr zu thun haben. — Es ist bekannt, dass Töne von ungleicher Klangfarbe schwer der Höhe nach zu vergleichen sind. Die mehr oder weniger hervortretenden Obertöne können das Ohr verführen, höher oder tiefer zu schätzen. Mit einem Worte, die hier in Frage kommende Erscheinung ist wahrscheinlich ein Wechsel der Klangfarbe, bedingt durch Intensitätswechsel der Obertöne.

Dass dem wenigstens in manchen Fällen so sei, davon kann man sich durch ein einfaches Experiment überzeugen. Ich construire mir eine sehr einfache Nörrnberg'sche Interferenzröhre, indem ich eine Gummiröhre in zwei Zweige auslaufen lasse, deren Längenunterschied in Bezug auf eine bestimmte Stimmgabel eine halbe Wellenlänge beträgt. Beide Zweige schliessen wieder in einer einzigen Röhre, welche in den Gehörgang gesteckt wird, während vor der andern Mündung die Stimmgabel schwingt. Es wird, wenn man durch beide Zweige hört, der Grundton der Stimmgabel fast ganz aufgehoben und der Ton schlägt fast in die Octave um. Dies beweist, dass die Stimmgabel beim Schwingen nicht nur einen einfachen Ton und unharmonische Obertöne, sondern auch harmonische Obertöne, und zwar geradzahlige auslöst; die Erscheinung wäre sonst nicht möglich. Dies stimmt auch mit den Entwickelungen von Helmholtz [1]). Wenn man nun die Länge der Zweige in unserer Röhre variirt, so kann man den Grundton beliebig schwächen und gleichzeitig die geradzahligen Partialtöne beliebig verstärken. Bei diesem Process zeigt sich aber eine scheinbare Erhöhung des ganzen Klanges, welche man erst nach längerem Studium als eine blosse Veränderung der Klangfarbe erkennt. Da aber nun ein Hervortreten der Obertöne schon in einem bestimmten Falle Erhöhung bewirkt, so ist es, so lange keine andere Erklärung aufzufinden ist, wenigstens höchst wahrscheinlich, dass die scheinbare Erhöhung überall durch dieselbe Ursache hervorgebracht werde.

---

[1]) Helmholtz, Pogg. Ann. Bd. 99, S. 538.

Wie soll aber durch die Entfernung der Tonquelle oder durch die subjective Schwächung des Tones ein Überwiegen der Obertöne zu Stande kommen? — Die Ursachen können verschiedene sein und es wirken wahrscheinlich mehrere zusammen. — Zunächst können diese Ursachen rein physikalisch sein, d. h. in der zum Ohre gelangenden Luftbewegung liegen. Betrachten wir die Stimmgabeln. Die Stimmgabeln bringen der Luft gleichzeitig stets entgegengesetzte Phasen von nahezu gleicher Intensität bei. Die Stellen aber, an welchen entgegengesetzte Phasen erregt werden, liegen auch bei den höchsten Stimmgabeln so nahe an einander, dass ihre Entfernung gegen die Wellenlänge verschwindet. Beschreibt man nun von diesen Stellen aus mit gleichen Radien Wellenflächen, so fallen diese desto mehr zusammen, je grösser die Radien sind. Je grösser die Entfernung, desto mehr heben sich die Schwingungen auf. Desshalb hört man die Stimmgabeln nicht weit. Aber gerade an jenen Stellen, an welchen sich die Grundtöne schwächen, also in grösserer Entfernung, müssen sich die geradzahligen Partialtöne verhältnissmässig verstärken. — Analoge Verhältnisse, wenn auch nicht in dem Masse, finden sich an allen schwingenden Körpern. Sowohl freie als auch auf Resonanzkästchen gesetzte Stimmgabeln zeigen die Erscheinung.

Man könnte nun ferner daran denken, dass verschiedene Partialtöne eines Klanges beim Durchgange durch die Luft ungleich geschwächt, absorbirt, in Wärme umgewandelt werden. Dann wäre aber a priori das Gegentheil von dem wirklich Beobachteten zu erwarten. Raschere Schwingungen werden doch wahrscheinlich rascher verzehrt. Überhaupt müsste diese Absorption, sollte der Unterschied so gross sein, überhaupt einen bedeutenden Werth erreichen und sich sonach auch sonst schon bemerkbar gemacht haben. Wir können also hievon vorläufig absehen.

Diese Ursachen könnten nur bei der Entfernung der Tonquelle wirksam sein. Die Erhöhung bei subjectiver Schwächung des Tones fordert eine andere Erklärung. Wenn ich das Gummiröhrchen im Gehörgange verengere, kann wohl nichts anderes geschehen, als dass alle Partialtöne eines Klanges in gleichem Verhältnisse geschwächt werden. Woher nun das Überwiegen der Obertöne? — Werden höhere Töne bei geringerer physikalischer Intensität verhältnissmässig stärker vom Ohre aufgenommen?

Wenn W. Weber's oben erwähnte Angabe richtig wäre, so könnten wir uns dies wohl vorstellen. Kleinere Schwingungen werden rascher ausgeführt. Demnach würden die Körper bei kleineien Schwingungen auch durch raschere Schwingungen verhältnissmässig mehr in's Mitschwingen versetzt. Das Phänomen könnte dann seinen Grund haben im Gehörnerv, im Labyrinth, in den Knöchelchen, im Trommelfell oder gar in allem zusammen. Aber das Ganze ist wie gesagt problematisch.

Dass die Erscheinung subjectiv sei, kann kaum einem Zweifel unterliegen. Ich will es versuchen, darüber eine Ansicht aufzustellen. Für die Schallempfindung gilt nach Fechner [1]) das E. H. Weber'sche Gesetz. Nennen wir y die Empfindungsintensität eines Tones von der physikalischen Intensität x, welcher bei der Intensität b auf die Schwelle tritt, so besteht die Gleichung

$$y = a. \log\left(\frac{x}{b}\right) \text{ und für eine andere Tonhöhe}$$

$$y_1 = a_1 \log\left(\frac{x}{b_1}\right).$$

Beide Gleichungen können als Gleichungen von Curven angesehen werden. Die Curven haben einen Durchschnitt, d. h. die psychologischen Intensitäten werden gleich, wenn

$$a \log\left(\frac{x}{b}\right) = a_1 \log\left(\frac{x}{b_1}\right), \text{ oder wenn}$$

$$x = \text{num. log}\left(\frac{a \log b - a_1 \log b_1}{a - a_1}\right).$$

Für $b = b_1$ finden wir $x = b$. Die psychologischen Intensitäten wären gleich, wenn sie eben auf die Schwelle treten. Dieser Fall ist für uns werthlos, da wir ausserdem wissen, dass b und b_1 für ungleiche Tonhöhen ungleich sind. Der Durchschnitt fällt auf ein anderes x, wenn $b \gtrless b_1$, $a \gtrless a_1$ ist. Wir finden für die Differenz

$$y - y = \varphi = a \log\left(\frac{x}{b}\right) - a_1 \log\left(\frac{x}{b_1}\right) \text{ und}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{a - a_1}{x}$$

Die Differenz ändert sich also fortwährend in demselben Sinne, so lange sich x in demselben Sinne ändert. Schreiben wir a, b

---

1) Fechner, Psychophysik. II.

einem tiefern, a_1, b_1 einem höhern Ton zu, nehmen nach der Erfahrung an, dass $b > b_1$, so brauchen wir für die durch die Erfahrung noch unbestimmten Constanten a, a_1, blos festzusetzen, dass $a > a_1$ um sofort das Phänomen zu begreifen [1]). Bei geringerer Intensität überwiegen dann die höheren, bei grösserer die tieferen Töne. Wir sind berechtigt, diese Ansicht einstweilen als eine empirische festzuhalten, ohne uns zu entscheiden, wo die Constanten a, a_1, b, b_1, ihren Werth erhalten, ob im Gehörnerv oder in einem andern Theile des Ohres.

Die scheinbare Erhöhung bei Entfernung oder Schwächung eines Klanges ist also meiner Ansicht nach eine blosse Veränderung der Klangfarbe und hat ihren Grund in dem Überwiegen der Obertöne, welches theils durch physikalische, theils durch psychophysische Ursachen herbeigeführt wird. Man könnte nun einwenden, dass dann einfache Töne die Erscheinung nicht zeigen könnten. Sie tritt aber nur in geringerem Masse auf. Doch habe ich mich überzeugt, dass es ganz unmöglich ist, vollkommen einfache Töne hervorzubringen. Einmal weil die Stimmgabel, wie gezeigt wurde, auch ihre harmonischen Obertöne gibt. Dann weil diese Obertöne zwar wenig aber doch von den Helmholtz'schen Resonatoren verstärkt werden. Endlich weil wahrscheinlich jeder physikalisch einfache Ton im Ohre Obertöne auslöst.

Während des Druckes dieser Abhandlung stiessen mir zwei neue Beobachtungen auf, die ich mir vorläufig nicht zurechtlegen kann. Das Geklapper einer kleinen Windmühle schien tiefer zu werden, wenn ich die Ohren mit den Fingern zuhielt. Auf einem mit Watte verstopften Ohre glaubte ich eine Stimmgabel tiefer zu hören als auf dem andern.

V. Bringt man zwei wenig in der Tonhöhe verschiedene Stimmgabeln vor ein Ohr, so hört man die bekannten Schwebungen. Hiebei hat man neben dem Intensitätswechsel deutlich den Eindruck, als ob bald der höhere, bald der tiefere Ton überwiegen würde. Da aber die Töne sich gegenseitig zerstören und schwächen, so ist dies eine Täuschung, welche auf der Veränderung der Klangfarbe beruht. Der geschwächte Ton erscheint etwas höher, schon dess-

---

[1]) Was die Constante a betrifft, vergl. meine Vorträge über Psychophysik. Österr. Zeitschr. f. prakt. Heilkunde. 1863.

halb, weil die geradzahligen Obertöne sich verstärken, wenn die Grundtöne sich schwächen.

Die gewonnenen Resultate enthalten zugleich die Erklärung einiger, in I, II angeführten Beobachtungen. Jeder Klang zieht bei der Schwächung, wie diese auch geschehen mag, scheinbar in die Höhe und wird gleichzeitig leer durch Überwiegen der Obertöne.

VI. Indem ich das Studium einiger von Scott-Alison [1]), Fechner [2]) und Anderen beobachteter akustischer Thatsachen, welche namentlich für die Psychophysik wichtig sind, für eine spätere Abhandlung verspare, betrachte ich hier noch eine Streitfrage, die mehrmals schon von Dove, Seebeck, Harless, Rinne und Fechner behandelt wurde.

Bringt man zwei der Höhe nach etwas verschiedene Stimmgabeln vor das Ohr, so hört man Schwebungen. Dieselbe Erscheinung tritt auf, obgleich etwas schwächer, wenn je eine Gabel vor ein Ohr gebracht wird. Die Sache ist auf den ersten Blick sehr räthselhaft, indem man die Gabeln durch die Luft nicht von einem Ohre zum andern hinüber hört. Man muss demnach an Durchleitung des Schalles durch die Kopfknochen oder an eine noch complicirtere Annahme denken. Die Durchleitung wird von manchen Forschern bestritten, da sie von vielen nicht direct beobachtet werden konnte. Wenn ich einem Gehilfen vor ein Ohr eine Stimmgabel halte und aus dem andern ein Röhrchen in mein Ohr führe, so höre ich selbst die Gabel nicht. Wohl aber habe ich eine hinreichende Anzahl anderer Beobachter gefunden, welche die Gabel hörten und um Täuschungen zu vermeiden mir den Ton angaben. Wenn Jemand die Gabel nicht hört, so dürfte daran nur seine Hörfähigkeit Schuld tragen. Die Annahme der Durchleitung, die sich überhaupt durch ihre Einfachheit empfiehlt, ist auch theoretisch wahrscheinlich. Der Gehörapparat ist vorzüglich geeignet, Schall auf die Kopfknochen zu übertragen.

Seebeck [3]) stellt drei mögliche Annahmen auf, um das Factum zu erklären:

---

[1]) Scott Alison, On the differential stetophone. Proceedings of the royal Soc. Vol. IX. Nr. 31, p. 196.

[2]) Fechner, Über das binoculäre Sehen. Abhandl. d. königl. sächs. Gesellsch. 1860.

[3]) Seebeck, Pogg. Ann. Bd. 68.

1. Die beiden Gehörnerven sympathisiren so, dass sich die Eindrücke verstärken, wenn beide Trommelfelle in gleicher Richtung schwingen;

2. die beiden Gehörnerven sympathisiren so, dass sich die Eindrücke verstärken, wenn beide Trommelfelle in entgegengesetzter Richtung schwingen;

3. es findet Durchleitung statt.

Die Annahme einer Sympathie ist für mich höchst unwahrscheinlich. Jede Gabel löst in jedem Ohr so zu sagen einen continuirlichen Empfindungsstrom aus, der gar nichts mehr von Vibration an sich hat. Wie kommen diese Empfindungsströme dazu, sich wie Schallwellen zu verhalten?

Seebeck selbst versucht eine Widerlegung der zwei ersten Punkte, indem er vor beiden Ohren zwei Sirenen aufstellt, welche abwechselnd gleiche und entgegengesetzte Schwingungsphasen von sich geben. Da sich kein Unterschied in der Schallstärke zeigt, so wäre die Annahme der Sympathie widerlegt. Seebeck vergisst jedoch, dass, falls das Experiment entscheidend wäre, nothwendig auch die dritte Annahme der Durchleitung mit aufgehoben wäre.

Seebeck's Methode ist eben unbrauchbar, weil man die Sirenen kreuzweise hinüber hört. Ich habe das Experiment anders ausgeführt. Eine Röhre, vor deren Mündung eine Stimmgabel schwingt, lauft in drei Zweige *a*, *b*, *c* aus, deren Längen beziehungsweise λ, $\frac{\lambda}{2}$, λ sind, wobei λ die Wellenlänge der Stimmgabel ist. Die Röhren *a*, *b* laufen in eine Mündung zusammen und führen zum linken Ohr, die Röhre *c* geht zum rechten. Jede der Gummiröhren kann zugedrückt werden. Höre ich blos durch *a*, *b*, so hebt sich der Schall fast ganz auf, denn ich habe dann eine Nörenberg'sche Röhre vor mir. Bei der Combination *a*, *b*, *c* ist der Schall schwächer, als bei *a*, *c*, oder *b*, c. Nehme ich abwechselnd *a c*, *b c*, so habe ich den Eindruck der Schwebungen, zwar nicht so deutlich wie ihn zwei Gabeln hervorbringen, aber doch merklich. Es treten nämlich hiebei abwechselnd gleiche und entgegengesetzte Phasen in beide Ohren. Das geringere Hervortreten der Schwebungen schreibe ich dem Umstande zu, dass bei so geringen Unterschieden, wie sie hier auftreten, die Unterscheidungsfähigkeit durch die kurze Pause, welche beim abwechselnden Zudrücken von *a* und *b* entsteht, verloren geht.

Ich habe das Experiment noch anders wiederholt. Es wurden durch eine Röhrenvorrichtung gleiche und entgegengesetzte Phasen von den verschiedenen Zinkenseiten einer und derselben Stimmgabel aufgefangen, was wohl nicht nöthig ist, besonders zu beschreiben. Der Erfolg war derselbe.

Das angeführte Experiment kann über Sympathie oder Durchleitung gar nicht entscheiden; es ist nur eine künstliche Nachahmung der zu untersuchenden Erscheinung. Die Annahme der Durchleitung ist aber so einfach und ausreichend, dass ich nicht anstehe, sie für die richtige zu halten.

VII. Vor Kurzem habe ich eine Ansicht aufgestellt, nach welcher das Ohr eine Accommodation für die Tonhöhe hätte, und nach welcher ferner die Tonhöhe nach dem Masse dieser Accommodationsanstrengung geschätzt würde. Ist die Ansicht richtig, so lässt sie pathologische Erscheinungen vermuthen, welche, wie ich glaube, wirklich vorkommen. Gerade so, wie Augenmuskellähmungen ein Seitwärtsgreifen nach dem gesehenen Gegenstande, ein Verfehlen des wahren Ortes zur Folge haben, gerade so müsste eine Accommodationslähmung des Ohres ein Überschätzen der Tonhöhe bewirken. In beiden Fällen wäre die gewöhnliche Muskelanstrengung, nach gewohntem Masse gemessen, das Verführende. Lassen wir die Thatsachen sprechen. Ich erlaube mir mehrere pathologische Fälle auszuführen.

1. Dr. Gruber[1]) erwähnt einen Fall, der einen Militärcapellmeister in der Nähe Wiens betraf. Derselbe verlor das Unterscheidungsvermögen für die Töne. Er hörte jeden angeschlagenen Ton um einen halben Ton höher.

2. v. Wittich[2]) berichtet über eine Beobachtung an sich selbst, die ich ihres Interesses wegen im Auszuge anführen muss. v. Wittich stellte an sich eine Reihe von Untersuchungen an, nachdem er vier Wochen früher von einer heftigen Entzündung des mittleren und später auch des äusseren Ohres befallen worden. Er hörte dann nur sehr schwach das Pochen der Taschenuhr mit dem kranken Ohre, und zwar blos dann, wenn er das Zifferblatt dicht an die Ohrmuschel drückte. Das Schlagen einer im Zimmer stehenden

---

1) Gruber, Österr. Zeitschr. f. prakt. Heilkunde. X. Jahrg. Nr. 3.

2) v. Wittich, Königsberger medicin. Jahrbücher. Bd. 3. 1861. S. 40—45.

Stockuhr vernahm er in nächster Nähe, wenn er derselben sein krankes Ohr zukehrte, nachdem das gesunde verstopft war. Er hörte das Geräusch des Klöpfels bei dem Anschlagen in einer Entfernung von vier Fuss mit dem kranken Ohr beträchtlich schwächer, als mit dem verstopften gesunden. Verschloss er das letztere, so bemerkte er die mechanische Arbeit einer schwachtönenden Tischglocke in einer Entfernung von $1\frac{1}{2}$ Fuss. Das Klingen wurde erst wenige Zoll vom Ohre wahrgenommen. Die Schwingungen einer zwei Zoll vom kranken Ohre befindlichen Stimmgabel hörte er äusserst leise, aber mit voller Schärfe. War sie auf A gestimmt, so klang sie einen halben Ton höher auf dem kranken, als auf dem gesunden Ohre. Zwei Stimmgabeln, von denen die eine A und die andere B gab, klangen gleichzeitig angeschlagen vollkommen gleich, wenn B vor dem gesunden und A vor dem kranken Ohre gehalten wurde. Alle Töne mittlerer Höhe der eingestrichenen Octave, die Wittich pfiff oder auf dem Claviere anschlug, klangen doppelt und zwar um einen halben Ton verschieden. Töne, die jenseits oder diesseits $\bar{d}$ — $\bar{\bar{d}}$ lagen, klangen einfach. Diese Ergebnisse änderten sich nicht, nachdem man den äussern Gehörgang des kranken Ohres mit Watte verstopft, mit Wasser gefüllt, Luft in die Eustach'sche Röhre gepresst, die Spannung des Trommelfells durch das Zusammenpressen der Kiefer geändert oder alle Kaumuskeln ruhig gelassen hatte. Wurde die in A tönende Gabel auf die Zähne des Unterkiefers bei offenem Munde gesetzt, so hörte Wittich zunächst sehr laut A, das allmählich verklingend nach B hinaufzog. Setzte er die tönende Gabel auf die Schädelknochen, so hörte er B oder A, das mit B verklang, je nachdem dies näher oder ferner dem kranken Ohre geschah. — Die allgemeine Gehörempfindung war nicht in gleichem Masse wie die musikalische Tonempfindung zerstört. Wittich konnte schwache Geräusche, die man sonst neben dem Klingen des Metalles kaum wahrnimmt, in einer Entfernung hören, in der er das Tönen einer Glocke nicht bemerkte. Die Schwerhörigkeit verschwand später langsamer als die Verstimmung des musikalischen Gehörs, die allmählich abklang.

3. Herr Professor E. H. Weber hat ebenfalls einen ähnlichen Fall an sich beobachtet und hatte die besondere Güte, mir das Protokoll hierüber zur Verwendung mitzutheilen, welches ich mit dessen eigenen Worten folgen lasse.

„Als ich in den ersten Tagen des Decembers 1857 in einem ungeheizten Zimmer sass und schrieb, nahm ich plötzlich eine Veränderung in meinem linken Ohre wahr. Ich hörte nämlich ein continuirliches gleichmässiges Geräusch wie ein Tosen. Bis dahin hatte ich niemals am Gehör gelitten. Nachdem diese subjective Empfindung vier Tage und Nächte fortgedauert hatte, machte ich mit dem kranken Ohre einige Versuche, aus welchen sich ergab:

a) dass ich eine Taschenuhr vor diesem Ohre in derselben Entfernung picken hörte, als vor dem gesunden, nämlich ungefähr bis zur Entfernung von 600 Millim.;

b) dass ich den Ton von zwei Stimmgabeln, welche angeschlagen das eingestrichene f und g gaben oder von Stimmgabeln, die einen noch tieferen Ton hervorbrachten, gar nicht hörte, wenn die Stimmgabeln vor dem kranken Ohre gehalten wurden, wohl aber sehr gut hörte, wenn sie dem gesunden rechten Ohre genähert wurden;

c) dass ich das eingestrichene b und alle noch höheren Töne, für welche ich besondere Stimmgabeln besass, sowohl vor dem gesunden als kranken Ohre hörte, dass indessen mir der Ton dann vor dem kranken linken Ohre etwas schwächer und etwas höher zu sein schien, als vor dem gesunden rechten;

d) nachdem dieser Zustand einige Tage fortbestanden hatte, bemerkte ich am 9. December eine Veränderung: Ich beobachtete nämlich, dass ich nun mit dem kranken Ohre wieder hören konnte, wenn die Stimmgabeln, die angeschlagen die Töne f und g gaben, vor dasselbe gehalten wurden, dass ich aber ihren Ton mit dem kranken Ohr beträchtlich höher, nämlich richtig um eine halbe Tonstufe höher hörte, als mit dem gesunden rechten Ohre. Da man den Ton der angeschlagenen in der Hand gehaltenen Stimmgabeln nur bei grosser Annäherung an das eine oder andere Ohr hören kann, nicht aber mit beiden Ohren zugleich, so liess sich der Unterschied der Tonhöhe, die man zu empfinden glaubte, sehr bestimmt ermitteln, wenn ich die tönende Stimmgabel abwechselnd vor das kranke und gesunde Ohr hielt;

e) der sub *d)* angegebene Zustand dauerte aber nur zwei Tage fort, dann trat der frühere Zustand bei dem kranken Ohre wieder ein, wo ich die Töne f und g gar nicht hörte, wohl

aber die Töne der früheren Stimmgabeln vom eingestrichenen b an, die mir jetzt mit dem kranken Ohre gehört schwächer aber nicht höher zu sein schienen, als mit dem gesundem Ohre;

f) am Pianoforte, wo der angeschlagene Ton gleichzeitig zu beiden Ohren drang, nahm ich nicht wahr, dass ich mit dem linken Ohre einen höheren, mit dem rechten einen tieferen Ton empfände, auch dann nicht, wenn ich das eine oder das andere Ohr abwechselnd zuhielt. Freilich hörte ich auch den Ton, wenn ich beide Ohren zu gleicher Zeit zuhielt.

Unstreitig richtete ich hierbei unwillkürlich meine Aufmerksamkeit auf den Ton, den ich mit dem gesunden Ohre vernahm und wendete sie von dem kranken Ohre ab, wie das nicht selten hinsichtlich der Augen bei Schielenden geschieht. Ich hörte also die Töne musikalischer Instrumente nicht doppelt;

g) die mit den Stimmgabeln ausgeführten Experimente griffen mein Nervensystem sehr an. Es entstand dadurch eine so grosse Reizbarkeit des Gehörs, dass ich mich mehrere Wochen in eine vollkommene Stille zurückziehen musste, da mir schon das Knistern des Feuers im Ofen, oder das Geräusch bei dem Zusammendrücken von steifem Papiere unangenehme Empfindungen verursachte. Dieses ist auch der Grund, warum ich diese Versuche nicht weiter fortgesetzt habe, obgleich jene Reizbarkeit wieder verschwunden ist;

h) die Tonbestimmung sub *d)*, nach welcher der mit dem linken Ohre gehörte Ton der genannten Stimmgabeln richtig um eine halbe Tonstufe höher war, als wenn dieselben Stimmgabeln vor das rechte Ohr gehalten und dann allein nur durch dieses gehört wurden, beruht nicht allein auf der unmittelbaren Schätzung, sondern wurde auch dadurch bestimmt, dass der mit dem linken Ohre gehörte Ton mit dem entsprechenden Tone auf einem Pianoforte verglichen wurde, den ich mit beiden Ohren zugleich und wie oben schon bemerkt wurde, richtig hörte, und dass eben so bei der Bestimmung des Tones verfahren wurde, den ich mit dem rechten Ohre allein hörte.“

4. Ich habe häufig gehört, dass Leute mit Trommelfelldefecten auf einem Ohr meist ungleich hoch auf beiden Ohren hören. Es war

mir indess nicht möglich, hierüber Genaueres zu erfahren, da ich keinen hinreichend intelligenten Patienten dieser Art sprechen konnte. Nach dem vorher Besprochenen würde ich vermuthen, dass solche Leute auf dem verletzten also schwächeren Ohre etwas höher hören. Es würde hiebei die gewöhnliche Täuschung mitspielen.

Auf Rechnung dieser Täuschung allein lassen sich aber die sehr genau untersuchten Fälle 2, 3 nicht bringen. Ich kann sie also bis auf Weiteres einstweilen als Bestätigung meiner Theorie ansehen.

Die Fälle von Ungleichhören dürften nicht so selten sein, als man gewöhnlich glaubt; nur ist es meist schwer, verlässliche Angaben zu erhalten. Ja, nach Fessel [1]) scheint der Fall des Ungleichhörens freilich in weit geringerem Grade, sogar der normale zu sein. Fessel constatirte nämlich durch genaue Messungen, dass die meisten Leute auf dem rechten Ohre etwas höher hören [2]). Es ist dies ein Seitenstück zu Fechner's Beobachtung, nach welcher fast constant ein Ohr etwas schwerhöriger ist, als das andere. Eine solche Gesetzmässigkeit weist auf eine teleologische Bedeutung hin. Sollte die Natur so zu sagen durch eine absichtliche Asymetrie des Körpers Localzeichen für rechts und links ermöglicht haben?

Ich schliesse diese Betrachtung in der Hoffnung, mit Hilfe constantschwingender Stimmgabeln und einer neuen otoskopischen Methode, die eine Anwendung des Lissajon'schen ist, demnächst das Vorgetragene weiter verfolgen zu können.

Ich habe vor einiger Zeit auch Versuche angestellt, um die Theorie zu prüfen, welche jedoch erfolglos blieben. Ich versuchte vergebens durch Atropin und Kohlensäure eine momentane Lähmung der Muskel des mittleren Ohres herbeizuführen. Die aufgeführten Hamlet-Scenen gingen spurlos vorbei.

---

[1]) Fessel, Pogg. Ann. 1860, S. 189—191.

[2]) Durch die Güte des Dr. Jutmann in Graz kam mir zwar ein Patient zu, der der jedoch leider auf dem verletzten Ohre absolut taub gefunden wurde.

XXI. SITZUNG VOM 13. OCTOBER 1864.

Herr Prof. Simony spricht über die Temperaturverhältnisse und Wassermengen der Quellenleitungen im Hallstätter Salzberge.

Herr Dr. Gust. Laube legt die I. Abtheilung einer Abhandlung über „die Fauna der Schichten von St. Cassian" vor, enthaltend die Spongitarien, Corallen, Echiniden und Crinoiden.

Herr Dr. J. Wiesner überreicht eine Abhandlung betreffend „die mikroskopische Untersuchung der Maislische und der Maisfaserproducte."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academia de Ciencias exactas, fisicas y naturales de Madrid: Memorias. Tomo II. (1ª Série. Ciencias exactas. Tomo I°, Parte 2.) Madrid, 1863; 4°.

Academy, The American, of Arts and Sciences: Proceedings. Vol. VI. Sign. 11—22. January—November 1863. 8°.

— of Natural Sciences of Philadelphia: Journal. New Series. Vol. V. Part. 4. Philadelphia, 1863; 4°. — Proceedings. 1863, Nro. 1—7 January—December. 8°.

Akademie der Wissenschaften, königl. bayer. zu München: Sitzungsberichte. 1864. I. Heft 3. München; 8°. — Geschichte der Wissenschaften in Deutschland. Neuere Zeit. I. und II. Bd. München, 1864; 8°.

Annalen der königl. Sternwarte bei München. XIII. Bd. München, 1864; 8°.

Annales des mines. VIᵉ Serie. Tome V., 2ᵉ Livraison de 1864. Paris, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1494. Altona, 1864; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. Nr. 12. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIᵉ Année, 25ᵉ Volume, 14ᵉ Livraison. Paris, 1864; 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XV. Bd. 4. Hft. u. XVI. Bd. 1. Hft. Berlin, 1864; 8°.

— allgemeine Schweizerische für die gesammten Naturwissenschaften: Neue Denkschriften. Bd. XX. (der zweiten Dekade Bd. X.) Zürich, 1864; 4°. — Verhandlungen bei ihrer 47. Versammlung zu Samaden. 1863. Chur; 8°.

— naturforschende, in Bern: Mittheilungen. Nro. 531—552. Bern, 1863; 8°.

— königl. physikalisch-ökonomische, zu Königsberg: Schriften. IV. Jahrg. 1863. II. Abthlg. Königsberg, 1863; 4°.

— physikalisch-medicinische: Würzburger medicinische Zeitschrift. V. Bd. 1. Hft. Würzburg, 1864; 8°.

— Schlesische, für vaterländische Cultur: Abhandlungen. Philos.-histor. Abtheilung: 1864. Hft 1; Abtheilung für Naturwissenschaften und Medicin. 1862. Hft. 3. Breslau; 8°. — 41. Jahres-Bericht. Breslau, 1864; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLII. Theil, 1. & 2. Hft.; Inhaltsverzeichniss zu Theil XXVI bis XL. Greifswald, 1864; 8°.

Jahrbuch des naturhistorischen Landesmuseums von Kärnten. XII. Jahrg. 1863. Klagenfurt, 1864; 8°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie von H. Will. Für 1863. 1. Heft. Giessen, 1864; 8°.

Land- und forstwirthschaftl. Zeitung. XIV. Jahrg. Nro. 29. Wien, 1864; 4°.

Lea, Isaac, Observations on the Genus Unio. Vol. 10. (Read before the Academy of Nat. Sc. of Philadelphia, and published in their Journal.) Philadelphia; 4°.

Lyceum of Natural History of New York: Annals. Vol. VIII. Nro. 1. New York & London, 1863; 8°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1864, IX. Bd. 9. Hft. Wien; 8°.

Mondes. 2e Année, Tome VI, 6e Livraison. Paris, Leipzig, Tournai, 1864; 8°.

Moniteur scientifique, 187e Livraison. Tome VI, Année 1864. Paris; 4°.

Museum of Comparative Zoölogy: Annual Report 1863. Boston, 1864; 8°. — Bulletin. Nro. 1—3. 1864; 8°.

Reader. Nro. 93. Vol. IV. London, 1864; Folio.

Report of the Commissioner of Patents for the year 1861. Arts & Manufactures. Vol. I & II. Washington, 1863, 8°. — Introductory Report for 1864. 8°.

Smithsonian Institution: Smithsonian Contributions to Knowlegde. Vol. XIII. Washington, 1864; 4°. — Reports. 1861 & 1862. 8°. — Miscellaneous Collection. Vol. V. Washington, 1864; 8°. — John Dean, The gray substance of the *Medulla oblongata* and *Trapezium* (Smiths. Contrib. to Kn.) Washington, 1864; 4°. — John L. Leconte, New Species of North American Coleoptera. Part I. (Smiths. Miscell. Coll.) Washington, 1863; 8°. — *Idem ibidem*, List of the Coleoptera of North America. Part I. Washington, 1863; 8° — T. Egleston, Catalogue of Minerals. *(Ibidem)* 1864; 8°. — George Gibbs, A Dictionary of the Chinook Jargon, or Trade Language of Oregon. *(Ibidem)* 1863: 8°. — List of foreign Correspondents of the Smithsonian Institution. *(Ibidem)* 1862; 8°. — Catalogue of Publications of the Smithsonian Institution. *(Ibidem)* 1862; 8°.

Società Reale di Napoli: Atti dell'Accademia delli scienze fisiche e matematiche. Vol. I. Napoli, 1863; 4°. — Rendiconto dell' Accad. d. sc. fis. e mat. Anno II. Fasc. 11—12. Nov. —Dic. 1863; Anno III. Fasc. 1—2. Gennajo—Febbr. 1864; 4°.

Sociéte Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1864. Nr. 2. Tome XXXVII. 1re Partie. Moscou; 8°.

— des Sciences naturelles du Grand-Duché de Luxembourg. Tome VIIe. Année 1864. Luxembourg; 8°.

— géologique de France: Bulletin. Tome XXIe, Feuilles 1—13. Paris, 1863—1864; 8°.

— Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. VIIIe Année, Nro. 5. Constantinople, 1864; 4°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. 1863, Nro. 3 & 4; 1864, Nro. 1. Calcutta; 8°. — *Bibliotheca Indica.* Nro. 201—202 & New Series. Nro. 42—43. Calcutta, 1863; 8°.

— The Boston, of Natural History: Boston Journal of Nutural History. Vol. VII. Nr. 4. Boston, 1863; 8°. — Proceedings. Vol. IX. Sign. 12—20. April 1863 — March 1864. 8°.

Society, the Chemical: Journal. Ser. 2, Vol. II. April—June 1864. London; 8°.

— the Zoological, of London: Transactions. Vol. V. Part 3. London, 1864; 4°. — Proceedings. 1863, Parts I—III. London, Paris, Leipzig; 8°.

— the American Philosophical: Proceedings. Vol. IX. Nr. 70. 1863; 8°.

Verein naturforschender, in Brünn: Verhandlungen. II. Bd. 1863. Brünn, 1864: 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XIV. Jahrgang. Nro. 40. Wien. 1864; 4°.

Zeitschrift des allgemeinen österreichischen Apotheker-Vereins. Redigirt von Fr. Klinger. I. Jahrg. 1863. (Der österr. Zeitschrift für Pharmacie XVII. Jahrg.) Wien, 1863; 8°.

XXII. SITZUNG VOM 20. OCTOBER 1864.

Herr A. v. Gyra zu Kleczuvka in Mähren übersendet eine Abhandlung, betitelt: „Die exakte Entwicklung des Naturganzen nach dem Prinzipe der Äquivalenz der relativen Bewegungen", mit dem Ersuchen um deren Beurtheilung.

Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung: „Bibliographie der künstlichen Mineralien-Erzeugung" vor.

Herr Prof. Dr. E. Brücke übergibt eine Abhandlung: „Über die Folgen der Durchschneidung des *Nervus opticus*", von Herrn Dr. B. Rosow aus Petersburg. Die betreffenden Untersuchungen wurden im k. k. physiologischen Institute der Wiener Universität angestellt.

Herr Director Dr. E. Fenzl liest seinen Bericht über die vom hohen k. k. Staatsministerium übersendete filzartige Substanz, welche auf einer überschwemmt gewesenen Wiese bei Horucko in Galizien gesammelt wurde.

Herr Prof. Dr. F. v. Hochstetter berichtet über die Resultate der von ihm, im Auftrage der Classe unternommenen Nachforschungen auf Pfahlbauten in den Seen von Kärnten und Krain.

Herr Dr. L. Ditscheiner überreicht eine Notiz über „die Krystallformen einiger Platincyanverbindungen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. Nr. 1495—1496. Altona, 1864; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXIX. Jahrgang, 1.—8. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1864; 4° & Folio.

Bern, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863—1864. 4° & 8°.

Breslau, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863—1864. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX, Nr. 13. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 15e Livraison. Paris, 1864; 8°.

Göttingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1862/3. 4° & 8°.

Helsingfors, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863/4. 4° & 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXII. Heft 3. Speyer, 1864; 8°.

Jahres-Bericht der Ober-Realschule in Böhmisch-Leipa für das Schuljahr 1864. B.-Leipa 1864; 4°.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863—64. 4° & 8°.

Lund, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1861—1863. 8°, 4° & Folio.

Mondes. 2ᵉ Année, Tome VI. 7ᵉ, Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Pest, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1863—64. 4° & 8°.

Reader. No. 94, Vol. IV. London, 1864; Folio.

Tübingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1862—63. 4° & 8°.

Upsala, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863—64. 4° & 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrgang, Nr. 42. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrg., Nr. 25. Gratz, 1864; 4°.

Zeitschrift des allgemeinen österreichischen Apotheker-Vereines. II. Jahrgang, Nr. 1—20. Wien, 1864; 8°.

Über die Folgen der Durchschneidung des Nervus opticus.

Von Dr. B. Rosow aus Petersburg.
(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 2 Tafeln.)

Zu der von mir am 14. April der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorgelegten Mittheilung: „Experimente über Durchschneidung des Sehnerven", erlaube ich mir jetzt die Resultate meiner weiteren Untersuchungen über diesen Gegenstand hinzuzufügen.

A. Einem alten rothäugigen Kaninchen wurde der Opticus hart am Eintritt in den Bulbus durchschnitten. Die ersten vier Tage nach der Operation wurden, ausser der Röthe und der Undeutlichkeit der Papillacontouren und der theilweisen Erweiterung der Retinalvenen, keine besonderen Erscheinungen an dem Auge bemerkt. Nach dieser Zeit wurden plötzlich alle Retinalgefässe fast gänzlich unsichtbar, so dass man nur 3—4 dünne Gefässe an der Papille selbst bemerken konnte, die kaum ihren Rand überschritten. Die Farbe der Papilla war röther als normal, ihre Contouren erschienen noch viel undeutlicher als früher; in der Wunde stellte sich eine leichte Eiterung ein. In diesem Zustande verharrte das Auge ungefähr acht Tage, wonach die Wunde sich gänzlich schloss und die Papille mehr und mehr zu erblassen anfing. Die sehr dünnen Retinalgefässe wurden etwas grösser, die Sehnervenausstrahlung bekam ein trübes Aussehen. Das Kaninchen wurde 67 Tage nach der Operation getödtet. Vor dem Tode zeigte es folgende ophtalmoskopische Erscheinungen: die Papille von trüber, etwas grauer Farbe, mit undeutlichen Contouren, die Retinalgefässe waren sehr dünn und kurz, die Sehnerausstrahlung von mattem Aussehen und auf einem beschränkteren Raume sichtbar. Das ausgeschnittene Auge zeigte, dass das centrale Ende des *Nervus opticus* nach innen und unten vom peripherischen mit der Sclerotica verwachsen war; an der Stelle des peripherischen Endes befand sich eine halbdurchsichtige Ectasie. Die mikroskopische Untersuchung der Retina ergab, dass alle ihre Elemente vollkommen

erhalten waren; nur die Faserschicht hatte einen molekulären Zerfall in dem Grade erlitten, dass es nur mit Mühe gelang, die einzelnen feinen und marklosen Fasern zu isoliren.

B. Ein 5 bis 6 Monate altes braunes Kaninchen. Die ersten Tage nach der Operation war die Papille röther und die Retinalgefässe etwas dicker als im normalen Zustande. Nach anderthalb Wochen aber fing die Papille an zu erblassen und sich zu excaviren; die Retinalgefässe kehrten fast zu ihrer normalen Weite zurück. Fünf Wochen nach der Operation fing die Sehnervausstrahlung an sich zu trüben, besonders deutlich in einiger Entfernung (nach unten und oben) von den Hauptstämmen der Retinalgefässe. Nach acht Wochen fingen einige Sehnervfascikeln, die nach unten von der Papille verlaufen, zu verschwinden an, alle übrigen wurden dünner; die Excavation der Papille vergrösserte sich. Nach 142 Tagen, wo das Thier getödtet wurde, bot es folgende ophtalmoskopische Erscheinungen dar: Die Papille war von grau röthlicher Farbe und hatte eine der glaucomatösen ähnliche Excavation; die Retinalgefässe zeigten weder in ihrer Länge noch Weite deutliche Abweichungen von der Norm; die Sehnervausstrahlung war nach oben und unten von der Papille fast gänzlich verschwunden: an den Seiten aber (wo die Hauptmassen der Nervenfasern liegen) waren die Fascikeln viel dünner und verloren, mit Ausnahme eines kleinen Streifens, an welchem die Gefässe verlaufen, ihr glänzend weisses Aussehen. Das ausgeschnittene Auge gab denselben Befund des centralen und peripherischen Endes des *Nervus opticus,* wie im vorigen Falle. Nach der Herausnahme des Gehirns stellte es sich heraus, dass der *Nervus opticus* der operirten Seite von grauer Farbe und bedeutend dünner als der normale war; dieser atrophische Process verbreitete sich deutlich durch das Chiasma auf die Wurzel der entgegengesetzten Seite. Ein nach vorne von der Papille aus der frischen Retina herausgeschnittenes Stück zeigte bei der mikroskopischen Untersuchung vollkommen erhaltene markhaltige Nervenfasern und die ganz intacte Stäbchenschicht. Die Querschnitte der in der Müller'schen Flüssigkeit erhärteten Retina ergaben, dass auch die übrigen Elemente ihre normale Beschaffenheit behalten hatten. Die nochmalige sorgfältige Untersuchung der Faserschicht bestätigte, dass, wenn auch die Zahl der Fasern bedeutend vermindert war, die vorhandenen aber sich in nichts von den normalen unterschieden.

Auf der Tafel I ist der Grund des normalen, auf Tafel II der des pathologischen Auges dieses Kaninchens nach dem vor der Tödtung aufgenommenen Augenspiegelbefunde abgebildet.

C. Ein altes weisses Kaninchen. Die Erscheinungen am Auge waren binnen der ersten Wochen nach der Operation dieselben, wie im vorigen Fall. Im Verlaufe der dritten Woche wurden die Gefässe etwas dünner und die Sehnervausstrahlung matter, als in normalem Zustande. Während der folgenden 10—12 Wochen kehrten die Gefässe zum normalen Umfange zurück, die Sehnervausstrahlung aber fing bemerklich an zu schwinden. Die ophtalmoskopischen Erscheinungen nach 178 Tagen, wo das Kaninchen getödtet wurde, waren: Die Papille war von grauer, halbdurchschimmernder Farbe und mehr als in der Norm excavirt, die Retinalgefässe normal. Die Sehnervausstrahlung fast vollständig verschwunden und nur auf einem sehr beschränkten Raume an den Seiten der Papille, dem Verlaufe der Gefässe folgend, bemerkbar. Das ausgeschnittene Auge zeigte denselben Befund des centralen und peripherischen Endes, wie in dem vorigen Falle, nur war die Atrophie des centralen Endes noch deutlicher ausgesprochen. Ein zusammen mit den Hauptstämmen der Gefässe an der Seite der Papille ausgeschnittenes Stück der frischen Retina zeigte, von der innern Oberfläche betrachtet, in Vergleich mit dem entsprechenden Theile der gesunden Retina, kaum bemerkbare Spuren von Sehnervfascikeln; dennoch gelang es hie und da einzelne oder zusammengehäufte markhaltige Nervenfasern nachzuweisen. Die Querschnitte der erhärteten Retina zeigten, dass die übrigen Elemente vollkommen normal waren; die zurückgebliebenen Nervenfasern waren meistentheils marklos und sehr dünn, dabei ergab es sich, dass sie in der Peripherie besser als in der Nähe der Papille erhalten und dort auch in relativ grösserer Menge vorhanden waren.

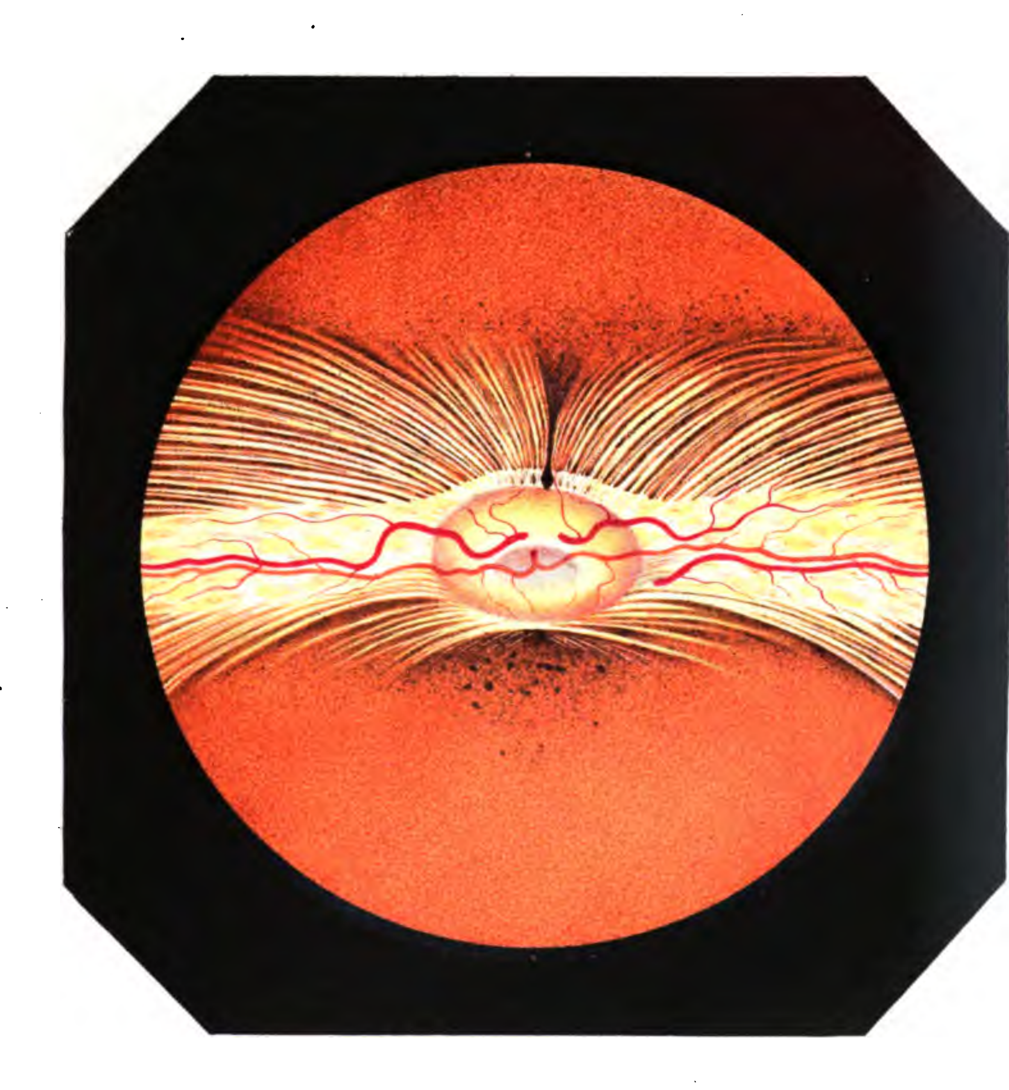
Was die Gefässe des Augapfels der Kaninchen betrifft, kann ich Folgendes mittheilen: Die grobe Injection (Leim mit Zinnober) zeigte, dass die *Art. centralis* in ihrem Verlaufe unter dem *Nervus opticus*, in dessen Substanz sehr nahe von der Sklera eintritt, so dass die anatomische Möglichkeit gegeben ist, den *Nervus opticus* nach unserer Methode (von oben) zu durchschneiden ohne die Arterie zu verletzen. Um sich davon zu überzeigen, wurde von uns eine Reihe von Injectionen (mit löslichem Berlinerblau) an so eben, oder

einige Tage früher operirten Kaninchen vorgenommen, und dabei gelang es mir in zwei Fällen die Integrität der *Arteria centralis* nachzuweisen; in den übrigen Fällen konnte ich mich, der Schwierigkeiten der Präparation wegen, nicht so vollkommen davon überzeugen, wenn auch die Gefässe der Retina mehr oder weniger injicirt waren. Die hinteren Ciliararterien sind so gelegen, dass sie von der Operation ganz unberührt bleiben, weil sie in den Bulbus nach unten und an den Seiten des Opticus eintreten. Was die Retinalgefässe der Kaninchen im Allgemeinen anbelangt, so kann ich nur die Behauptung H. Müller's bestätigen, dass diese Gefässe bei den Kaninchen sich an den Stellen vertheilen, wo die Fascikeln des Sehnerven verlaufen (d. h. die Hauptstämme nach vorne und hinten, die kleineren Verzweigungen nach oben und unten von der Papille), so dass der grösste Theil der Retina bei ihnen gefässlos ist. Auf dem Umkreise der Papille beobachtete ich ein sehr dichtes Capillarnetz.

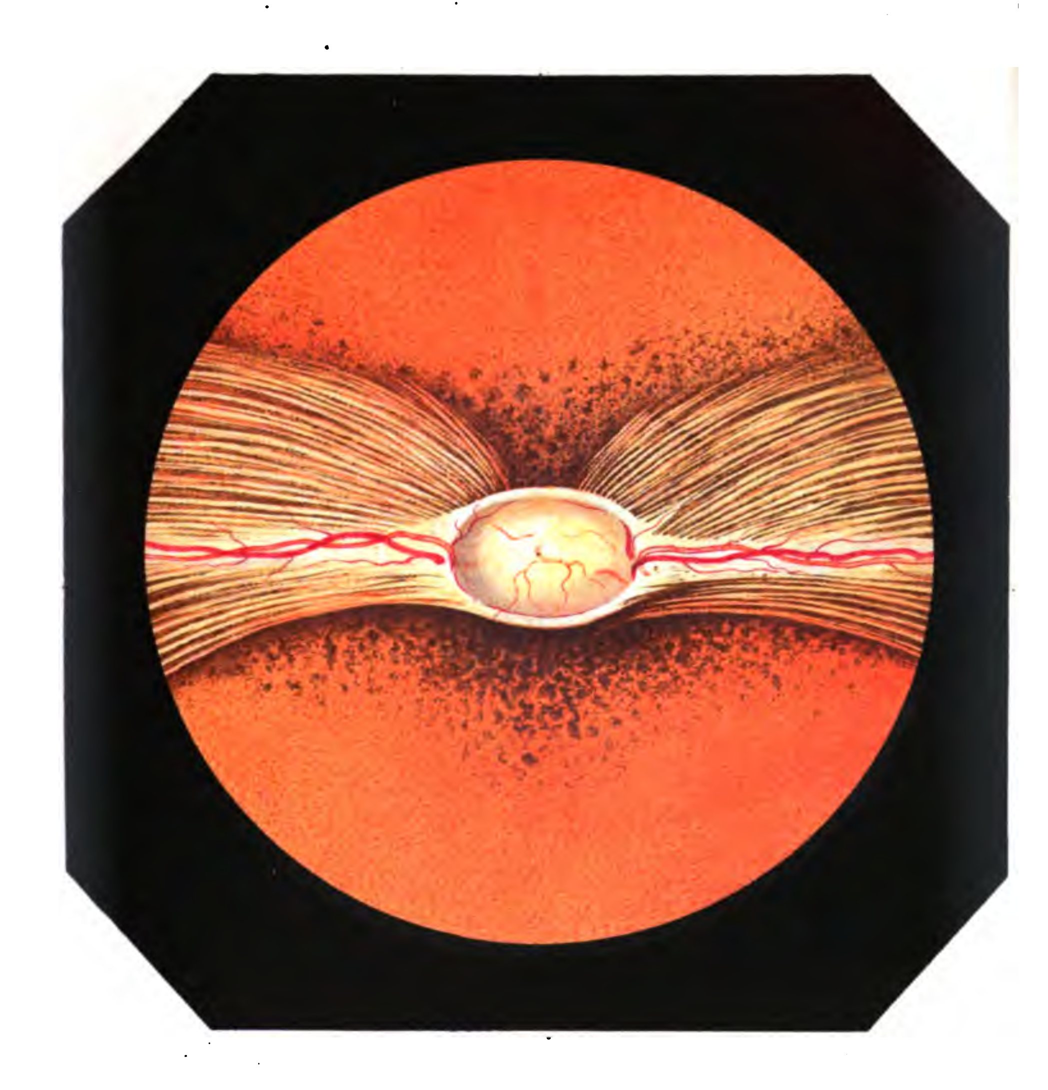
Aus den mitgetheilten Untersuchungen erlaube ich mir folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Die Durchschneidung des Sehnerven, wenn sie ohne ungünstige Zufälle (unter denen ohne Zweifel die Störungen in der Blutcirculation der Retina, Fall *A*, und eine heftige entzündliche Reaction die wichtigsten sind) verläuft, hat nicht unbedingt schnelle Fettdegeneration der Faserschicht der Retina in ihrem Gefolge, wie es früher behauptet wurde. Im Falle *B* fanden wir nach 142 Tagen (ein Zeitraum, der mehr als genügend ist, um den fettigen Zerfall anderer vom Centrum getrennter Nerven herbeizuführen) den grössten Theil der Fasern noch vollständig erhalten. Nach 178 Tagen fanden wir im Falle *C*, wenn auch eine kleine Anzahl, so doch gut erhaltene Nervenfasern.

2. Die Momente, welche zerstörend auf die Faserschicht der Retina einwirken, haben keinen schädlichen Einfluss auf die übrigen Retinalelemente; woraus man zu schliessen berechtigt ist, dass die Vitalität dieser Elemente vollkommen unabhängig von der Vitalität der Faserschicht sei.



Gem. u. lith. v. Dr. Heitzmann. Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



Gez. u. lith. v. Dr. Heitzmann. Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Die Krystallformen einiger Platincyanverbindungen.

Von Dr. L. Ditscheiner.

(Mit 1 Tafel.)

Die im Folgenden beschriebenen Platincyanverbindungen sind mir von meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor A. Schrötter, welcher dieselben zuerst darstellte, gefälligst zur Untersuchung übergeben worden.

Die angegebenen Winkelwerthe sind Mittel aus mehreren Messungen, die an dem Reflexions-Goniometer des Laboratoriums des k. k. polytechnischen Institutes, dessen Nonien halbe Minuten abzulesen gestatten, gemacht wurden.

Es scheint bemerkenswerth, dass diese Rubidiumcyanverbindungen mit den entsprechenden Kaliumcyanverbindungen nicht isomorph sind. Ob dieser Isomorphismus überhaupt nicht stattfindet oder ob die Verschiedenheit der Form in einem verschiedenen Wassergehalte ihre Erklärung findet, kann natürlich erst nach Veröffentlichung der genaueren Analysen dieser Verbindungen entschieden werden. Das von Piccard im 86. Bande, Seite 449 des Journals für praktische Chemie als zweifach schiefprismatisch beschriebene Ferrocyanrubidium $Rb_2\,Fe\,Cy_3 + 2\,HO$ besitzt ebenfalls einen anderen Wassergehalt als das von Grailich (Preisschrift, Seite 129) gemessene pyramidale Kaliumeisencyanür $K_2\,FeCy_3 + 3HO$.

Die ebenfalls von Herrn Professor Schrötter dargestellten Thalliumplatincyanür und Thalliumbaryumplatincyanür waren leider in so kleinen und unvollständigen Krystallen, dass eine genauere Bestimmung mit ihnen nicht vorgenommen werden konnte.

Rubidiumplatincyanür.

Fig. 1 und 2.

Die grünlich gelben, schwach fluorescirenden Krystalle dieser Verbindung gehören dem schiefprismatischen Systeme an.

$a : b : c = 1\cdot1098 : 1 : 0\cdot6372,\ ac = 80^\circ\ 39'5$

Beobachtete Flächen: (101) ($\bar{1}$01) (011) (010) (100)

	beobachtet	berechnet
(010) (110)	47° 32′	47° 36′
(110) (1$\bar{1}$0)	84 53	84 48
(110) ($\bar{1}$10)	95 5	95 12
(100) (110)	* 42 24	
(110) ($\bar{1}$01)	* 116 13	
($\bar{1}$01) ($\bar{1}$10)	63 50	63 47
(010) ($\bar{1}$01)	90 0	
(010) (100)	90 0	
($\bar{1}$00) (101)	—	126 44
(101) (100)	53 14	53 16
($\bar{1}$00) ($\bar{1}$01)	—	67 21
(100) (10$\bar{1}$)	112 30	112 39
(110) (101)	—	73 29
($\bar{1}$10) (101)	—	106 31
(101) ($\bar{1}$01)	* 59 23	—

Rubidiumbaryumplatincyanür.

Fig. 3, 4 und 5.

Die gelblich weissen Krystalle dieser Verbindnng gehören ebenfalls dem schiefprismatischen Systeme an.

$a : b : c = 1\cdot0780 : 1 : 0\cdot9745,\ ac = 62^\circ\ 54'$

Beobachtete Flächen: (111) ($\bar{1}$11) (110) (101) ($\bar{1}$01) (010) (001) (100).

	beobachtet	berechnet
(111) (1$\bar{1}$1)	* 82° 3′	
(111) ($\bar{1}$10)	* 77 54	
(010) (110)	* 43 49	
(100) (001)	—	117° 6′
($\bar{1}$00) (001)	—	62 54

	beobachtet	berechnet
$(\bar{1}11)$ (110)	30° 52′	30° 40′
$(\bar{1}10)$ $(1\bar{1}1)$	134 21	134 25
$(\bar{1}11)$ $(\bar{1}\bar{1}1)$	—	56 11
$(\bar{1}11)$ (010)	—	61 55
$(\bar{1}11)$ $(\bar{1}01)$	—	28 5
(111) $(\bar{1}11)$	—	67 24
(111) (010)	49 2	48 58
(010) $(1\bar{1}0)$	133 42	133 49
(110) $(\bar{1}\bar{1}0)$	87 36	87 38
(110) $(1\bar{1}0)$	—	92 22
(111) (101)	—	41 2
(101) (100)	—	63 16
(101) (001)	—	53 50
(001) $(\bar{1}01)$	—	29 41
$(\bar{1}01)$ $(\bar{1}00)$	—	33 13
(101) $(\bar{1}01)$	—	83 31

Ammoniummagniumplatincyanür.

Am Mg Pt_2 Cy_4 + 6 HO.

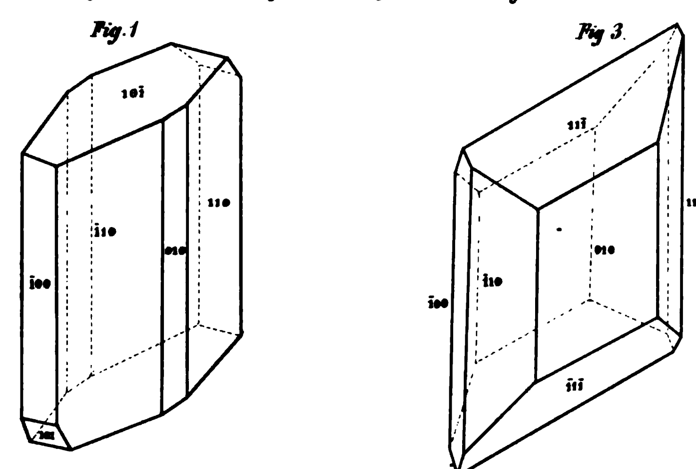
Fig. 6 und 7.

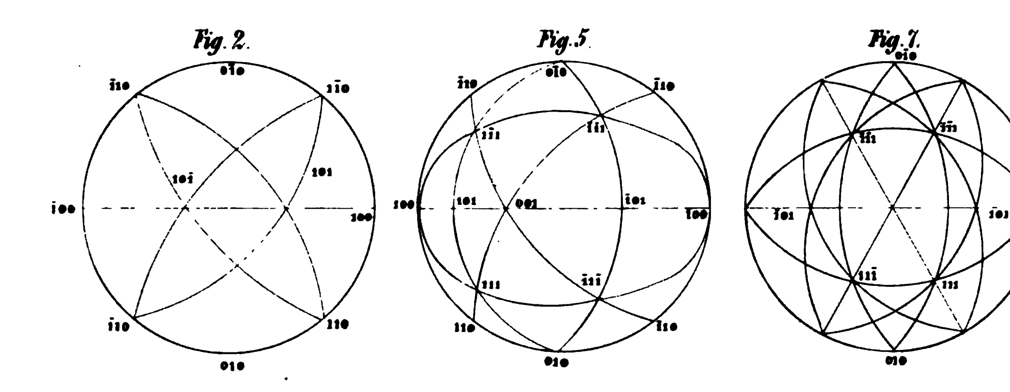
Die ausgezeichnet schön kirschrothe, stark fluorescirende Verbindung krystallisirt im prismatischen Systeme.

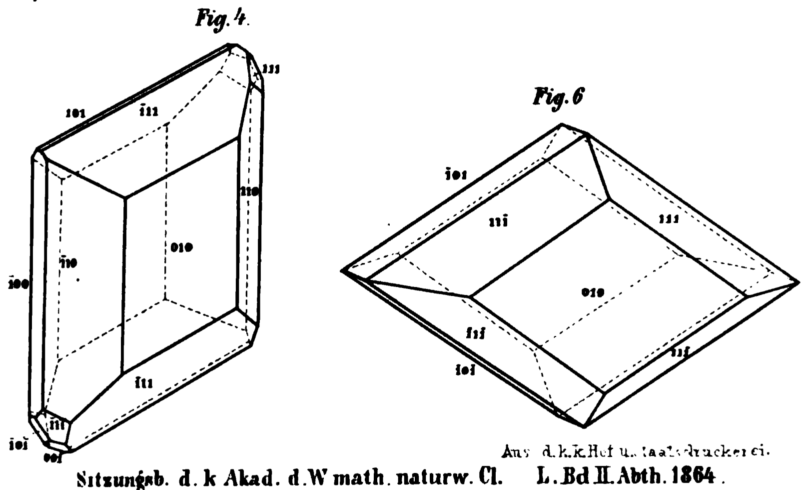
$a : b : c = 1 : 0·7420 : 0·3948$

Beobachtete Flächen: (111) (101) (010).

	beobachtet	berechnet
(010) (111)	* 63° 40′	
(111) $(\bar{1}11)$	* 38 26	
(111) (101)	26 20	26° 20′
(111) $(1\bar{1}1)$	52 40	52 40
(010) (101)	90 0	
(010) $(1\bar{1}1)$	112 52	112 55
(111) $(\bar{1}11)$	67 4	67 5
(111) $(\bar{1}01)$	49 6	49 8
(101) $(\bar{1}01)$	—	52 52







Aus d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

9.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XXIII. SITZUNG VOM 3. NOVEMBER 1864.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Le Ghiandole acinose dello Stomaco", von Herrn Dr. Ruggero Cobelli;

„Intorno ai sussidj meccanici meglio acconci a determinare con precisione il numero delle pulsazioni cardiache nei conigli", von den Herren G. P. Vlacovich und M. Ritter v. Vintschgau;

„Studien über den Phonautographen von Scott", von Herrn F. Lippich, Assistenten im physikalischen Institute zu Prag.

Herr Alex. W. Lamberg, k. k. Telegraphen-Amtsleiter in Wels, übermittelt ein versiegeltes Schreiben zur Aufbewahrung zur Sicherung seiner Priorität.

Herr Prof. Dr. R. Kner erstattet Bericht über die Resultate der von ihm im Auftrage der Classe unternommenen Nachforschungen auf Pfahlbauten in den Seen von Oberösterreich.

Herr Prof. Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung des Cand. Med. Herrn Schenk: „Über die erste Anlage des Gehörorgans der Batrachier" vor.

Das c. M., Herr Dr. Theodor Kotschy, spricht über 105 Pflanzenarten, die in Gondokoro am weissen Nil durch den verstorbenen Provicar Ign. Knoblecher gesammelt wurden.

Das c. M. Herr Prof. J. Stefan, überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Ein Versuch über die Natur des unpolarisirten Lichtes und die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung seiner optischen Axe", nebst einer Notiz „über Nebenringe am Newton'schen Farbenglase".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie R. des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique: Bulletin. 33e Année, 2e Série, Tome XVIII, Nr. 7 & 8. Bruxelles, 1864; 8°.

Academy, The Royal Irish: Transactions. Vol. XXIV. Antiquities: Part I.; Polite Literature: Part I.; Science: Part III. Dublin, 1864; 4°. — Proceedings. Vol. VIII. Parts 1—6. Dublin, 1861—1864; 8°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Juni — August 1864. Berlin; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1497. Altona, 1864; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXIX. Jahrg. 9. & 10. Heft, nebst Atlas. Wien, 1864; 4° & Folio.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. Nr. 14—16. Paris, 1864; 8°.

Cosmos. XIII° Année, 25° Volume, 16°—17° Livraisons. Paris, 1864; 8°.

Dove, H. W., Die Witterungserscheinungen des nördlichen Deutschlands im Zeitraum von 1858 — 1863. (Herausgegeben vom k. statist. Bureau in Berlin.) Berlin, 1864; 4°.

Gesellschaft, Naturforschende, in Emden: 49. Jahresbericht. Emden, 1864; 8°. — Kleine Schriften XI. Emden, 1864; 4°.

Hinrichs, Gust., Terrestrial Magnetism. a Consequence of the Earth's Motion in Ether; how confirmed by Observation. Jowa City, Jowa, 1864; 8°. — On the Density, Rotation, and relative Age of the Planets. (From the Amer. Journ. of Sc. & Arts, Vol. 37.) 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg. Nr. 30—31. Wien, 1864; 4°.

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. XIV. Jahrg. September 1854. Prag; 8°.

Lund, Universität: Nordisk Universitets-Tidskrift: VI. Jahrg. 3. Heft; VII. Jahrg. 2.—4. Heft; VIII. Jahrg., 1.—4. Heft; IX. Jahrg., 1. Heft. Christiania, Lund, Kopenhagen, Upsala, 1861—1863; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1864. IX. Heft. Gotha; 4°.

Mondes. 2° Année. Tome VI, 8°—9° Livraisons. Paris, Leipzig, Tournai, 1864; 8°.

Moniteur scientifique. 188° Livraison. Tome VI°. Année 1864. Paris; 4°.

Reader. Nr. 95. Vol. IV. London, 1864; Folio.

Society, The Royal, of London: Philosophical Transactions for the Year 1863. Vol. 153. Parts I & II. London, 1863—1864; 4°· — Proceedings. Vol. XII. Nr. 57; Vol. XIII. Nr. 58—64. London 1863—64; 8°· — Observations of the Spots on the Sun from November 9 1853, to March 24, 1861, made ad Redhill by Richard Christopher Carrington. London, 1863; 4°· — The Royal Society, 30th November, 1863. 4°·

Thomson, C. G., Skandinaviens Coleoptera. Tom. IV, V. & VI. Lund & Berlin, 1862—64; 8°·

Wiener medizin. Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 43—44. Wien, 1864; 4°·

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIII. Jahrg. Nr. 26. Gratz, 1864; 4°·

Zeitschrift des allgem. österr. Apotheker-Vereines. 2. Jahrg. Nr. 21. Wien, 1864; 8°·

— für Chemie & Pharmacie von Erlenmeyer. VII. Jahrg. Nr. 19. Heidelberg, 1864; 8°·

Ein Versuch über die Natur des unpolarisirten Lichtes und die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung seiner optischen Axe.

Von J. Stefan.

Die Natur der Schwingungen, welche in einem polarisirten Lichtstrahle auf einander folgen, ist durch die Definition dieses Strahles als eines geradlinig, circular oder elliptisch polarisirten vollkommen bestimmt. Dies ist jedoch nicht der Fall mit den Schwingungen in einem unpolarisirten Strahle. Diese können geradlinige oder elliptische, oder auch abwechselnd geradlinige, elliptische und kreisförmige sein. Aus den bisherigen Erfahrungen über das Verhalten eines unpolarisirten Strahles konnte man nur schliessen, dass die Richtungen der Schwingungsgeraden oder der Axen der Schwingungsellipsen so rasch hinter einander wechseln, dass das Auge nach Zerlegung dieser Schwingungen die wechselnden Grössen ihrer Componenten nicht mehr gesondert wahrzunehmen vermag.

Aber noch zwei Fälle sind von vorne herein möglich. Erstens der, dass es keine unpolarisirten Strahlen, sondern nur unpolarisirte Strahlenbündel gibt. Bei unseren Versuchen operiren wir nie mit einzelnen Strahlen, sondern immer mit Bündeln von Strahlen. Alle unsere Erfahrungen beziehen sich also nur auf letztere. Ein unpolarisirtes Strahlenbündel könnte nun auch aus einfachen polarisirten Strahlen, von denen aber jeder in einer anderen Weise polarisirt ist, bestehen. Statt dass die Schwingungen hinter einander unregelmässig verlaufend angenommen werden, kann diese Unregelmässigkeit auch den neben einander erfolgenden zugeschrieben werden. Gegen diese Ansicht über das Wesen des unpolarisirten Lichtes können zunächst theoretische Bedenken erhoben werden. Lichtstrahlen sind keine selbstständigen Grössen, sie sind nur die Fortpflanzungsrichtungen von Wellen. Die grosse Unregelmässigkeit der Schwingungen in benachbarten Orten einer Welle ist sehr unwahrscheinlich, namentlich wenn die Welle bereits weit vom Erregungspunkte fortgeschritten. Es wird aber die Unhaltbarkeit dieser Ansicht noch durch jeden Interferenzversuch dargethan. Nur durch einen

ausserordentlichen Zufall könnte es gelingen, zwei Theile eines Strahlenbündels durch Interferenz zum gegenseitigen Auslöschen zu bringen, wenn in jedem dieser Theile Schwingungen von allen möglichen Richtungen vorhanden wären. Es gehörte dazu eine gesetzmässige Vertheilung der Schwingungen in den zwei Theilen und eine bestimmte Übereinanderlagerung dieser Theile. Diese beiden verhielten sich gegen einander wie zwei Bündel, die verschiedenen Lichtquellen entströmen, und die ebenfalls auf keine Weise zur gegenseitigen Auslöschung gebracht werden können.

Einen zweiten noch denkbaren Fall hat Lippich aufgestellt, nämlich den, dass es zwar unpolarisirte Strahlen zusammengesetzten Lichtes, aber keine unpolarisirten Strahlen homogenen Lichtes gibt. Pflanzen sich nach einem Strahle Schwingungen von vielerlei Perioden fort, so kann jede dieser Schwingungsweisen eine andere Art der Polarisation besitzen und der zusammengesetzte Strahl wird dann unpolarisirt erscheinen. Dieser Ansicht stellen sich die Thatsachen entgegen, dass unpolarisirtes weisses Licht, wenn es polarisirt wird, noch immer weiss ist; dass in einem weit ausgebreiteten Spectrum, welches aus weissem unpolarisirtem Lichte entfaltet wird, keine Polarisation der einzelnen Theile nachweisbar ist; dass in einem Spectrum, welches aus polarisirtem weissem Lichte entfaltet wird, keine anderen dunklen Linien auftreten, als die bekannten Fraunhofer'schen. Gegen diese Einsprache der Erfahrung muss diese Ansicht daher noch durch die weitere Hypothese geschützt werden, dass der Polarisationszustand von Farbe zu Farbe ausserordentlich rasch wechsle, dass die feinste Linie im Spectrum, z. B. eine der Natriumlinien noch Schwingungen von sehr vielerlei Perioden und eben so vielerlei Polarisationsweisen enthalte. Durch diese Hypothese sichert sich diese Ansicht gegen jeden Versuch, selbst gegen einen solchen, durch den Schwebungen zwischen Strahlen von wenig verschiedener Periode nachgewiesen würden. Sie wird aber eben dadurch unwahrscheinlicher. Zugleich ist zu bemerken, dass mit dem Leugnen eines unpolarisirten homogenen Lichtes doch nur gemeint werden kann, dass Wechsel in den Schwingungsrichtungen in einem Strahle erst in so grossen Zeiträumen eintreten, dass das Auge dieselben zu erkennen vermag. Nehmen wir aber an, dieser Wechsel finde rascher statt, so befinden wir uns wieder auf dem ursprünglichen Standpunkte, den wir auch beibehalten wollen.

Gibt es also unpolarisirte Strahlen sowohl im zusammengesetzten als im homogenen Lichte, so bleiben jetzt zwei Fragen zu erledigen.

Erstens. Sind die in einem unpolarisirten Strahle auf einander folgenden Schwingungen geradlinig oder elliptisch, oder abwechselnd geradlinig, kreisförmig und elliptisch?

Zweitens. Wie rasch ändern sich die Richtungen der geradlinigen Schwingungen oder die Richtungen der Axen der Schwingungsellipsen längs des Strahles.

Die erste Frage kann durch folgendes Experiment erledigt werden. Man theile ein unpolarisirtes Strahlenbündel homogenen Lichtes in zwei, drehe in dem einen der Bündel die Richtungen der Schwingungsgeraden oder die Richtungen der Axen der Schwingungsellipsen um einen rechten Winkel und bringe diesen zwei Bündeln einen Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen bei. Wenn diese zwei Bündel nunmehr zur Interferenz gebracht kein schwächeres Licht geben als vorher, so sind die Schwingungen in denselben geradlinig; schwächen sie sich, so sind die Schwingungen elliptisch oder rasch abwechselnd geradlinig und elliptisch; löschen sie sich vollkommen aus, so sind die Schwingungen kreisförmig.

Die Ausführung dieses Experimentes bietet Gelegenheit zu einer schönen Anwendung des in einem früheren Aufsatze beschriebenen Verfahrens, Interferenzlinien im prismatischen Spectrum zu erzeugen. Wenn man nämlich jenen Theil des von einer Spalte kommenden Strahlenbündels, welcher an der Seite der brechenden Kante des Prisma liegt, gegen den andern Theil verzögert, so treten im Spectrum den Fraunhofer'schen Linien parallele Interferenzstreifen auf, welche um so feiner und um so zahlreicher sind, je grösser der den beiden Strahlenbündeln beigebrachte Gangunterschied ist. Diesen kann man durch Glasplatten, welche in das Strahlenbündel von der Seite eingeschoben werden, erzeugen. Glasplatten von mehreren Millimetern Dicke geben mehrere tausend solcher Interferenzlinien, die in einem ausgebreiteten, z. B. durch vier Prismen erzeugten Spectrum gesehen werden können.

Statt einer Glasplatte kann man aber in das Strahlenbündel eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte einführen, welche neben der Verzögerung auch noch eine Drehung der Schwin-

gungsrichtungen hervorruft. Durch passende Wahl der Dicke dieser Platte kann die Drehung für jede beliebige Stelle im Spectrum auf einen gegebenen Werth gebracht werden. Man ist also auf diese Weise das bezeichnete Experiment auszuführen im Stande.

Es wurde eine links drehende Platte von 5·045 Millim. Dicke genommen und in das aus dem Collimator des Spectralapparates kommende Strahlenbündel eingeschoben. Es zeigten sich in dem durch vier Prismen erzeugten Spectrum schöne Interferenzlinien, über dreitausend an der Zahl. Sie waren sichtbar in allen Theilen des Spectrums. Es wurde nun die Platte gegen die einfallenden Strahlen senkrecht gestellt. Dieses senkrechte Einstellen ermöglicht eine Eigenschaft der beobachteten Interferenzlinien. Vergrössert man die Neigung der Platte gegen die einfallenden Strahlen, so wandern alle Interferenzlinien gegen das rothe Ende des Spectrums, verkleinert man die Neigung, so wandern sie in umgekehrter Richtung. Jede Interferenzlinie erreicht ihr Maximum der Deviation im Spectrum, wenn die Platte senkrecht auf der Richtung der einfallenden Strahlen steht. Nachdem diese Stellung der Platte erzielt war, wurde wieder das ganze Spectrum untersucht. Die Untersuchung ergab Folgendes. Die Interferenzlinien wurden von der Linie *H* gegen die Linie *G* hin immer schärfer und dunkler, vor der Linie *F* wurden sie am schwärzesten. Von da an nahm die Schwärze der Linien gegen gelb hin wieder ab, bei den Linien *D* waren die Linien schon sehr schwach und verschwanden vor der Linie *C* endlich gänzlich. Hinter der Linie *C* gegen *B* hin kamen wieder schwache Interferenzlinien zum Vorschein.

Eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke dreht die Schwingungsrichtungen der Farben, welche den Fraunhofer'schen Hauptlinien entsprechen, nach meinen Bestimmungen um folgende Winkel:

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
15°55	17°22	21°67	27°46	32°69	42°37	50°98.

Die beim Versuche verwendete Platte dreht daher die Schwingungsrichtungen dieser Farben um die Winkel

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
78°	87°	109°	139°	165°	214°	257°.

Die Schwingungen jener Strahlen, welche in der Nähe der Linie *C* und zwar auf der Seite gegen *D* hin liegen, erleiden somit

durch die Quarzplatte eine Drehung um 90° oder nahe 90°. Da an dieser Stelle die Interferenzlinien fehlen, so folgt: Das aus dem Collimator kommende unpolarisirte Licht enthält geradlinige Schwingungen.

Die Dunkelheit der Streifen nimmt gegen beide Enden des Spectrums hin zu, sie wird hinter *F* am stärksten, denn dort befinden sich die Strahlen, deren Schwingungen um 180° gedreht sind, wo beide Bündel wieder Schwingungen gleicher Richtung enthalten.

Dieser Interferenzversuch wurde noch mit mehreren Modificationen angestellt, ich will auch diese sammt den dabei gemachten Beobachtungen mittheilen.

Vor die Spalte des Spectralapparates wurde ein Nicol'sches Prisma gestellt, das aus dem Collimator kommende Licht war also linear polarisirt. An der Erscheinung im Spectrum änderte sich dadurch nichts. Wurde auch vor das Ocular des Beobachtungsfernrohres ein Nicol'sches Prisma gebracht, so wurden Interferenzlinien auch in der Gegend der Linie *C* sichtbar, wenn die Hauptschnitte der beiden Nicole geneigt gegen einander waren, sie erschienen am dunkelsten, wenn diese Neigung 45° betrug. Waren die Hauptschnitte parallel oder gekreuzt, so verschwanden die Streifen wieder, das Gesichtsfeld blieb auch in letzterem Falle hell. Die Interferenzstreifen treten bei geneigten Hauptschnitten der Nicole auf, weil das Prisma vor dem Ocular von den Schwingungen der frei und der durch die Quarzplatte gehenden Strahlen die in eine Ebene fallenden Componenten durchlässt. Die Streifen verschwinden bei parallelen und gekreuzten Nicolen, denn im ersten Falle gelangen nur die frei gehenden, im letzteren Falle nur die durch die Quarzplatte gehenden Strahlen in's Auge. In den übrigen Theilen des Spectrums sind die Streifen sichtbar mit und ohne Nicol vor dem Ocular, nur dann nicht, wenn die beiden Nicole gekreuzt sind, das Gesichtsfeld bleibt aber auch in diesem Falle licht, denn es gelangt eine Componente der durch die Quarzplatte gehenden Strahlen in das Auge, aber keine von den neben der Quarzplatte gehenden.

Auch wenn kein Nicol vor der Spalte stand, konnten durch einen Analyseur vor dem Ocular bei gewissen Stellungen desselben schwache Streifen auch in der Nähe der Linie *C* gesehen werden. Das auf die Spalte fallende Licht war theilweise polarisirt, wie eine directe Untersuchung erwies.

Vor die Spalte wurde endlich ein Fresnel'sches Parallelepiped, und hinter dieses ein Nicol'sches Prisma gestellt. Es konnte so linear, elliptisch und circular polarisirtes Licht in den Apparat geschickt werden. Bei Anwendung elliptisch polarisirten Lichtes erschienen im ganzen Spectrum Interferenzlinien, und zwar bei C um so schwärzere, je näher die elliptische Polarisation der circularen kam. Wurde circular-polarisirtes Licht in den Apparat geschickt, so waren die Interferenzlinien im ganzen Spectrum gleich vollkommen schwarz.

Das circular-polarisirte Licht, welches in den Spectralapparat geschickt wird, kann links oder rechts circular-polarisirtes sein. Man kann von dem einen zum andern übergehen, wenn man den Hauptschnitt des Nicol'schen Prisma vor dem Fresnel'schen Parallelepipede um einen rechten Winkel dreht. Die gleichzeitige Beobachtung der Interferenzstreifen im Spectrum ergab nun, dass beim Übergange vom links circular-polarisirten zum rechts circular-polarisirten Lichte eine Verschiebung der Interferenzstreifen stattfand, und zwar in der Weise, dass jeder Streifen vom violetten gegen das rothe Ende rückte. Diese Verschiebung war nur eine geringe, sie war ungleich für die verschiedenen Streifen, um so grösser, je näher der beobachtete Streifen dem violetten Ende des Spectrums lag und im grünen Theile des Spectrums, wo die Beobachtung am leichtesten zu machen war, nicht ganz der Distanz zweier auf einander folgender Streifen gleich. Um die Bedeutung dieser Verschiebung zu erkennen, wird es nothwendig, auf die Formeln, durch welche Zahl und Lage der Interferenzstreifen bestimmt sind, einzugehen.

Für den Fall, dass die Strahlen senkrecht auf die Platte fallen und ungebrochen durch dieselbe hindurchgehen, braucht das Licht, um durch die Platte von der Dicke D zu kommen, die Zeit $\frac{D}{v}$, wenn v die Geschwindigkeit des Lichtes in der Platte bedeutet. Ist V die Geschwindigkeit desselben in der Luft, so würde es in dieser Zeit in Luft den Weg $V\frac{D}{v}$, oder wenn $\frac{V}{v}$, der Brechungsquotient der Platte, mit μ bezeichnet wird, den Weg μD machen. Da es in dieser Zeit nur den Weg D macht, so erhält das durch die Platte gehende Licht gegen das durch die Luft gehende einen Gang-

unterschied $(\mu-1)D$. Alle jene Farben, für welche dieser Gangunterschied ein ungerades Vielfache ihrer halben Wellenlänge ist, werden durch Interferenz der beiden Strahlenbündel ausgelöscht, an ihren Stellen erscheinen im Spectrum die dunklen Streifen. Jeder solche ist also durch eine Gleichung von der Form

$$(\mu-1)D = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (1)$$

bestimmt, unter n eine ganze Zahl verstanden. Da μ für die einzelnen Strahlen vom rothen gegen das violette Ende zunimmt, λ hingegen abnimmt, so wird aus dieser doppelten Ursache der Quotient

$$\frac{2(\mu-1)D}{\lambda} = 2n+1$$

vom rothen gegen das violette Ende hin immer grösser. Jedem dem violetten Ende näher liegenden Interferenzstreifen entspricht ein um eine Einheit grösseres n, als dem vorhergehenden.

Wächst der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel, so kann die Gleichung (1) für ein und dasselbe n nur befriedigt werden, wenn auch λ grösser wird. Da nun die grössere Wellenlänge zu einem Strahle, welcher näher dem rothen Ende liegt, gehört, so entspricht der Vergrösserung des Gangunterschiedes eine Verschiebung jedes Interferenzstreifens gegen das rothe Ende des Spectrums, umgekehrt einer Verringerung des Gangunterschiedes eine Verschiebung gegen das violette Ende.

Beim obigen Versuche rückten die Interferenzstreifen beim Übergange vom links zum rechts circular-polarisirten Lichte vom violetten gegen das rothe Ende des Spectrums. Mit diesem Übergange ist daher ein Zuwachs des Gangunterschiedes zwischen den beiden Strahlenbündeln verbunden, es pflanzt sich also links circular-polarisirtes Licht schneller in der Quarzplatte fort als rechts circular-polarisirtes. Da die verwendete Platte eine links drehende war, so können wir das Resultat des Versuches in folgender Weise aussprechen:

In der Richtung der optischen Axe pflanzt sich in einem links drehenden Quarze links circular-polarisirtes Licht schneller fort als rechts circular-polarisirtes. Natürlich gilt das Umgekehrte für einen rechts drehenden Quarz.

Nun entsteht noch die Frage, ob die beobachtete geringe Verschiebung der Interferenzstreifen mit der von Fresnel aufgestellten Theorie der Drehung der Polarisationsebene im Quarz stimmt? Nach dieser Theorie ist der Winkel, um den eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke die Polarisationsebene eines Strahles dreht, bestimmt durch die Gleichung

$$\theta = \frac{180}{\lambda}(\mu' - \mu)$$

worin μ' den Brechungsquotienten für den einen, μ den Brechungsquotienten für den andern der zwei circular polarisirten Strahlen, welche in der Richtung der Axe durch die Platte gehen, bedeutet. Aus den oben aufgeführten Werthen von θ für die den Fraunhofer'schen Hauptlinien entsprechenden Strahlen erhält man aus dieser Formel für $\mu' - \mu$

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
0·000059	0·000063	0·000071	0·000080	0·000088	0·000101	0·000111

Setzt man in der Gleichung (1) μ' an die Stelle von μ und behält denselben Werth von λ bei, so muss, wenn die Gleichung befriedigt sein soll, n geändert werden in n'. Es wird also

$$(\mu' - 1)D = (2n' + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Subtrahirt man von dieser Gleichung die Gleichung (1), so hat man

$$\frac{(\mu' - \mu)D}{\lambda} = n' - n. \tag{2}$$

Die Zahl $n' - n$ gibt an, wie viel Interferenzstreifen durch die bestimmte Stelle des Spectrums, welcher die Wellenlänge λ angehört, rücken, wenn der dieser Stelle zugehörige Brechungsquotient μ übergeht in μ'. Setzt man in diese Formel den Werth von $\frac{\mu' - \mu}{\lambda}$, so hat man

$$n' - n = \frac{D\theta}{180}$$

und erhält folgende Zahlen

B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
0·44	0·48	0·61	0·77	0·92	1·19	1·43,

welche mit der Beobachtung in Übereinstimmung stehen.

Die Formel (2) gibt an, dass die Anzahl der Interferenzstreifen, die beim Übergange vom rechts zum links circular-polarisirten Lichte durch eine bestimmte Stelle des Spectrums gehen, der Dicke der Platte proportional ist. Da aber mit dieser Dicke zugleich die Anzahl der Streifen im Spectrum wächst, ihre gegenseitige Distanz also abnimmt, so bleibt die absolute Grösse der Verschiebung eines einzelnen bestimmten Streifens dieselbe, welche Dicke auch die Platte haben möge. Beobachtet man nämlich einen bestimmten Streifen, für welchen n in der Formel (1) immer denselben Werth hat, so hat man für diesen nach Änderung des Brechungsquotienten μ in μ' die Gleichung

$$D(\mu'-1) = (2n+1)\frac{\lambda'}{2},$$

wenn λ' die Wellenlänge für jene Stelle des Spectrums bedeutet, an welche der Streifen nach der Änderung von μ gerückt ist. Subtrahirt man von dieser Gleichung die (1), so wird

$$D(\mu'-\mu) = \frac{2n+1}{2}(\lambda'-\lambda),$$

oder wenn $2n+1$ aus der Gleichung (1) eingesetzt wird,

$$\frac{\mu'-\mu}{\mu-1} = \frac{\lambda'-\lambda}{\lambda},$$

aus welcher Gleichung ersichtlich ist, dass die absolute Verschiebung eines Streifens, welche durch $\lambda'-\lambda$ bestimmt ist, von der Dicke der Platte nicht abhängt.

Um grössere absolute Verschiebungen zu erhalten, verfahre man auf folgende Weise. Man lasse von dem aus dem Collimator kommenden Licht die Hälfte durch eine rechts drehende, die andere Hälfte durch eine links drehende Quarzplatte gehen. Die beiden Platten müssen so neben einander gestellt werden, dass die dickere sich an der Seite der brechenden Kanten der Prismen befindet. Die dickere Platte habe die Dicke D, die dünnere D', der Brechungsquotient für die erstere sei bei rechts circular-polarisirtem Lichte μ,

für die zweite μ'. Das durch die dickere Platte gehende Bündel braucht zum Durchgange durch dieselbe eine Zeit, in welcher es durch Luft gehend den Weg μD machen würde. Das durch die dünnere Platte gehende braucht zum Durchgange durch diese Platte eine Zeit, in welcher es in der Luft den Weg $\mu' D'$ zurücklegen könnte. Da dieses Bündel ausserdem noch die Luftschichte von der Dicke $D-D'$ zu durchlaufen hat, so entsteht zwischen den beiden Strahlenbündeln der Gangunterschied $\mu D-\mu' D'-D+D'$. Für jeden Interferenzstreifen gilt also die Gleichung

$$\mu D-\mu' D'-D+D' = (2n+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Geht man nun zum links circular-polarisirten Lichte über, so verwandelt sich μ in μ' und μ' in μ, der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel wird jetzt $\mu' D-\mu D'-D+D'$ und derselbe Interferenzstreifen ist nunmehr durch die Gleichung

$$\mu' D-\mu D'-D+D' = (2n+1)\frac{\lambda'}{2}$$

bestimmt, wenn λ' die Wellenlänge für jene Stelle des Spectrums, an welche der Streifen gerückt ist, bedeutet. Aus diesen zwei Gleichungen erhält man

$$(\mu'-\mu)(D+D') = \frac{2n+1}{2}(\lambda'-\lambda)$$

oder

$$\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda} = \frac{(\mu'-\mu)(D+D')}{\mu D-\mu' D'-D+D'} = \frac{(\mu'-\mu)(D+D')}{(\mu-1)(D-D')+(\mu'-\mu)D'},$$

aus welcher Formel ersichtlich ist, dass die absolute Verschiebung mit der Summe der Dicken beider Platten proportional wächst und zugleich um so grösser ist, je geringer die Differenz zwischen den Dicken der beiden ist.

Ein solcher Versuch wurde gemacht mit einer rechts drehenden Platte von 5·763 Millim. Dicke und der linksdrehenden von 5·045 Millim. Dicke. Beim Übergange vom rechts circular-polarisirten Lichte zum links circular polarisirten, wurde eine Verschiebung der Interferenzstreifen vom violetten gegen das rothe Ende des

Spectrums beobachtet. Die beobachtete Differenz. $\lambda'-\lambda$ ist also positiv, somit μ' grösser als μ, d. h. rechts circular polarisirtes Licht pflanzt sich in einer rechts drehenden Quarzplatte schneller fort, als links circular polarisirtes, und das Umgekehrte gilt für eine links drehende Platte.

Eine grössere absolute Verschiebung der Interferenzstreifen beim Übergange vom links zum rechts circular polarisirten Lichte kann auch dadurch erzielt werden, dass man eine Quarzplatte mit einer Glasplatte combinirt, wodurch man einen geringeren Gangunterschied zwischen den beiden Strahlenbündeln erzeugt, die Änderung desselben bei Umkehr des Lichtes bleibt aber dieselbe, als wenn die Glasplatte nicht vorhanden wäre.

Aus der Formel (1) kann für jede der Interferenzlinien die Zahl n, also die Anzahl ihrer Wellenlängen, die auf den vorhandenen Gangunterschied entfallen, berechnet werden, sobald für diese Linie μ und λ gegeben sind.

Um die Anzahl der Interferenzlinien zwischen zwei bestimmten Stellen des Spectrums bestimmen zu können, braucht man die Werthe von μ und λ für diese zwei Stellen zu wissen. Sind μ_1, λ_1 die Werthe für die erste, μ_2, λ_2 für die zweite Stelle, so hat man

$$(\mu_1-1)D=(2n_1+1)\frac{\lambda_1}{2}$$

$$(\mu_2-1)D=(2n_2+1)\frac{\lambda_2}{2},$$

woraus die Anzahl der zwischen beiden Stellen liegenden Linien, nämlich

$$n_2-n_1=\left(\frac{\mu_2-1}{\lambda_2}-\frac{\mu_1-1}{\lambda_1}\right)D$$

folgt. Sind die zwei Stellen die der Fraunhofer'schen Linien B und H, setzt man μ_1 und μ_2 den von Rudberg gefundenen Brechungsquotienten des Quarzes für die ordentlichen Strahlen dieser beiden Linien gleich, nämlich

$$\mu_1=1\cdot54090,\ \mu_2=1\cdot55817,$$

nimmt ferner nach Fraunhofer

$$\lambda_1 = 0·0006878,\ \lambda_2 = 0·0003928,$$

so erhält man

$$n_2 - n_1 = 634·61\, D.$$

Für die oben gebrauchte Platte von 5·045 Millim. Dicke ist somit die Anzahl der zwischen *B* und *H* liegenden Interferenzlinien 3200. Der Gangunterschied der Strahlen bei *B* beträgt 3969, jener der Strahlen bei *H* 7169 Wellenlängen.

Es wurden noch Versuche mit anderen dickeren Quarzplatten gemacht und zwar zu dem Zwecke, um Interferenzen von Strahlen, welche noch grössere Gangunterschiede besitzen, darzustellen. Von den mir zu Gebote stehenden, von Soleil gelieferten Quarzplatten sind die meisten so gut geschnitten, dass sie Interferenzlinien geben. Natürlich erscheinen diese um so schärfer, je näher eine Platte dem vollkommenen Parallelismus kommt. Besonders gut erwiesen sich noch drei Platten von 5·763, 5·867 und 6·890 Millim. Dicke.

Die Interferenzlinien, welche die letztere Platte lieferte, waren in dem durch vier Prismen erzeugten Spectrum sehr gut zu sehen, und es war zu erwarten, dass auch durch noch dickere Platten erzeugte feinere und zahlreichere Linien in diesem Spectrum wahrgenommen werden könnten. Da keine dickeren Platten vorhanden waren, so habe ich solche durch Übereinanderlegen von dünneren ersetzt. Jedoch kein Paar von den oben aufgeführten Platten gab Streifen, die in diesem Spectrum noch sichtbar gewesen wären. Es mussten mit den obigen Platten dünnere combinirt werden. Da von den dünneren Quarzplatten keine gut planparallel war, so nahm ich dazu eine Glasplatte von 3·060 Millim. Dicke. Diese gab mit jeder von den Quarzplatten wahrnehmbare Streifen, die zwar ausserordentlich fein und dicht an einander, aber doch sehr scharf erschienen.

In der folgenden Tabelle sind zusammengestelt: Anzahl der Streifen zwischen den Linien *B* und *H*, Gangunterschied der Strahlen bei *B* und bei *H* für die einzelnen Platten. Bei der Berechnung dieser Zahlen für die combinirten Glas- und Quarzplatten sind für Glas dieselben Brechungsquotienten wie für Quarz angenommen worden. Wären die Brechungsquotienten des Glases grösser, so wären auch die entsprechenden Zahlen grösser erhalten worden.

Dicke der Platte in Millimetern	Gangunterschied der Strahlen bei B	Gangunterschied der Strahlen bei H	Anzahl der Streifen zwischen B und H
5·045	3969	7169	3200
5·763	4532	8189	3657
5·867	4614	8337	3723
6·890	5418	9791	4373
8·105	6374	11517	5143
8·823	6939	12537	5598
8·927	7020	12685	5665
10·950	8611	15560	6949

Interferenz weisser Strahlen von so grossen Gangunterschieden ist bisher noch nicht dargestellt worden. Das Maximum, welches Fizeau und Foucault bei ihren Versuchen über die Reflexion des Lichtes in dünnen Plättchen erzielten, war ein Gangunterschied von 7394 Wellenlängen für Strahlen von der Linie G. Durch obige Versuche ist das bisher erreichte Maximum auf das Doppelte erhöht. Es ist aber kein Zweifel, dass mit der Zahl von 15560 Wellenlängen durchaus nicht die Grenze gefunden, vielleicht ihr auch nicht nahe gekommen ist, da nur die zu geringe Ausdehnung des Spectrums die Erweiterung der Versuche auf Interferenzen von Strahlen mit noch grösseren Gangunterschieden verwehrte.

Diese Versuche geben nun auch einigen Aufschluss über die zweite der oben aufgestellten Fragen nach der Natur des unpolarisirten Lichtes. Sie zeigen nämlich, dass die Schwingungen in einem unpolarisirten Strahle über eine grosse Zahl von Wellen hin eine und dieselbe Richtung bewahren oder doch nur sehr wenig von einander abweichende Richtungen besitzen. Da nämlich die Interferenzlinien bei planparallelen Platten ganz schwarz erscheinen, so folgt daraus, dass die Schwingungen nicht nur in der Anzahl von Wellen, welche den Gangunterschied bilden, gleich gerichtet sind, sondern in noch weit grösseren Anzahlen, weil sonst jene Stellen der interferirenden Strahlen, welche sich wegen der Ungleichheit der Schwingungsrichtungen nicht auszulöschen vermögen, ihren Einfluss geltend machen und die Interferenzlinien nicht schwarz, sondern nur lichtschwach erscheinen würden. Es müssen also alle jene Theile zweier gegen einander verschobener Strahlen, welche auf einander fallen und Schwingungen verschiedener Rich-

tungen enthalten, sehr klein sein gegen jene Theile, welche Schwingungen gleicher Richtung enthalten.

Die Anzahl der in einem unpolarisirten Strahle auf einander folgenden Wellen, welche Schwingungen von einerlei oder nahezu einerlei Richtung enthalten, muss also viele Tausende, sie kann aber auch viele Millionen betragen. Bei der grossen Zahl von Wellen, welche in einer Secunde durch einen Punkt hindurchrücken, wird es dem Auge auch dann noch nicht möglich sein, einen unpolarisirten Strahl in auf einander folgende polarisirte Strahlenstücke aufzulösen.

Wie die Schwingungsrichtungen hinter einander wechseln, ob sie sich continuirlich oder sprungweise ändern, darüber geben obige Versuche noch keinen Aufschluss, wenn nicht das Vorhandensein geradliniger Schwingungen auf einen sprungweisen Wechsel eher hindeutet, als auf einen continuirlichen, man muss ja auch seinen Ursprung in dem Processe der Lichterzeugung selbst suchen.

Um zum Schlusse noch die Resultate obiger Versuche zusammen zu fassen, so haben dieselben zunächst, was die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung seiner optischen Axe betrifft, gelehrt:

1. In der Richtung der optischen Axe des Quarzes pflanzt sich links und rechts circular polarisirtes Licht mit ungleicher Geschwindigkeit fort, ersteres schneller im links drehenden, letzteres schneller im rechts drehenden Quarz.

2. Die Grösse des Geschwindigkeitsunterschiedes der beiden circular polarisirten Lichtarten stimmt mit der Fresnel'schen Theorie der Drehung der Polarisationsebene im Quarz überein.

Über die Natur des unpolarisirten Lichtes, vorläufig mit der Beschränkung auf Sonnen- und Lampenlicht, ergaben sich die beiden Sätze:

1. Ein unpolarisirter Lichtstrahl besteht aus auf einander folgenden linear polarisirten Stücken von wechselnder Polarisationsrichtung.

2. Solche Stücke, welche Schwingungen von einerlei Richtung enthalten, betragen nachweisbar viele Tausend von Wellenlängen, können auch meilenlang sein.

Über Nebenringe am *Newton'schen* Farbenglase.

Von J. Stefan.

In einer früheren Note habe ich mitgetheilt, dass man am Newton'schen Glase neben den farbigen Ringen ein System von feinen Halbkreisen wahrnimmt, wenn man die Pupille zum Theil mit einem feinen Glimmerblättchen bedeckt. Diese Halbkreise befinden sich auf jener Seite des Farbenglases, welcher der unbedeckte Theil der Pupille zugewendet ist. Der Abstand des mittleren dieser Halbkreise vom Centrum der Newton'schen Ringe wurde der Quadratwurzel aus der Dicke des Blättchens proportional gefunden.

Seitdem habe ich eine solche secundäre Interferenzerscheinung am Newton'schen Glase noch auf eine andere Weise beobachtet. Wenn man schief gegen das Farbenglas sieht, so ist das vom Auge aufgenommene Licht immer theilweise polarisirt. Man überzeugt sich davon, wenn man das Farbenglas durch eine Turmalinplatte oder ein Nicol'sches Prisma betrachtet, bei dessen Drehung das Farbenglas heller und dunkler wird. Stellt man den Nicol so, dass das Farbenglas dunkel erscheint und bringt zwischen Farbenglas und Nicol eine parallel zur Axe geschnittene Quarzplatte von z. B. einem oder zwei Millimetern Dicke, so dass die optische Axe der Platte gegen den Hauptschnitt des Nicols unter einem Winkel von 45 Graden geneigt ist, so sieht man am Farbenglase eine Reihe von Nebenringen, die zu demselben Centrum gehören, wie die primären Newton'schen, von diesen aber um so entfernter sind, je dicker die eingeschobene Quarzplatte ist. Dieses secundäre Ringsystem besteht aus einem mittleren schwarzen Ringe, an den sich farbige gegen das Centrum und gegen die Peripherie des Farbenglases hin anschliessen.

Von jeder Stelle des Farbenglases kommen zwei Strahlen in's Auge, ein an der oberen und ein an der unteren Grenze der eingeschlossenen Luftschicht reflectirter. Jeder dieser Strahlen theilt sich beim Eintritte in die Quarzplatte in zwei, in den ordentlich und in den ausserordentlich gebrochenen. Letzterer pflanzt sich in der Quarzplatte langsamer fort, als der ordentliche. Betrachten wir jetzt die zwei Paare: den ausserordentlichen Antheil des von der Vorderfläche und den ordentlichen Antheil des von der Hinterfläche der Luftschicht kommenden Strahles als das erste Paar, die beiden anderen als das zweite Paar. Der Gangunterschied der beiden Antheile des ersten Paares wird offenbar durch die Quarzplatte herabgesetzt, der des zweiten Paares vergrössert. Die Verringerung des Gangunterschiedes im ersten Paare macht es, dass die Interferenz seiner beiden Antheile dem Auge wieder sichtbar wird. An jenen Stellen des Farbenglases, für welche die Quarzplatte den beim Durchlaufen der Luftschicht entstandenen Gangunterschied aufhebt, entsteht der mittlere schwarze Ring. Für die gegen das Centrum hin folgenden Ringe ist der durch die Quarzplatte ertheilte Gangunterschied dem absoluten Werthe nach grösser, als der vorhandene, da die beiden entgegengesetzten Zeichens sind, so bleibt ein um so grösserer Rest übrig, je dünner die Luftschicht an der betreffenden Stelle ist. Für die gegen die Peripherie hin liegenden Ringe gilt das umgekehrte. Diese liegen an Stellen, für welche der durch die Luftschicht gegebene Gangunterschied den durch die Quarzplatte ertheilten überwiegt, so dass ein Rest bleibt, der um so grösser ist, je dicker die Luftschicht an der betreffenden Stelle. Je weiter also einer der Nebenringe von dem mittleren entweder gegen das Centrum oder gegen die Peripherie hin entfernt ist, einem desto grösseren Gangunterschiede der Strahlen entspricht er.

Bei dem Versuche mit dem Glimmerblättchen tritt eine Herabsetzung des Gangunterschiedes ein zwischen jenen Strahlen, welche von der Vorderfläche der Luftschicht reflectirt werden und durch das Blättchen gehen und jenen, welche von der Hinterfläche der Luftschicht zurückgeworfen frei in das Auge treten. Hingegen wird der Gangunterschied der Strahlen, welche von rückwärts kommen und durch das Blättchen gehen und jener, welche von vorne kommen und frei gehen, vergrössert.

Bei beiden Versuchen tragen jene Strahlen, die eine Vergrösserung des Gangunterschiedes erfahren haben, zur Erzeugung der secundären Ringe oder Halbkreise nichts bei.

Man kann Nebenringe am Newton'schen Glase noch dadurch erzeugen, dass man zwischen Nicol und Farbenglas eine Quarzsäule mit senkrecht zur Axe geschliffenen Flächen bringt. Diese Säule muss aber eine beträchtliche Dicke haben, z. B. 30 Millimeter oder mehr. Die Nebenringe schliessen sich an die Newton'schen an. Eine Änderung des Gangunterschiedes erfahren hier die schief zur Axe durch die Säule gehenden Strahlen. Bei dünneren Platten verwischt sich die Erscheinung der Farbenringe, welche solche Platten im Polarisationsapparate zeigen, mit den Newton'schen Ringen.

Studien über den Phonautographen von Scott.

Von **Ferdinand Lippich,**

Assistenten an der Universität und Privatdocenten für Physik am Polytechnikum zu Prag.

(Mit 1 Tafel.)

I.

Bekanntlich hat vor einiger Zeit Scott ein Instrument ersonnen, welches die durch einen tönenden Körper erregten Luftschwingungen in ähnlicher Weise zu fixiren erlaubt, wie die von Duhamel und Wertheim bei Stäben und Saiten angewendeten graphischen Methoden.

Den vielfältigen Beschreibungen, die dieser Apparat in den verschiedensten Schriften erfahren hat, hier eine weitere hinzuzufügen, kann wohl bei seiner grossen Verbreitung in der Form wie ihn König in Paris ausführt, als überflüssig erscheinen; für unsere Zwecke werden die Membran und der Schreibstift die ausschliesslichen Gegenstände der folgenden Untersuchungen bilden.

Was nun die Membran anlangt, so war ihr Verhalten bezüglich der Tonreihe, die sie bei constanter Spannung zu geben vermag, Ursache, dass sich die Erwartungen Scott's in manchen Punkten nicht bestätigten, indem er von der Ansicht Sawart's ausging, dass die einzelnen Töne in der Tonreihe einer Membran sehr nahe an einander fallen, diese also bei unveränderter Spannung auf jeden Ton ansprechen müsste. Dass ein solches der Theorie widersprechendes Verhalten in Wirklichkeit nicht eintrete, haben die sorgfältigen experimentellen Untersuchungen von J. Bourguet und F. Bernard [1]) vollkommen dargethan, und sie haben noch überdies gezeigt, dass die theoretischen Gesetze, so weit als man es bei der Schwierigkeit, alle nöthigen Bedingungen herbeizuführen, erwarten kann, sich den Experimenten überall anschliessen.

---

[1]) Annales de chimie et de physique. LX.

In Folge dieses Umstandes ist es, wie schon R. Radau [1]) bemerkt, nicht möglich, mit dem Scott'schen Apparate ganze Accorde oder die einen Ton begleitenden Obertöne dem Auge sichtbar zu machen, ihn also etwa zur Untersuchung der Klangfarbe bei Instrumenten oder der menschlichen Stimme zu gebrauchen; dieses letztere um so weniger, als der Schreibstift die Intensität der einzelnen Beitöne nicht wiedergeben könnte. Auch König hat sich bezüglich dieses Punktes dahin ausgesprochen, dass nur die Schwingungsdauer des erregenden Tones gemessen werden kann, und auch nur dann, wenn die Membran in Folge ihrer Spannung den erregenden Ton in ihrer Tonreihe besitzt. Man wird also vor Allem festzuhalten haben:

1. Eine gleichförmig gespannte, unendlich dünne Membran kann bei constant gehaltener Spannung nur durch solche Töne in's Mitschwingen versetzt werden, die in der zu ihrer Spannung gehörigen Tonreihe liegen.

Es wird jedoch in Wirklichkeit nicht möglich sein, die theoretischen Voraussetzungen genau zu erfüllen, indem weder eine durchaus gleichförmige Spannung noch eine Membran von verschwindender Dicke hergestellt werden kann. Diese Abweichungen bedingen nun auch gewisse Abweichungen von dem eben ausgesprochenen Gesetze. Erstere scheint zu bewirken, dass das Mitschwingen auch dann noch eintritt, wenn der erregende Ton mit einem in der Tonreihe enthaltenen nicht genau zusammenfällt, letztere hingegen, dass das Intervall der beiden Töne (des erregenden und des der Membran) noch grösser werden kann, wie Bourguet und Bernard angeben, die bei ihren gegen die Membran des Phonautographen wohl noch sehr gleichförmig gespannten Membranen Unterschiede bemerkten, die eine kleine Terz überstiegen. Bemerken wir daher noch Folgendes;

2. Eine physische Membran kann auch dann noch mitschwingen, wenn der erregende Ton von dem ihm in der Tonreihe zunächst liegenden, um eine Secunde bis zu einer kleinen Terz und darüber verschieden ist. Die Intensität der Excursionen an der Membran ist jedoch ein Maximum, wenn die Töne zusammenfallen und nimmt rasch ab, wenn ihr Intervall wächst.

---

[1]) Cosmos XX.

In Folge dieses Umstandes kann es geschehen, dass, wenn die erregenden Töne hoch sind gegen den tiefsten Ton der Membran, und indem in der Tonreihe die Intervalle fortwährend abnehmen, die Membran fast bei jedem Ton mitschwingen wird, wenn auch verschieden intensiv, worin der Grund zu Savart's irriger Annahme zu suchen ist.

Aber es soll erinnert werden, dass:

3. überhaupt das Mitschwingen am stärksten eintritt, wenn der erregende Ton dem tiefsten der Membran gleich ist, dass die Excursionen aber abnehmen, je mehr Knotenlinien beim Tönen auftreten.

Daher wird auch der Fall, der sich der Savart'schen Ansicht am meisten nähert, doch für die Phonautographie unbrauchbar [1]).

Dieses wären etwa die Hauptpunkte, die hier bezüglich der Membran beachtet zu werden verdienten. Allein die Bewegung derselben ist noch bei Weitem nicht das Einzige, um den Versuch zur Fixirung des Tones gelingen zu machen. Der delicateste Theil des ganzen Apparates ist der Schreibstift und seine geeignete Aufstellung, die häufig nur nach langwierigen Versuchen, bei denen man sich durch Nichts leiten lassen kann, einen günstigen Erfolg hat, während gewöhnlich die Membran sehr schnell zum Mittönen gebracht wird.

Die Angaben und Meinungen, die man über die zweckmässigste Stellung des Stiftes vorfindet, sind durchaus nicht übereinstimmend, ja oft ganz widersprechend, indem bald die Stellung in der Nähe eines Knotens, bald wieder die an dem Orte der grössten Bewegung als die geeignetste erklärt wird.

Überhaupt scheint mir dieser Punkt, nämlich wie und wann der Schreibstift in brauchbare Bewegung geräth, noch nicht aufgeklärt und zu wenig beachtet worden zu sein, und ich will daher versuchen, von dieser Seite aus für die Theorie dieses schätzbaren Apparates einen kleinen Beitrag zu liefern. Ich hoffe im Folgenden zu zeigen, dass es falsch sei die Function des Stiftes gerade so anzusehen wie bei den Methoden von Duhamel und Wertheim, als ob er nämlich nur die Bewegung der Membran copire, also wie eine starre Gerade zu betrachten sei, die von dem Elemente, mit

---

1) Wenigstens bei der jetzt üblichen Anwendung des Scott'schen Apparates.

dem sie in Verbindung steht, einfach wie ein Griffel etwa mit der Hand bewegt werde; das Ausbleiben der Bewegung nur von der unrichtigen Stellung herrührend zu denken, wesshalb König auch einen beweglichen Arm zur Regulirung der Knotenlinien angebracht hat; oder endlich zu meinen, ein Stäbchen, richtig gestellt, könne zur Aufschreibung jedes beliebigen Tones verwendet werden.

II.

Was sogleich an der Bewegung des Schreibstiftes auffallen muss, ist der Umstand, dass während die Oscillationen der Membran parallel der Axe des Apparates erfolgen, die des Stäbchens senkrecht gegen dieselbe gerichtet sind (und auch sein müssen, soll ein Schreiben möglich sein). Fragen wir uns, wann eine solche und überhaupt welche Bewegung am freien Ende des Stäbchens sich zeigen könne, wenn wir die übliche Voraussetzung machen, dieselbe sei nur eine Copie der Bewegung des Membranenelementes.

Denken wir uns zu diesem Zwecke eine starre Gerade fest mit einem Elemente der Membran verbunden. Wie die periodische Bewegung dieses Elementes auch beschaffen sein möge, wir können sie immer in Componenten zerlegt denken, welche ihrer Natur nach hervorbringen werden:

a) eine Bewegung der Geraden senkrecht zu ihrer Richtung;

b) eine Bewegung in ihrer Richtung;

c) eine Drehung um eine durch ihren Befestigungspunkt gehende Axe.

Die erste Componente gibt im Maximo (wenn die Gerade normal gegen die Oscillationsrichtung steht) eine Excursion, welche der des Elementes gleich, also immer sehr klein ist: die zweite hat im Maximo dieselbe Excursionsgrösse, ist aber schon an und für sich nicht zum Schreiben verwendbar; somit bliebe nur die dritte Componente übrig. Diese ist natürlich für die in einer Knotenlinie liegenden Elemente am grössten, wesshalb unter den im Eingange dieses Artikels gemachten Voraussetzungen der Stab am günstigsten in einer Knotenlinie stehen würde.

Es ist aber zum Mindesten sehr unwahrscheinlich, dass die Winkelbewegungen der Elemente so bedeutend sein sollten, um bei mässiger Länge des Stäbchens brauchbare Excursionen zu bewir-

ken, und mancherlei leicht begreifliche Gründe setzen ja für die Länge eine Grenze fest, die nicht überschritten werden darf. Keinesfalls können die Bewegungen aber so gross sein, um daraus die bedeutenden Amplituden an dem etwa 2 Centimeter langen Stäbchen, die König seinen Apparaten beigibt, zu erklären. Überdies sind die Sandanhäufungen in den Knotenlinien von Membranen, insbesondere wenn ihre Spannung nicht sehr gleichförmig ist, meist ziemlich verwaschen, was schon auf eine geringe Winkelbewegung hindeutet.

Ich habe versucht die Behauptung,

1. dass die Bewegung des Stiftes nicht so erklärt werden könne, als würde derselbe, gleichsam eine starre Linie bildend, von der Membran einfach mitbewegt und copire die Oscillationen der mit ihm verbundenen Elemente,

durch einige experimentelle Daten zu unterstützen.

Man ersetze den gewöhnlichen Schreibstift durch ein Holzstäbchen von etwa 0·5 Millim. Durchmesser und 3—4 Centim. Länge. Das grössere Gewicht desselben ist von keinem Belange, denn, wenn man einen der Schreibstifte zum Mitschwingen gebracht hat, und drückt in das Wachs, mit welchem er auf der Membran befestigt ist, einige Schrottkörner vorsichtig ein, so genügt es, die Spannung der Membran etwas abzuändern, um sofort die Bewegung des Griffels wieder eintreten zu sehen. Dieses Holzstäbchen, in den verschiedensten Lagen angebracht, konnte trotz vielfältiger Versuche und obwohl die Membran kräftig mittönte, nicht in Oscillationen versetzt werden.

Wird ein ähnliches Holzstäbchen in den Knotenlinien einer Metallplatte befestigt, deren Oscillationen selbst grösser sind, als die der Membran, so überzeugt man sich doch, dass die Winkelbewegung nur sehr gering ist.

Nur in einigen Fällen wurde ein Mitschwingen des Holzstäbchens auf der Membran beobachtet, allein bei einiger Aufmerksamkeit kann der Grund dieser Erscheinung nicht entgehen. Es tritt ein, wenn die Membran so stark nachgelassen wird, dass sich kleinere oder grössere Falten bilden, und das Stäbchen auf oder in der Nähe einer solchen Falte steht. Auch bei grösseren Spannungen können diese Verhältnisse sich zeigen, wenn nämlich die Membran durch längeren Gebrauch locale Dehnungen erlitten hat, welche Stellen sich sodann durch kleine Falten bemerkbar machen, die fast

nie ganz verschwinden. Die Bewegungen, die hier eintreten, sind sehr unregelmässig, man bemerkt meist mehrere Perioden in den Schwingungen, welche ausserdem durch die geringsten Einflüsse aufhören, und schon aus diesem Grunde, selbst wenn sie regelmässig sind und von gleicher Dauer mit dem erregenden Ton wären (was in mehreren Fällen nicht eintraf, in dem sich ein höherer Ton hören liess), zum Schreiben nicht verwendbar wären.

Übrigens muss bemerkt werden, dass die an der Membran befestigte träge Masse, welche durch die Zugkräfte in der Membran angegriffen wird, selbst ein System bildet, welchem nach Massgabe der Spannung eine gewisse Schwingungsdauer zukommt, und in der That schien in einzelnen Fällen auch dieser Umstand zur Geltung zu kommen.

Nach diesen Erörterungen muss man zu der Annahme gedrängt werden

2. dass die Bewegung des Schreibstiftes erklärt werden müsse, als eine Erregung von Schwingungen in einem stabförmigen Körper in Folge der seinem Endpunkte durch die Membran ertheilten Oscillationen.

Hiermit lassen sich nun manche Erfahrungen in Einklang bringen.

Man bemerkt sehr deutlich an dem Schreibstifte, sobald er schwingt, eine Krümmung, wie bei anderen elastischen Stäben, die noch besser hervortritt, wenn man Rosshaare statt der Borsten anwendet.

Ferner überzeugt man sich bald, dass wenn man einmal einen Stift gefunden hat, der für einen gewissen Ton gut anspricht, es ziemlich gleichgiltig bleibt, wo man ihn auf der Membran hinstellt, und ob man den Arm zur Regulirung der Knotenlinien in Anwendung bringt oder nicht. Nur ist beim Verschieben des Stäbchens wohl darauf zu achten, dass seine Länge ungeändert bleibt, wesshalb man es am besten erst in ein Siegellacktröpfchen und mit diesem an der Membran befestigt.

Eine solche Vorsicht ist nothwendig. Denn hat man es wirklich mit einer Erregung zu thun, wie etwa auch die Membran durch die sie treffenden Luftwellen erregt wird, so müssen auch zu jedem Ton gewisse Dimensionen des Stäbchens gehören. Es ist leicht, sich davon zu überzeugen. Man befestige an der Membran ein Stäb-

chen von hinreichender Länge und bringe sie durch einen bestimmten Ton in möglichst kräftige Schwingungen. Ändert man die Länge allmählig und vorsichtig, etwa durch Abschneiden, so gelangt man sicher zu einer Länge, bei welcher der Stab mitschwingt, mit oder ohne Knoten. Eine Änderung des Tones oder dieser Länge vernichtet sogleich die Bewegung oder macht sie doch weniger intensiv, wenn die Änderung nur gering war.

Wenn das Stäbchen mitschwingt und man untersucht die Bewegung der Membran an der Befestigungsstelle mit einer Loupe, so findet man immer, dass die Amplituden des Stäbchens um so bedeutender ausfallen, je grösser die Excursionen des Befestigungspunktes sind [1]).

Ich halte es für überflüssig, noch mehrere Belege anzuführen. Es wird aber jetzt vor Allem wichtig und nothwendig sein, über die Gesetze, die bei der Erregung stabförmiger Körper massgebend sind, Aufschluss zu erhalten, indem durch sie die Mittel zum Gelingen des Versuches erreicht und manche Fragen über die Anwendbarkeit des Apparates erledigt werden können.

III.

Die einfachen Experimente, durch welche man bald Einsicht in diese Gesetze gewinnt, sind das Seitenstück zu den schönen Untersuchungen, welche F. Melde „über die Erregung stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers“ [2]) angestellt und beschrieben hat, indem sie das für Stäbe leisten, was dort für Saiten gefunden wurde.

Schon früher (Art. II) wurden an der Bewegung, die der Befestigungspunkt erfährt, der Hauptsache nach drei verschiedene Componenten unterschieden, die auch hier auseinander gehalten werden mögen.

Da mit einer Membran schwieriger zu operiren ist, dieselbe auch kaum alle drei Fälle in ihrer vollen Reinheit wird realisiren können, diese ausserdem noch Bedingungen mit sich führt, die die Gesetze schwieriger erkennen und darstellen lassen; so bedient man sich am vortheilhaftesten der Stimmgabeln und Platten. Es wird dann

---

[1]) Wenigstens ist mir kein entgegengesetzter Fall vorgekommen.

[2]) Pogg. Ann. CIX und CXI.

nur erforderlich sein, auch die bei der Membran ins Spiel tretenden Umstände nachträglich gehörig in Erwägung zu ziehen.

Für die zu erwähnenden Versuche ist zwar kein eigener Apparat nothwendig, es genügt, feine Stäbchen, die in Siegellacktröpfchen befestigt sind, mit Wachs an die Stimmgabeln oder Platten zu heften. Da man aber die Längen willkürlich abändern muss, was durch Abschneiden nur einseitig und unvollkommen erreicht wird, so scheint folgende Zusammenstellung wenigstens für Stimmgabeln nicht unzweckmässig, um die auch in anderer Beziehung brauchbaren und netten Erscheinungen leicht gelingen zu lassen.

Auf die eine Zinke einer gut und anhaltend tönenden Stimmgabel wird eine Klemme *k* (Fig. 1) so angebracht, dass sie um eine verticale Axe (die Stimmgabel selbst vertical gestellt gedacht) drehbar, und in beliebiger Stellung festgehalten werden kann. In ihrem oberen Theile hat diese Klemme einen Schlitz, in welchem ein Messingplättchen durch die Druckschraube *d* gegen die gegenüber stehende Fläche gepresst, das zum Versuche verwendete Stäbchen *ss* fixirt. Als solches werden am besten feine Uhrfedern, wie man sie zu den Spiralfedern bei Taschenuhren braucht, genommen, weil dieselben das Auftreten der zweiten transversalen Componente (hier der verticalen) verhindern.

Mit dieser Vorrichtung lassen sich nun zwei der obgenannten Erregungsweisen realisiren, indem man das Stäbchen in die Ebene der beiden Zinken oder senkrecht dagegen stellt. In den Zwischenlagen tritt eine Combination der beiden Erregungsweisen ein.

Es ist gut, die zweite Zinke der Gabel mit einem Gewichte zu belasten, das dem der Klemme nahezu gleichkommt, weil so die Schwingungen länger anhalten, als es ohne diese Vorsichtsmassregel der Fall sein würde. Am besten benützt man einen Elektromagneten in bekannter Weise, um die Gabel in anhaltendes Tönen zu versetzen.

a) Das Stäbchen wird senkrecht gegen die Ebene der Zinken gestellt.

Hier tritt natürlich bei jeder Länge des Stabes eine transversale Verschiebung seiner Punkte ein, sobald die Gabel tönt. Fixirt man aber vermittelst der Klemmvorrichtung verschiedene Längen, so wird man finden, dass die Intensitäten der Oscillation des Endpunktes sehr verschieden werden, Knotenpunkte an den Stäbchen

auftreten u. s. f. Man kann nun die Gesetze des Mitschwingens für diesen Fall kurz etwa so aussprechen:

1. Die Intensität der transversalen Schwingungen ist um so grösser, je näher die Erregungsstelle an einen Knotenpunkt des Stäbchens fällt, und wird ein Maximum, wenn beide Punkte zusammenfallen.

2. Die Schwingungsdauer des Stabes ist immer der der Stimmgabel gleich.

Es ist dann leicht, die Erscheinung, wie sie bei beliebiger Länge des Stäbchens eintreten wird, vorher zu bestimmen. Denkt man sich nämlich Längen $l_0, l_1, l_2, l_3 \ldots\ldots$ von dem Stabe genommen, so dass er bei jeder mit der Schwingungsdauer T der Stimmgabel oscillirend, bezüglich ohne, mit 1, 2, 3,... Knoten schwingt, und ist die gegebene Länge l beispielsweise so beschaffen, dass

$$l_2 < l < l_3,$$

so werden an dem Stabe zwei Knotenpunkte auftreten. Ist nun $l - l_2$ nahezu die Hälfte von $l_3 - l_2$, so ist die Intensität ein Minimum, nähert sich aber in dem Masse dem Maximum, als sich $l - l_2$ der Nulle oder $l_3 - l_2$ nähert. (Fig. 2.)

Dass die Schwingungsdauer des Stäbchens wirklich T sei, lässt sich durch verschiedene Mittel nachweisen, am einfachsten, indem man bemerkt, dass sich in einem beliebigen Punkte des Stabes, seine Schwingungen und die der Gabel parallel combiniren. Da man nun bei eintretender Bewegung einen Punkt, den man etwa durch ein Körnchen von Stärkemehl gut sichtbar gemacht hat, eine Linie durchlaufen sieht, die nur an den Endpunkten zwei Maxima der Helligkeit zeigt, so schliesst man daraus auf die Gleichheit der Schwingungsdauer. Ist aber dieses erwiesen, so sieht man sogleich die Richtigkeit der eben gegebenen Darstellung über die Vertheilung der Knoten und die Intensitätsverhältnisse der Amplituden ein.

b) Das Stäbchen wird parallel zur Ebene der Zinken gestellt.

Dieser Fall, der für den Scott'schen Apparat von besonderer Wichtigkeit ist, bietet bezüglich des früheren wesentlich verschiedene Erscheinungen dar. Zwar gilt auch hier wie dort:

1. dass die Intensität der Oscillationen ein Maximum erreicht, wenn die Erregung in einem Knoten stattfindet;

aber die Knotenpunkte können nicht mehr unter Voraussetzung der gleichen Schwingungsdauer T an Stäbchen und Gabel bestimmt werden, und ferner zeigt sich, dass die Intensitäten viel rascher abnehmen, wenn sich der Erregungspunkt vom Knoten entfernt. Man bemerkt beiläufig Folgendes:

Macht man den Stab anfänglich hinreichend kurz, so erfolgt gar keine transversale Ausbiegung. Vergrössert man vorsichtig seine Länge, so gelangt man bald zu einer, bei welcher eine noch kleine Amplitude auftritt, die jedoch bei geringer, noch weiterer Verlängerung rasch zunimmt. So lange man noch nicht das Maximum der Erregung erreicht hat, bemerkt man ein periodisches Schwanken in der Grösse der Excursionen, welches immer langsamer wird, je mehr man sich dem Maximum nähert. Hat man dieses erreicht, so ist das Mitschwingen bei dünnen Stäbchen sehr kräftig, sie nehmen dabei die Formen an, wie sie in Fig. 3 (*a*, *b*) angedeutet sind. Sei diese Länge für das erste Maximum als Einheit genommen. Wenn man dieselbe überschreitet, so nehmen die Excursionen rasch ab, indem sie periodische Schwankungen erleiden und verschwinden endlich ganz. Es mag noch bemerkt werden, dass wenn die Länge für das Maximum nicht genau getroffen ist, das Stäbchen zur Ruhe kommt, bevor noch die Gabel zu schwingen aufgehört und überhaupt, um das Stäbchen zu erregen und in Erregung zu erhalten eine um so grössere Intensität der Gabelschwingungen erfordert wird, je grösser die Abweichungen von jener Länge sind.

Bei diesem ersten Maximum hat nun der Stab gleiche Schwingungsdauer mit der Gabel. Man überzeugt sich hievon sehr leicht, da durch den Apparat selbst die beiden Oscillationen von Stäbchen und Stimmgabel in zu einander senkrechten Richtungen combinirt werden. Es ist nur nothwendig, an dem Stäbchen, am besten an dessen freien Ende, einen gut sichtbaren Punkt, wie oben angedeutet, herzustellen; dieser Punkt muss dann offenbar die Curve durchlaufen, die aus der Combination beider Schwingungen resultirt. Sie hat im vorliegenden Fall die Form wie in Fig. 3 *a*, entspricht also einer Ellipse, wenn man von dem Umstande, dass die vom Stabe herrührende Componente gekrümmt ist, abstrahirt.

In den Fällen, welche periodische Änderungen in der Grösse der Excursionen zeigen, bemerkt man ein Oscilliren dieser Curven,

ein Beweis, dass die Schwingungsdauer von Stäbchen und Gabel nicht genau gleich sind.

Vergrössert man die Länge weiter bis 1·414, so tritt neuerdings ein Maximum in den Amplituden ein. Jedoch ist hier die Schwingungsdauer des Stäbchens $2T$, was man aus der Curve schliesst, welche der Endpunkt beschreibt (Fig. 4) [1]. Man sieht bereits, und kann es sich auch auf populäre Weise klar machen, dass nur dann ein anhaltendes Mitschwingen des Stabes möglich ist, wenn die beiden Schwingungen sich so unterstützen, dass immer das Maximum der Geschwindigkeit der einen Bewegung (Stäbchen) zusammenfällt mit der Geschwindigkeit 0 der andern (Stimmgabel); während letztere die erstere zerstören muss, wenn dies nicht der Fall ist, wie es ja bekannt ist, dass eine periodische Bewegung verstärkt werden kann durch Impulse von derselben, der doppelten, der dreifachen Periode u. s. f., wenn diese Impulse immer oder wenigstens zum grössern Theile im Sinne der Bewegung wirken. Auch das periodische Schwanken kann auf diese Weise eingesehen werden. Es muss aber bemerkt werden, dass schon bei einer Schwingungsdauer des Stäbchens gleich $3T$ und in noch höherem Grade bei $4T$, $5T$..... die beiden Bewegungen sich nur wenig unterstützen, woraus es erklärlich wird, warum diese Verhältnisse fast nie wahrgenommen werden.

Durch fortwährendes Vergrössern der Länge erreicht man abermals ein Maximum der Excursionen, bei welchem aber der Stab mit einem Knoten schwingt, und dieselbe Schwingungsdauer T wie die Gabel hat (Fig. 5) [2]. Geht man weiter, so bleibt zwar ein Knoten, aber die Schwingungsdauer wird jetzt $2T$ und man sieht, wie der Endpunkt die in Fig. 4 dargestellte 8förmige Curve durchläuft. Es ist bereits klar, welchen Verlauf die Erscheinungen nehmen werden, und dass man zu dem ersten Gesetze noch das zweite hinzufügen muss.

---

[1] Ich habe die Längen, bei welchen das Stäbchen die Schwingungsdauer T und $2T$ hat, gemessen, und ihr Verhältniss = 1·414 vollkommen übereinstimmend mit der Theorie gefunden.

[2] Ich will nicht unterlassen hervorzuheben, dass die Schärfe mit welcher diese Knotenpunkte sichtbar werden, bei zweckmässiger Einrichtung des ganzen Apparates und einer genauen Messvorrichtung eine sehr gute Vergleichung mit der Theorie ermöglichen dürfte, um somehr als die dünnen Stäbchen den theoretischen Voraussetzungen genügend entsprechen würden.

2. Die Schwingungsdauer des mitschwingenden Stäbchens kann im Allgemeinen ein Vielfaches von der der Stimmgabel sein.

Wollte man hieraus die Längen finden, bei welchen überhaupt eine Erregung eintritt, so erhält man die folgende Tabelle:

Schwingungsdauer des Stäbchens:	T	$2T$	$3T$	$4T$	$5T$
Länge desselben ohne Knoten schwingend	1	1·414	1·732	2·000	2·236....
mit 1 Knoten schwingend . .	2·520	3·564	4·365	5·040	5·635....
mit 2 „ „ . .	4·200	5·939	7·274	8·400	9·391....[1]).

c) Das Stäbchen erhält eine Winkelbewegung um eine durch seinen Befestigungspunkt gehende und zu seiner Richtung senkrechten Axe.

Dieser letzte Fall lässt sich verwirklichen, indem man ein Stäbchen in der Knotenlinie einer Platte, eines Stabes oder einer bandförmigen Saite befestigt.

Die hier auftretenden Gesetze sind begreiflicher Weise ganz dieselben, wie die in *a)* ausgesprochenen. Nur ist die Form, die das Stäbchen bei seiner Bewegung annimmt, eine etwas veränderte. Für den Fall, dass die Erregung nahe an einem Knoten erfolgt, ist sie in Fig. 6 beiläufig dargestellt.

Es wäre immerhin von Interesse und für die meisten der hier besprochenen und bei Erregung von Saiten vorkommenden Fälle sogar nicht schwierig, wenigstens der Hauptsache nach, eine mathematische Theorie dieser Gesetze zu geben. Da aber eine solche zu sehr von dem eigentlichen Zwecke dieser Mittheilung ablenken würde, so mag sie vielleicht einer späteren Untersuchung vorbehalten bleiben.

IV.

Jeder, der die eben besprochenen Erscheinungen und das im Art. II Gesagte erwägt, wird sofort der Ansicht sein müssen, dass es mit der Behauptung, die verhältnissmässig grossen Ampituden des auf der Membran befestigten Schreibstiftes verdanken denselben Umständen ihre Entstehung, die als massgebend bei der Erre-

---

[1]) In welcher also für gewöhnlich nur die beiden ersten Colonnen zu berücksichtigen sind.

gung der Schwingungen durch Stimmgabeln oder andere tönende Körper bezeichnet wurden, seine volle Richtigkeit habe.

Wenn man ferner bedenkt, dass, obwohl bei Membranen alle drei Erregungsweisen zugleich ins Spiel treten können, dennoch die zum Stab normale Componente (*a*, Art. III) wegen der geringen Neigung, die demselben gegen die Membran, soll er zum Schreiben verwendbar, ertheilt werden kann, nur einen geringen Einfluss übt, und eben so die dritte Componente (*c*, Art. III), weil die Excursionen der Membran nur dann hinreichend gross werden, wenn sie ohne Knotenlinien schwingt (3, Art. I); so wird es klar, dass beim Scott'schen Apparate der zweiten Componente (*b*, Art. III) der überwiegende Antheil an der Erregung des Stäbchens zugeschrieben werden muss, was vollkommen übereinstimmt mit der am Ende des Art. II mitgetheilten Beobachtung.

Alles dieses einmal festgestellt, wird sofort erkennen lassen, dass die Wahl des Schreibstiftes, das Material, aus welchem er besteht, seine Länge, Querdimension, ja sogar die durch das Anheften des kleinen Federchens hervorgebrachte Belastung von wesentlicher Bedeutung für das Gelingen des Versuches sind, weil sie die Schwingungsdauer beeinflussen; dass eigentlich für jeden zu fixirenden Ton auch sein eigener Stift nothwendig wird, dass die vielen vergeblichen Versuche die man oft zu machen hat, nicht befremden dürfen, weil nebst anderen Umständen, die im nächsten Artikel ihre Würdigung finden, schon das mehr oder weniger tiefe Eindrücken des Stiftes in das zur Befestigung dienende Wachs von Bedeutung wird; dass hohe Töne schwer mit dem Apparate zu fixiren sein werden, weil die Stäbchen zu kurz ausfallen müssten, mit den Stäbchen die König beigibt, es gar nicht gelingen kann, da diese nahezu auf C_3 gestimmt sind [1]); dass endlich hiedurch die Anwendbarkeit des Phonautographen zur Fixirung von Accorden u. s. w. noch mehr in Frage gestellt erscheint, da selbst das Mittönen der Membran, wenn es gelänge, noch nicht die einzige Bedingung zum Gelingen des Experimentes abgibt.

Ich glaube durch die folgenden Versuche und Bemerkungen dem Gesagten noch mehr Sicherheit geben zu sollen.

---

[1]) Wie es scheint auch bei anderen Apparaten, und nicht nur bei den mir zu Gebote gestandenen.

a) Wenn man ein Stäbchen mittelst eines Siegellacktröpfchens auf einer Stimmgabel befestigt und so abgleicht, dass es kräftig mitschwingt, wenn man ferner durch eine Stimmpfeife, die genau auf den Ton der Gabel gebracht ist, die Membran, auf welcher dasselbe Stäbchen geheftet ist, zum Mittönen bringt, so sieht man sogleich auch den Griffel vibriren, und es bleibt ziemlich gleichgiltig, wo und wie derselbe befestigt wurde, und ob man den Arm zur Regulirung der Knotenlinien anwendet oder nicht.

Es ist natürlich, dass, wenn das Stäbchen an der Gabel mit Knoten schwingt, die doppelte Schwingungsdauer desselben vermöge seiner Länge hat u. s. f., dieselben Erscheinungen auch bei Befestigung auf der Membran auftreten müssen. Man sieht daraus, dass man bei absoluten Tonbestimmungen mit einiger Vorsicht zu Werke gehen muss.

b) Nicht ohne Nutzen wird es sein, durch ein directes Verfahren nachzuweisen, dass solche Verhältnisse in der That eintreten. Ich habe dieses durch ein Verfahren geleistet, welches schon Helmholz [1]) zu einen ähnlichen Zwecke angewendet, nämlich durch das sogenannte Vibrationsmikroskop. Die vertical gestellten Schwingungen des Stäbchens wurden seitlich durch eine mikroskopähnliche Vorrichtung betrachtet, deren Objectivlinse von nicht zu kleiner Brennweite (2—3 Centim.) auf der einen Zinke einer Stimmgabel so befestiget war, dass ihre optische Axe normal gegen die Axe des Apparates und der Zinkenebene zu stehen kam. Die Gabel selbst war vertical gestellt und das Oculare an einem fixen Träger befestigt. Die Vergrösserungszahl betrug 4—5.

Nach derselben Stimmgabel, welche die Objectivlinse trug, wurden sowohl die Stimmpfeife, als auch die zu untersuchenden Stäbchen abgestimmt, letztere an ihrem Ende auf die oben angegebene Weise mit einem gut sichtbaren weissen Punkte versehen, so dass die aus der Schwingung des Stäbchens in verticalem, und die der Objectivlinse in horizontalem Sinne resultirende Curve beobachtet werden konnte. Man überzeugt sich sogleich, dass je nach der Länge des Stäbchens Ellipsen oder 8förmige Curven zum Vorschein kommen.

---

1) On the motion of the strings of a Violin. Phil. Mag. XXI.

c) Es ist unschwer nachzuweisen, dass die Schwingungsdauer $2T$ nicht herrühre von dem Umstande, dass die Membran selbst die tiefere Octave zur Stimmpfeife gibt, was in manchen Fällen vorzukommen pflegt [1]. Man braucht nur die parallel der Axe des Apparates erfolgenden Oscillationen der Membran mit den Oscillationen der Gabel, die nun horizontal gestellt werden muss, zu combiniren. Die ersteren sind gut sichtbar durch den Lichtpunkt, welcher am Siegellacktröpfchen zu Stande kommt. Ich habe immer nur Ellipsen beobachtet. Dieser Lichtpunkt ist es auch, durch den man sich überzeugen kann, dass immer die zweite Componente (*b*, Art. III) vorhanden ist, wenn überhaupt eine Bewegung des Stäbchens eintritt (Art. II).

Wer diese Versuche kennt, wird jedoch bemerken, dass bei der Erregung durch Membranen die oben ausgesprochenen Gesetze gewisse Modificationen erleiden, bezüglich der Länge des Stäbchens, bei welcher das Maximum in den Amplituden eintritt, bezüglich der Form, die der schwingende Stab annimmt u. s. f. Es wird nun nothwendig sein, die Ursache dieser Erscheinungen, wie schon im Art. III erwähnt wurde, nachträglich gehörig zu berücksichtigen.

V.

Während bei einer Stimmgabel das Element, welches das Stäbchen trägt, als starr mit den Nachbarelementen verbunden angesehen werden muss, ist dieses nicht mehr der Fall bezüglich des Membranelementes. Das Drehungsmoment, welches bei der Bewegung des Stäbchens in seinem letzten Elemente auftritt, wird daher wohl dort in jedem Augenblicke aufgehoben sein durch die starre Verbindung, so dass die Tangente am fixen Ende eine unveränderliche Lage behält, hier aber wird eine Drehung des Elementes im Sinne dieses Momentes eintreten, wesshalb in die Grenzbedingungen nicht mehr die unveränderliche Lage der Tangente am fixen Ende eingerechnet werden darf, sondern eine andere Bedingung an ihre Stelle zu treten hat, die dann nothwendig die transcendente Gleichung, von deren Wurzeln die Schwingungsdauer abhängt, abändern muss.

---

[1] Bernard und Bourget a. a. O.

Es ist jedoch nicht schwer, über diesen Umstand Auskunft zu erhalten. Man denke sich den Stab normal an die Membran geheftet und die Ebene, in welcher der Stab schwingt, erweitert, bis sie die Membran schneidet; diese Ebene sei zugleich die Zeichnungsebene der Fig. 7, *ABCD* sei die Spur der Membran auf ihr, *BC* der Schnitt der Fläche, mit welcher das Ende des Stabes starr verbunden auf der Membran sitzt, *EF* das verbogene Stäbchen selbst zur Zeit t, und *EN* die Normale zur Membran, welche erstere im Zustande der Ruhe mit demselben zusammenfällt. Die Spannung s, welche zur Zeit t in der Richtung *AD* vorhanden ist, erzeugt ein Drehungsmoment, das *BC* wieder in die Gleichgewichtslage treibt. Wird nun die Länge *BC* mit a bezeichnet, der Winkel zwischen *EN* und der Tangente *ET* am Ende *E* des Stabes mit φ, so ist das Drehungsmoment:

$$as \sin \varphi.$$

Diesem Ausdrucke, in welchem s genau genug als constant angenommen werden kann [1]), ist nun das durch die Biegung des Stabes im letzten Elemente geweckte Drehungsmoment in jedem Augenblicke gleich zu setzen, wenn man sich noch erlaubt die starre Masse (hier das Siegellacktröpfchen), an welche eigentlich die beiden Drehungsmomente angreifen, zu vernachlässigen.

Verlegen wir nun den Coordinatenursprung nach E, die x-Axe in *EN*, die y-Axe in *EM*, so ist die Ordinate eines Punktes des Stabes zur Zeit t

$$y = U \cos(\varkappa t + \tau),$$

wenn

$$U = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + \frac{1}{2} C(e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) + \frac{1}{2} D(e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}),$$

$$\varkappa = \frac{\alpha^2 \beta}{2\pi}.$$

---

1) Ist nämlich r der Abstand der Punkte B und C vom Rande der Membran, so findet man die durch Drehung des Theiles *BC* bewirkte Änderung der Spannung proportional dem Ausdrucke:

$$\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{a^2}{4r^2} \sin^2 \varphi} + \frac{a}{2r}(1 - \cos \varphi)}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{4r^2} \sin 2\varphi}}.$$

und die Bewegung in einer Hauptschnittsebene des Stabquerschnittes erfolgend gedacht wird. β ist dann eine Constante, die von der Form und den Dimensionen des Querschnittes abhängt, A, B, C, D, α Constante, die durch die Bedingungen an den Grenzen und durch den Anfangszustand bestimmt werden müssen. Für die eine Grenze $x=0$ hat man aber:

$$U_0=0,\ \beta\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0=as\sin\varphi,$$

oder, wenn man bedenkt dass, weil φ klein ist man haben wird:

$$\sin\varphi=\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0$$

auch, wenn man noch $\frac{\beta}{as}=M$ macht,

$$x=0,\quad U_0=0,\quad M\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0=\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_0.$$

An dem andern Ende, welches als vollkommen frei betrachtet wird, werden die Beziehungen gelten:

$$x=l,\quad \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_l=0,\quad \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)_l=0.$$

Führt man in diese Bedingungen den obigen Ausdruck von U ein, so erhält man das folgende System von Gleichungen:

$$\begin{aligned}
0&=A.\cos\alpha l+B.\sin\alpha l+C.\tfrac{1}{2}(e^{\alpha l}+e^{-\alpha l})+D.\tfrac{1}{2}(e^{\alpha l}-e^{-\alpha l})\\
0&=A.\sin\alpha l-B.\cos\alpha l+C.\tfrac{1}{2}(e^{\alpha l}-e^{-\alpha l})+D.\tfrac{1}{2}(e^{\alpha l}+e^{-\alpha l})\\
0&=A.\ M\alpha+B \qquad -C.\ M\alpha \qquad +D\\
0&=A \qquad\qquad +C
\end{aligned}$$

Eliminirt man hieraus die vier Constanten, so findet man als transcendente Gleichung, durch deren Wurzeln die Schwingungsdauer des Stabes bestimmt ist, und die uns zunächst interessirt:

$$*)\ \frac{1}{2}(e^{\alpha l}+e^{-\alpha l})\cos\alpha l+1=$$

$$=\frac{M}{l}\alpha l\left\{\frac{1}{2}(e^{\alpha l}+e^{-\alpha l})\sin\alpha l-\frac{1}{2}(e^{\alpha l}-e^{-\alpha l})\cos\alpha l\right\}.$$

Diese Gleichung liefert diejenige, welche man unter der Annahme eines vollkommen starr verbundenen Endpunktes herleitet, wenn man $s=\infty$ oder $M=0$ macht, weil dies eben die Bedeutung hat, als wäre der Stab mit einem Körper in Verbindung gebracht, dessen Theile nicht verschoben werden können. Man sieht daher, dass je grösser M, also je kleiner s ist, desto bedeutendere Unterschiede in der Schwingungsdauer sich herausstellen werden, je nachdem ein und dasselbe Stäbchen an einer Membran oder an einer Stimmgabel schwingt. Es wäre nur noch nöthig anzugeben, in welchem Sinne die Wurzeln obiger Gleichung von den gleichnamigen derjenigen abweichen, die man aus ihr erhält, wenn der rechte Theil durch Null ersetzt wird.

Zu diesem Ende bemerken wir dass, $\alpha l=x$ und der linke Theil der Gleichung *) durch $f(x)$ bezeichnet, dieselbe sich auch so schreiben lasse:

$$f(x)=-\frac{M}{l}x\frac{df(x)}{dx}.$$

Dieser Gleichung können aber nur solche Werthe von x genügen, für welche $f(x)$ und $\frac{df(x)}{dx}$ entgegengesetzte Vorzeichen haben, also, geometrisch ausgedrückt, nur die Abscissen solcher Punkte der Curve $y=f(x)$, für welche mit wachsendem x die y, absolut genommen, abnehmen. Nun sind aber die Abscissen $x_1, x_2, x_3 \ldots$ der Durchschnittspunkte dieser Curve mit der x-Axe die Wurzeln der vereinfachten Gleichung, daher, wenn man die Wurzeln der vollständigen Gleichung in derselben Ordnung mit $x'_1, x'_2, x'_3 \ldots$ bezeichnet, die Relationen gelten:

$$x'_1 < x_1,\ x'_2 < x_2,\ x'_3 < x_3, \ldots\ldots$$

oder

$$\alpha'_1 l < \alpha_l,\ \alpha'_2 l < \alpha_2 l,\ \alpha'_3 l < \alpha_3 l, \ldots\ldots,$$

somit wird die Schwingungsdauer des Stabes auf der Membran grösser sein, als auf der Stimmgabel oder einem andern Körper, für welchen $s = \infty$ gesetzt werden darf [1]. -

Dieser Umstand nun im Zusammenhalt mit der Thatsache, dass wir es mit einer physischen Membran zu thun haben (2, 3, Art. I), erklärt vollständig die oben angedeuteten Modificationen sowohl, als auch andere Erscheinungen, die für den ersten Augenblick befremden könnten.

Wir wollen zuerst die Membran als vollkommen gleichförmig gespannt denken.

1. Wenn man auf ihr ein Stäbchen abgleicht, bis es das Maximum der Excursionen erreicht hat, so schwingt es auf der Stimmgabel, die denselben Ton gibt, nicht mit dem Maximum der Excursionen mit; umgekehrt muss man das auf der Stimmgabel abgeglichene Stäbchen etwas verkürzen, damit es auf der Membran kräftig schwingt.

2. Da bei nicht bedeutend differenten Spannungen eine Membran auf denselben Ton, oder bei constant gehaltener Spannung auf wenig differente Töne anspricht, so können auch nahe liegende Töne ein und dasselbe Stäbchen erregen, wenn nur die Spannung gehörig abgeändert wird, und eben so, wenig verschiedene Stäbchen auf denselben Ton ansprechen. Der Nachweis dieser Erscheinungen ist leicht zu erzielen, und braucht nicht näher auseinandergesetzt zu werden.

Hat man es aber mit einer ungleichförmig gespannten Membran zu thun, wie dies beim Scott'schen Apparate wohl immer der Fall sein dürfte, da ja die Bedingung, dass die Membran an dem abnehmbaren Ringe schon gleichförmig gespannt sei, kaum zu erfüllen ist, so treten noch weitere Erscheinungen hinzu, die oft genug bei den Versuchen vorzukommen pflegen.

3. Das Intervall der Töne, auf welche noch ein und dasselbe Stäbchen anspricht, wird hier noch grösser sein können, als in 2.) Denn wenn auch dort vermöge der constanten Spannung s und der Dimensionen des Stäbchens, letzteres trotz des Mitschwingens der

[1] Obige Gleichung lehrt auch die Wurzeln construiren. Legt man nämlich an einem Punkte (xy) der Curve $y=f(x)$ eine Tangente und nennt die Abscisse ihres Durchschnittspunktes mit der x-Axe ξ, so folgt, dass man jenen Punkt so zu wählen habe, dass $\xi = x\left(1+\frac{M}{-}\right)$ wird.

Membran nicht erregt wird, so ist dies hier, wo gleichsam nur die mittlere Spannung *s* ist, um einen Punkt herum aber, je nach der Richtung, und auf der Membran je nach der Wahl dieses Punktes die einzelnen Spannungnn bedeutender differiren können, doch möglich; in der That habe ich ein und dasselbe Stäbchen auf Töne, die um eine Quarte auseinander lagen, ansprechen gesehen, freilich mit sehr verschiedener Intensität, wie leicht begreiflich.

4. Hieraus ist auch ersichtlich, warum man oft so lange herumsuchen muss, bis eines der König'schen Stäbchen auf einen gegebenen Ton anspricht. Es wird überhaupt nur ansprechen können, wenn sein eigener Ton etwa nicht mehr als eine Quarte von dem erregenden sich unterscheidet. Gesetzt nun diese Bedingung ist erfüllt, so handelt es sich erst noch entweder auf der Membran einen Punkt ausfindig zu machen, in welchem nach irgend einer Richtung eine solche Spannung vorhanden ist, dass sie zugleich mit den Dimensionen etc. des Stabes in die Gleichung gesetzt, einen Wurzelwerth ergibt, welchem die Schwingungsdauer des erregenden Tones entspricht; oder aber in einem gegebenen Punkte die Vertheilung der Spannungen abzuändern. Gewöhnlich thut man beides, und der bewegliche Arm mit der Schraube zur Fixirung eines Punktes an der Membran scheint vorzüglich nur die Wirkung zu haben, dass er die Spannung local zu modificiren vermag.

5. Wenn man um den Stift in Bewegung zu versetzen, der Membran die nöthige Spannung zu geben sucht, so gewahrt man oft, dass die Ebene in welcher der Stab schwingt, sich plötzlich ändert, je nachdem man verschiedene Stimmschrauben benützt. Dieses erklärt sich sofort ganz einfach, indem ja der Stab nach jener Richtung schwingen muss, nach welcher gerade die erforderliche Spannung vorhanden ist, wenn man anders den Griffel als cylindrisch voraussetzt. Denselben Grund hat auch der Umstand, dass bei verschiedenen Tönen, wenn sie dasselbe Stäbchen in Bewegung setzen, auch die Schwingungsrichtung verschieden ist, besonders wenn das Mitschwingen bei ungeändert gehaltener Spannung der Membran gelingt. Dass hier in seltenen Fällen die beiden Schwingungsrichtungen zusammenfallen, ist wohl nur darin zu suchen, dass der Griffel auch noch durch die dritte Componente (*c*, Art. III) erregt wird, indem dann immer die Amplitude für den einen Ton sich als sehr klein zeigt.

Wie begreiflich, gelingt das Ansprechen auf verschiedene Töne am leichtesten an jenen Stellen, die nicht zu starke locale Dehnungen erlitten haben. Jedoch ist nicht zu übersehen, dass ein nicht cylindrisches Stäbchen schon an und für sich nach den beiden Hauptschnitten des Querschnittes auch verschiedene Schwingungsdauer haben wird.

Um direct zu zeigen, dass die Ausbiegung der Membran in der Weise, wie sie in obiger Rechnung angenommen wurde, wirklich zu Stande kommt, braucht man nur das Stäbchen während seiner Bewegung zu beobachten; man bemerkt sehr deutlich, dass die Elemente am Befestigungspunkte keine constante Richtung beibehalten, sondern eine Winkelbewegung erleiden. Noch besser kann man aber den Beweis liefern, wenn man in das Siegellacktröpfchen noch ein zweites, sehr kurzes Stäbchen (2—4 Millimeter) befestigt, dasselbe nimmt dann Theil an der Drehung, um die in der Membran gelegene Axe und zeigt einen Ausschlag, der immer parallel der Schwingungsrichtung des Stabes ist. Schneidet man das längere Stäbchen ab, so hört jede Bewegung auf.

Endlich scheint mir das Mitschwingen überhaupt, wie auch das Ansprechen auf verschiedene Töne leichter zu gelingen, wenn man, wie in Fig. 8 dargestellt, das Stäbchen nicht unmittelbar an die Membran heftet, sondern an diese erst ein kurzes Stück Hollundermark *ab* schief aufstellt, in welches dann das Stäbchen gesteckt wird. Dasselbe habe ich nicht aus Borsten, sondern aus Rosshaaren hergestellt und von solcher Länge gewählt, dass für den mittleren der Töne, welche noch ansprechen sollen, ein Knoten auf demselben erzeugt wurde. Auf diese Weise ist es mir gelungen, Töne im Bereich einer Quinte zu gleicher Zeit zum Ansprechen zu bringen. Die Ausschläge erfolgten meist in der Ebene, welche man sich durch das Stäbchen *ab* normal gegen die Membran gelegt denkt [1]). Vielleicht gelingt es auf diese Weise noch weiter zu kommen.

---

[1]) Es ist klar, dass hiedurch der Einfluss der beiden anderen Componenten (*a*, *c*, Art. III) vergrössert und das Stäbchen mehr gezwungen wird, nach einer bestimmten Richtung zu schwingen.

Intorno ai sussidj meccanici meglio acconci a determinare con precisione il numero delle pulsazioni cardiache nei conigli.

Nota presentata all' i. r. Accademia delle scienze in Vienna dai professori

G. P. Vlacovich e Cav. M. Vintschgau.

Essendoci non ha molto occupati entrambi separatamente nell'investigare, benchè con intendimento diverso, l'influenza affidata ad alcune parti del sistema nervoso sui movimenti del cuore, ci parve utile l'associare le nostre fatiche, per rischiarare ùno dei problemi più importanti tra quelli che si riferiscono alla fisiologia di quest'organo; problema concernente la determinazione dell'ufficio assegnato al n. vago nel presiedere alla frequenza delle pulsazioni cardiache.

Dopo i celebri esperimenti di Weber, si ravvisava generalmente in quel nervo un conduttore di stimoli, atto a diminuire il numero dei battiti cardiaci, e, temporaneamente, anche ad arrestarli. Se non che, stando alle più recenti ricerche, istituite prima da Schiff e poi da Moleschott, converrebbe ammettere, che codesti effetti non si ottengano se non se usando di stimoli molto energici; e che, esponendo il vago ad eccitazioni in vece molto deboli, ne segua al contrario aumento nella frequenza delle contrazioni del cuore. Tali ricerche trassero que'due fisiologi ad annoverare il decimo pajo fra'nervi cardiaci motori; ed affermarono, che, se sottoposto il n. vago all'azione di stimoli alquanto energici, vi tien dietro un rallentamento nella frequenza, od anche una sosta più o meno lunga dei battiti cardiaci, dovevansi attribuire questi effetti ad esaurimento della potenza d'innervazione inerente a quel nervo: esaurimento favorito da certa sensibilità più squisita, che gli stimarono propria.

A questa tesi di Schiff e di Moleschott si contradisse da varie parti; agli esperimenti degli egregi due fisiologi, altri furono opposti, che non confermarono punto i risultamenti da essi ottenuti.

Da qual lato trovasi dunque la verità? — Questo è quanto ci proponemmo d'indagare.

Nell' intraprendere codesta ricerca, fu nostro divisamento di comprendere in essa, esclusi i pesci, qualche rappresentante di ciascuna fra le altre classi superiori de' vertebrati. In questa nota però ci ristringeremo all' offrire succinta relazione di alcune prove da noi tentate nei conigli, per riuscire a numerarne con precisione i battiti del cuore.

In una prima e non breve serie di sperimenti, noi seguimmo a tal fine precipuamente il metodo di Moleschott. Essendoci accorti non di meno che, numerando le pulsazioni secondo questo metodo, si poteva incorrere in qualche sbaglio nella indicazione successiva delle diecine, senza che vi fosse modo di purgare poscia l'osservazione da siffatti errori; così ci parve utile l'introdurvi alcune modificazioni. Quegli a cui piacesse l'attenervisi, avrebbe a procedere nel modo seguente:

Presi due fogli di carta, le cui pagine sieno già divise mediante linee verticali in 18 colonne almeno [1], si scrivano in capo a quelle dell'uno la serie dei numeri dispari, dall'uno sino al 35; e in capo a quelle dell' altro la serie dei numeri pari dal 2 sino al 36 [2]. I due fogli così preparati si consegnino a due assistenti, che avranno l'incarico di osservare le oscillazioni dell'ago infitto nel cuore, e di contarle ad alta voce di dieci in dieci. Quello che ha il foglio coi numeri dispari comincia ogni volta la numerazione, e va progredendo sino al dieci; gli subentra quindi il secondo che, giunto al dieci, viene sostituito dal primo; e così via via con alterna vicenda. Dopo ciascuna diecina, l' assistente che cessa di numerare segna sulla propria carta un piccolo tratto nella colonna relativa. Finita l'osservazione, si prenda il numero annunziato dall' uno degli assistenti al termine del tempo prefisso — numero che, come già s'intende, varierà dall'uno al dieci inclusivamente — ed aggiuntolo alla destra di quello posto in cima alla colonna che accolse l'ultimo tratto, si otterrà subitamente il numero totale delle pulsazioni eseguite frattanto dal cuore.

---

[1] Ci giovammo a tal fine della carta rigata che si esita ordinariamente da'cartolaj.

[2] Questi numeri non sono per nulla troppo grandi, essendo che ci si presentaron alcuni conigli nei quali la frequenza delle pulsazioni cardiache, numerate con questo metodo, ascese sino alle 350 battute.

Contando le pulsazioni a questo modo, havvi, senza dubio, la possibilità di registrarne qualche diecina di più o di meno. Simili sbagli però sfuggirebbero non avvertiti solo quando gli assistenti ommettessero amendue, e ciascuno egualmente, qualche tratto; o ne notassero taluno di più, ed in pari misura. Ma errori siffatti non crediamo che s'abbiano a temere veramente, quando gli assistenti non manchino d'adoperarsi con grado almen discreto d'attenzione. Certo è che nelle numerevoli osservazioni da noi fatte, mai s'ebbe argomento a sospettare d'esservi caduti. — Che se lo sbaglio si commettesse dall'uno degli assistenti soltanto, riescirà facilissimo il ravvisarlo. E per vero, qualunque sia il punto dall' 1 al 10 (quest'ultimo compreso) a cui la numerazione si arresti, se vi avrà dato termine quello degli assistenti che tiene i numeri pari, le due serie di colonne da entrambi segnate dovranno essere fra loro eguali; se vi avrà posto fine invece quello che ha i numeri dispari, dovrà questi offrire segnata una colonna di più in confronto del suo compagno. Ogni altro risultamento sarebbe indizio di errore; errore che — nelle poche volte in cui vi cademmo — potè da noi facilmente essere riconosciuto, e corretto.

L'esperienza, quanto al rimanente, va istituita nella maniera già ben conosciuta. — Legato, cioè, l'animale in posizione adattata, lo sperimentatore eseguisce la preparazione del nervo vago; e, postolo sugli elettrodi, attende a mantenervelo convenientemente a contatto, ed a regolare un reostata (il reocordo di Du Bois) frapposto nel circuito elettrico [1]). Lo stesso sperimentatore, od un suo assistente misura il tempo, dando un segno prestabilito al cominciamento ed al termine d'ogni minuto primo, o della sua metà.

Per numerare le pulsazioni cardiache, noi ci attenemmo dunque, nei primi nostri sperimenti, al metodo di Moleschott, modificandolo nella maniera or ora descritta. Alcune volte però, gli sostituimmo quello usato da Bezold (l'ascoltazione collo stetoscopio). Ma ben presto ci si fece palese, che, seguendo sia l'uno sia l'altro metodo, si

---

[1]) Nei nostri esperimenti il circuito elettrico era costituito da un elemento di Grove o di Daniell, combinato coll'apparecchio elettro - magnetico a slitta di Du-Bois - Reymond. La spirale indotta trovavasi per lo più alla distanza di 36 Cm. dal tramezzo a cui sta fissa la spirale inducente; sicchè lo zero corrispondeva al punto in cui quest'ultima trovasi ricoperta interamente dalla prima.

corre pericolo di commettere notabili errori nel registrare i battiti cardiaci, se questi sieno molto frequenti, e chi li conta non abbia nessun' altra guida, fuorchè la vista delle oscillazioni dell'ago, o l'ascoltazione del cuore; errori che, malgrado sufficiente lunghezza d'esercizio, non si viene a capo di scansare, per quanto sia viva l'attenzione dell'occhio, o dell'udito. Del che ci resero irrefragabilmente convinti parecchi esperimenti comparativi di numerazione; nei quali l'uno di noi servivasi, o del metodo di Moleschott (da noi modificato), o del metodo di Bezold; mentre l'altro usava simultaneamente qualche maniera di numerazione da quelle diversa; maniera dalla quale potevamo ragionevolmente ripromettercі risultati non meno buoni, od anche a pieno esatti.

Descrivere gli accennati esperimenti di confronto non potremmo, senza allungare di soverchio i confini della presente nota. Basti il ricordare che, valendoci da ultimo del numeratore di Siemens ed Halske (ne diremo brevemente più oltre), ci accertammo che, allorquando il numero delle pulsazioni cardiache ascenda di alcune diecine al di sopra delle 200 battute per ogni minuto primo, il numerarle sia col metodo di Moleschott (modificato), sia con quello di Bezold può divenire sorgente di risultamenti assai fallaci [1]).

Fattasi manifesta l'insufficiente bontà di questi ultimi due metodi, noi pensammo che, a togliere ogni argomento di dubio sull'esattezza della numerazione, rendevasi necessario il rinvenire qualche strumento che con meccanica precisione segnasse passo passo i singoli battiti del cuore, e ne serbasse tracce temporanee, o permanenti.

Rivolte a questa meta le nostre meditazioni, fermammo la mente, dopo parecchi altri tentativi, sopra una combinazione d'ingegni particolari, da noi stimati all'uopo i più acconci. Conseguitane la costruzione, si andavano questi da noi appunto cimentando allorchè ci venne a mano un breve lavoro di Brondgeest, assistente all'Istituto fisiologico di Utrecht [2]), in cui sono svolte varie proposte piena-

---

[1]) Crediamo opportuno l'avvertire che i conigli, di cui ci servimmo nelle nostre investigazioni, mai ci offrirono, nelle condizioni loro normali, meno di 200 pulsazioni in un minuto primo. Negli esperimenti di Moleschott invece, esse rimasero per lo più sotto alle due centinaja.

[2]) Methode um die Zahl und die Dauer der Herzschläge zu registriren: publicato nell' „Archiv für die holländischen Beiträge zur Natur- und Heilkunde, Vol. III, Fasc. IV, p. 430."

mente conformi ad alcuni concetti da noi stessi vagheggiati, o messi ad atto in via di prova al principio di questi nostri studj, concetti e prove che abbandonammo poscia per buone ragioni. Furono queste, o la complicazione soverchia de'sussidj meccanici all'uopo richiesti; o la persuasione attinta ben tosto, nel saggiarli praticamente, essere la via da noi prescelta malagevole e seminata d'inconvenienti che ci avrebbero inceppati gravemente nel nostro cammino, senza lasciarci forse guarentigia di risultati sodisfacenti.

Così, ad esempio, avevamo disegnato noi pure, sulle prime, valerci del chimografio, facendone ingrandire il cilindro, e adattandovi qualche meccanico artificio mediante il quale, alla rotazione intorno all'asse della sua lunghezza, fosse congiunto ancora un movimento continuo di traslazione secondo l'asse medesimo. Un'altro apparecchio speciale doveva tracciare di tratto in tratto qualche segno lungo la linea delle curve, lasciando fra codesti segni delle distanze, rappresentanti periodi previamente stabiliti di sessanta, o di trenta, o di quindici minuti secondi. — Ma il far segnare sul cilindro del chimografio spalmato di fuligine le curve corrispondenti alle singole pulsazioni del cuore, ci sembrò partito incomodo e non sicuro dal pericolo di frequenti sconci. Non si evitava con esso inoltre il disturbo del numerarle; disturbo che, in queste indagini, rende disadatto [1]) qualunque meccanismo, dal quale non si possa ottenere indicato prontamente il numero preciso delle battute in qualsivoglia momento piaccia conoscerlo.

Avevamo disposto pure un altro apparecchio meccanico che, nei principj su cui fondavasi la sua costruzione, somigliava in parte a quello usato da Rosenthal nelle sue ricerche sui movimenti respiratorj [2]). Ma prescindendo pure da qualche inconveniente incontrato da noi nei tentativi fatti per questa via, inconveniente che, nell'esecuzione definitiva dell'apparecchio provvisorio, ci sarebbe riuscito forse di vincere; prescindendo dal difetto che avrebbe avuto questo apparecchio altresì di registrare, cioè, le pulsazioni senza numerarle; abbiamo dovuto smettere l'idea di raggiungere di questa guisa il nostro intento, per la difficoltà di rinvenire della carta perpetua che avesse i requisiti corrispondenti all'uso a cui la volevamo destinata.

---

1) Dei motivi, ne toccheremo brevemente più sotto.

2) Die Athembewegungen und ihre Beziehungen zum *Nervus vagus*. Berlin, 1862.

Allora ci occorse alla memoria l'apparecchio telegrafico di Morse, il quale, combinato con altri artifizj meccanici, appagò sì a pieno i nostri desiderj — quanto all'ottenere durevolmente impresse le tracce dei battiti del cuore — che, in una serie non breve di sperimenti, di quello soltanto ci siamo serviti. Perocchè ci venne fatto di vedere il telegrafo operare per modo, che i punti segnati sulla lista di carta svolgentesi dal suo disco, corrispondevano esattamente alle singole pulsazioni dell'organo poc'anzi ricordato; restavano esse per tal maniera fedelmente registrate, e potevano poscia in qualunque momento numerarsi [1]).

Ma se quest'ultima e non poco tediosa operazione venga fatta intantochè si eseguiscono gli sperimenti, essa ne allunga di soverchio la durata con grave tormento dell'animale; per la qual cosa ei può sorgere dubio persino sul valore fisiologico de' risultamenti per simil guisa ottenuti. Se la numerazione si rimanda invece ad altro momento, lo sperimentatore resta all'oscuro intorno agli effetti degli stimoli applicati, e ciò nel tempo appunto in cui gli riesce indispensabile l'averne piena notizia. Giacchè, giusta la dottrina propugnata da Schiff e da Moleschott in questa materia, per ottenere i fenomeni da essi annunziati nell'eccitazione del n. vago colla corrente elettrica, vuolsi aver cura d'impartirle sopratutto l'adeguato grado di forza. Ma nessuna norma stabile può assegnarsi per la scelta di codesto grado; variando esso, a detta di Moleschott, secondo la specie e l'indole individuale degli animali, e mutandosi pure entro alla durata stessa dei singoli sperimenti. In ciascun caso quindi il grado appropriato della corrente non può cogliersi, d'ordinario almeno, che dietro alcune prove a tentone. Vedrà ognuno perciò quanto importar debba il poterne conoscere prontamente l'effetto di volta in volta, subito dopo averne fatta l'applicazione.

Questo bisogno ci fece volgere la mente a rinvenire qualche meccanismo che, rispondendo mano mano alle pulsazioni del cuore, potesse indicarci rapidamente e ad ogni istante il numero di quelle

---

[1]) Dell'esattezza nella corrispondenza sopraccennata noi ci accertammo mediante il chimografio; il cui manometro, introdotto nell'una delle carotidi del coniglio, segnava, nel modo già conosciuto, le curve denotanti le oscillazioni prodotte nella pressione del sangue dall'alterna vicenda della sistole e diastole del cuore: mentre il telegrafo imprimeva contemporaneamente i suoi punti sulla carta.

seguitesi entro lo spazio di un minuto primo, o di qualche sua frazione. L'ottenerle in pari tempo registrate con segni stabili, ci sembrò poco men che superfluo; a nostro giudizio tuttavia, ei doveva essere possibile, caso mai ne fosse apparsa l'utilità, il combinare l'apparecchio di Morse col meccanismo numerante, e raggiungere quindi simultaneamente e l'uno e l'altro scopo; le quali previsioni nostre, come si vedrà più oltre, non andarono punto fallite.

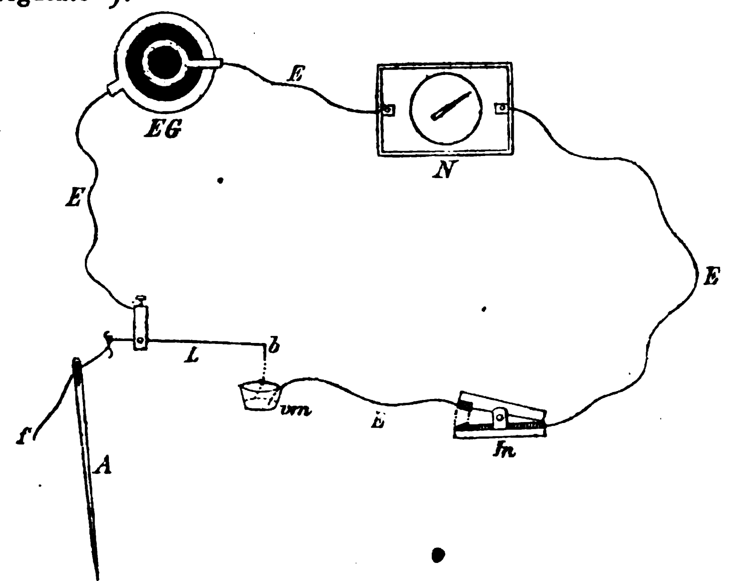
Postici dunque in traccia d'un numeratore meccanico, ci parve che una macchinetta, costruita sulle orme degli orologi elettrici che registrano il tempo, dovesse sodisfare perfettamente al fine da noi desiderato. Dopo varie inutili ricerche per ritrovarla, dalla ben nota perizia dei sigg. Siemens ed Halske di Berlino ci venne fornito, non ha guari, un piccolo strumento, che corrisponde pienamente a quanto c'era d'uopo conseguire.

Questo strumento non differisce gran fatto, rispetto all'essenza della sua disposizione, dagli orologi sopraccennati; e giunge ad indicare con sicurezza fino a 1200 interruzioni, che abbiano avuto luogo in una corrente elettrica entro al termine di un minuto primo. Possiede lo stesso strumento ruote ed indici combinati in guisa, che in uno spazio di tempo proporzionato (8′33″), restino registrate 10,000 successive interruzioni; e concede non di meno che, in qualunque istante (sospendendo, ove occorresse, il movimento delle sue ruote), si possa ritrarre pronta notizia sulla somma totale di tutte quelle seguitesi nell'intervallo di tempo trascorso dal principio della numerazione. Esso è provveduto, a tal fine, di una mostra con tre indici: il più grande fra questi cammina colla sua punta lungo la periferia d'un cerchio diviso in 100 gradi; questo cerchio ne abbraccia in sè altri due più piccoli, forniti entrambi dell'indice relativo; ciascuno dei quali cerchi minori è diviso in dieci gradi, che corrispondono alle centinaja nell'uno, alle migliaja nell'altro. Ne caso nostro particolare, tanta squisitezza di meccanismo riesce superflua; e basterebbe, certamente, che il medesimo fosse dotato d'una sola ruota e di un indice solo; non essendo difficile il tenere a memoria, o notare il numero dei pochi giri interi percorsi dall'indice più grande in un minuto primo; tanto più che codesti giri, nel coniglio, mai sorpassano il numero di tre [1]).

[1]) Sarebbe facile, nel costruire lo strumento, il ridurre a due gl'indici, disponendoli come quelli degli orologi comuni; e modificarne il meccanismo in guisa,

L'uso del numeratore non abbisogna, crediamo noi, di lunghe dilucidazioni. Intenderà ognuno senz'altro, che, notato il punto di partenza, e da ultimo quello d'arresto dell'indice più grande, e conosciuto inoltre il numero dei giri da esso frattanto eseguiti; potrà l'assistente che l'osserva determinare, con facile e brevissimo calcolo, il numero delle battute segnate dallo strumento nel relativo spazio di tempo. Si vedrà pur facilmente il partito che può trarsi da siffatto strumento, quand'esso sia posto in relazione coi movimenti cardiaci per modo, che le interruzioni della corrente corrispondano o alla sistole o alla diastole del cuore.

L'insieme dell'apparecchio da noi usato è disposto nel modo seguente [1]):



Un ago *(A)*, infitto a traverso il torace nel cuore del coniglio, trasmette i movimenti che riceve da quest'organo ad una leva metallica a due braccia *(L)*; leva mobilissima, costituita da un pezzo di

che, dopo ogni singola osservazione, l'indice maggiore potesse ricondursi allo zero: la qual cosa ne renderebbe senza dubio più comodo l'uso, facendo cessare il bisogno anche del piccolo calcolo, che altrimenti deve eseguirsi, per desumere il numero delle interruzioni avvenute in un dato intervallo di tempo.

[1]) Ad agevolare l'intelligenza della nostra descrizione, abbiamo stimato opportuno l'illustrarla con un piccolo disegno, che offrisse abbozzato l'intero apparecchio.

filo di rame alquanto sottile. L'uno dei suoi capi sta congiunto all'ago mediante un filo di seta *(f)* bene incerato; all'altro suo capo essa termina invece ripiegata a foggia di beccuccio *(b)*; il quale, o immergendosi in una vaschetta piena di mercurio *(vm)*, o sollevandosi da quella (secondo le oscillazioni dell'ago), chiude ed apre una corrente elettrica *(EE)*, entro a cui la leva sopradetta trovasi interchiusa. Codesta corrente, svolta da uno o due elementi di Grove *(EG)*, comprende inoltre nel suo cerchio il numeratore di Siemens ed Halske sopraindicato *(N)*; ed un apposito reotomo, col quale si puó sospenderla o ristabilirla a talento *(In)* [1]).

L'applicazione delle correnti elettriche al n. vago è regolata dallo sperimentatore, che regge a tal fine l'apparecchio stimolante, ricordato al principio di questa nota. Un assistente ha sott'occhio il numeratore; viene ad un altro affidato l'incarico di aprire e chiudere il circuito elettrico mediante l'interruttore sopraindicato *(In)*. Questo secondo assistente misura in pari tempo la durata d'ogni singola osservazione, nei successivi stadj di stimolo e di riposo [2]).

Ben di leggieri si scorge essere questo nostro apparecchio molto più semplice di quello usato da Brondgeest; risponde il nostro assai meglio ai bisogni speciali di questi sperimenti; ne è più sicuro e più facile il maneggio; ed offre per giunta il vantaggio di non iscarso risparmio nel dispendio necessario al procacciarsi quanto si richiede, per metterlo convenientemente in assetto. La spesa per l'acquisto del numeratore ammonta a circa fior. 40 (100 franchi); ed essa riescirebbe per certo più modica ancora, se lo strumento venisse fornito d'una sola ruota dentata, e d'un indice solo. — Esso non indica, egli

---

1) Nel circuito elettrico può inserirsi contemporaneamente anche l'apparecchio di Morse; il che da noi si fece già parecchie volte, per riscontrare l'esattezza del numeratore sopraindicato. Prima che di quest'ultimo fossimo provveduti ci servimmo per qualche tempo, come ne abbiamo già fatto cenno (pag. 6), dell'apparato di Morse soltanto.

2) Per ottenere maggior esattezza nella misura del tempo, e nella coincidenza fra l'aprirsi o il chiudersi della corrente da un canto, e il principio o il termine dall'altro canto del piccolo periodo dil tempo assegnato alle singole osservazioni, abbiamo divisato valerci d'un pendolo a secondi, che, con acconcio meccanismo, mantenga la continuità della corrente o la interrompa a determinati periodi della sua durata. Questa disposizione renderà superfluo il secondo assistente; e l'interruttore potrà essere regolato o dalla persona che sorveglia il coniglio, o da quella che osserva il numeratore; ed anche ommettersi affatto.

è ben vero nè la durata, nè la forza delle singole contrazioni del cuore; ma per quanto debba stimarsi di rilievo il determinare anche codesti attributi dell'azione cardiaca, giudichiamo tuttavia che si possa trascurare per ora di tenerne conto in queste ricerche; essendochè il nodo della controversia circa l'influenza del vago sui movimenti del cuore sta nel decidere, se, sperimentando nelle condizioni assegnate da Schiff e da Moleschott, v'abbia o non v'abbia quell' aumento di frequenza nelle pulsazioni cardiache, ond'essi ci porgono documento nelle loro investigazioni.

Affermiamo francamente poi che, degli accennati attributi, non può rendere esatta immagine neppure l'apparecchio di Brondgeest; della quale asserzione nostra ci riserviamo di mostrare la verità, quando publicheremo il nostro lavoro per esteso.

Soggiungiamo infine, che, ragioni suggeriteci dal ragionamento, e confermate dall'esperienza nostra particolare, c'inducono nell' avviso, che se gl'ingegnosi mezzi prescelti da Brondgeest bastano a far sì che si ottengano registrate esattamente le pulsazioni cardiache, essi riescono disadatti tuttavia di fronte all' indole speciale delle condizioni proprie a queste ricerche.

E poichè l'utilità del poter determinare con precisione il numero dei battiti cardiaci, negli animali in cui siano molto frequenti, sembra farsi oggidì più sentita; così credemmo prezzo dell'opera il porgere notizia di que' sussidj meccanici a'quali, dopo varj nostri ed altrui tentativi, ci parve che fosse da concedere la meritata preferenza. Le indagini già da noi intraprese, e quelle che ci proponiamo d'istituire giovandoci dei medesimi, giungeranno forse a dissipare le incertezze, onde sono avvolte tuttora le nostre cognizioni circa l'indole del dominio accordato al vago sulla frequenza delle contrazioni del cuore.

XXIV. SITZUNG VOM 10. NOVEMBER 1864.

Der Secretär theilt die betrübende Nachricht von dem am heutigen Tage um $1^1/_2$ Uhr erfolgten Ableben des wirklichen Mitgliedes der Akademie, beziehungsweise der mathem.-naturw. Classe, des Herrn Prof. Simon Stampfer mit.

Der Präsident ladet die Classe ein, ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund zu geben.

Herr Hofrath W. Haidinger übermittelt ein an ihn gerichtetes Schreiben des Directors der Sternwarte zu Athen, Herrn J. F. Julius Schmidt, „über Feuermeteore nach Zahlen, Detonationen, Meteoritenfällen, Schweifen und Farben verglichen zur Höhe der Atmosphäre".

Herr Director Dr. L. Fitzinger, übersendet eine Abhandlung betitelt: „Revision der bis jetzt bekannt gewordenen Arten der Familie der Borstenthiere oder Schweine *(Setigera)*".

Herr Prof. Dr. V. v. Zepharovich zu Prag übermittelt eine Abhandlung über „die Anglesit-Krystalle von Schwarzenbach und Miss in Kärnten".

Herr Prof. Dr. A. E. Reuss übergibt die I. Abtheilung seiner Abhandlung: „Zur Fauna des deutschen Oberoligocäns".

Herr Prof. Dr. R. Kner bespricht einige theils neue, theils ungenügend bekannte Fische aus den Sammlungen der naturhistorischen Expeditionen der Herren Joh. Jos. Godeffroy & Sohn zu Hamburg.

Herr Gabr. Blažek, Assistent am k. k. physikalischen Institute, überreicht eine Abhandlung „über die partiellen Differentialgleichungen der durch Bewegung von Linien entstandenen Flächen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

American Journal of Science and Arts. Vol. XXXVIII. Nr. 112—113. New Haven, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1498. Altona, 1864; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXIe, Nr. 81. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1864; 8°.

Chiolich-Löwensberg, Herm. v., Anleitung zum Wasserbau. I. Abtheilung: Der Strombau. Stuttgart, 1864; 4°.

Clausius, R., Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie. I. Abtheilung. Braunschweig, 1864; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. Nr. 17. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 18e Livraison. Paris, 1864; 8°.

Gesellschaft, Senckenbergische naturforschende: Abhandlungen. V. Bd., 2. Heft. Frankfurt a./M. 1864; 4°.

— der Wissenschaften, k. sächs., zu Leipzig: Abhandlungen der mathem.-phys. Classe. VI. Bd., 5. Heft und VII. Bd., 1. Heft. Leipzig, 1864; 4°. — Berichte. Philolog.-histor. Classe: XV. Bd., 1863. Heft 1—3; XVI. Bd., 1863. Heft 1. Mathem.-phys. Classe: XV. Bd., 1863. Heft 1—2. Leipzig, 1864; 8°.

— k. physikalisch-ökonomische, zu Königsberg: Caspar Hennenberger's grosse Landtafel von Preussen. Königsberg, 1863; Fol.

— königl. Dänische, der Wissenschaften: Forhandlinger i Aaret 1862 & 1863. Kjöbenhavn; 8°.

— k. k. Krakauer Gelehrten-: Statuten der Krakauer Universität. Krakau, 1864; 8°. — Michałowski, Jakob, Gedenkbuch. Krakau, 1864; 8°. (Polnisch.)

— k. ungarische naturwissenschaftliche: Mittheilungen. Bd. II, Hft. 2. Pest, 1864; 8°. — Jahresbericht. 1860—1861. Pest, 1864; 8°. (Ungarisch.)

Instituut, k. Nederlandsch meteorologisch: Meteorologische Waarnemingen. 1863. Utrecht, 1864; Quer-4°. — Notice sur les observations météorologiques faites dans les Pays-Bas etc. Utrecht, 1858; 8°.

Lund, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften für 1863 —1864. 4° & 8°.

Mittheilungen des k. k. Genie-Comité. Jahrg. 1864. IX. Band, 10. Heft. Wien; 8°.

Mondes. 2e Année, Tome VI., 10e Livraison. Paris, Leipzig, Tournai, 1864; 8°.

Observatory, the United States Naval: Astronomical and meteorological Observations made during the Year 1862. Washington 1863; 4°.

Reader, Nr. 97, Vol. IV. London, 1864; Fol.

Reichsforstverein, österr.: Österreichische Vierteljahresschrift für Forstwesen. XIV. Bd. 3 & 4. Heft. Wien, 1864; 8°.

Rostock, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften von 1863—1864. 8°, 4° & Fol.

Schlagintweit, Hermann, Adolphe and Robert de, Results of a Scientific Mission to India and High Asia. Atlas. Part III. Leipzig and London, 1863; Gr.-Folio.

Société Impériale d'agriculture etc. de Lyon: Résumé des observations recueillies dans les bassins de la Saône, du Rhone et quelques autres régions. 1863. 20e Année. 8°.

— Linnéenne de Lyon: Annales. Année 1862. (Nouvelle Série.) Tome IXe. Lyon & Paris, 1862 — Février 1863. 8°.

— Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1864. Tome XXXVII. Nr. 3. Moscou; 8°.

Society, The Linnean, of London: Transactions. Vol. XXIV, Part 2. London, 1863; 4°. — Journal of the Proceedings. Botany. Vol. VII, Nr. 27—28; Vol. VIII, Nr. 29—30. Zoology. Vol. VII, Nr. 27—28; Vol. VIII, Nr. 29. London, 1863—1864; 8°. — Address. 1863 & 1864. 8°. — List. 1863. 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 45. Wien, 1864; 4°.

Würzburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1863—1864. 8°.

Zeitschrift für Chemie und Pharmacie von E. Erlenmeyer, VII. Jahrg. Heft 18. Heidelberg, 1864; 8°.

Über Feuermeteore; nach Zahlen, Detonationen, Meteoritenfällen, Schweifen und Farben, verglichen zur Höhe der Atmosphäre.

Ein Sendschreiben an Herrn Hofrath W. Haidinger in Wien.

Von J. F. Julius Schmidt,

Director der Sternwarte zu Athen.

Seit meinem letzten Berichte über das grosse Meteor des 18. October 1863 habe ich keine ähnliche Erscheinung wieder gesehen, dagegen aber manche andere geringeren Ranges, und bin bemüht gewesen, unter der Begünstigung eines vorwiegend heitern Himmels, alle freie Zeit dem ferneren Studium der mannigfaltigen Phänomene der Feuermeteore zuzuwenden, deren ich manche im Laufe von nun 23 Jahren kennen gelernt und theilweise beschrieben habe.

Wenn ich mir abermals die Freiheit nehme, Mittheilungen dieser Art an Sie zu richten, so geschieht es jetzt, um Ihre Aufmerksamkeit auf Verhältnisse zu lenken, die ich mehr oder weniger zwar schon seit Jahren kannte oder ahnte, die aber erst seit Kurzem sich mir in grösserer Klarheit dargestellt haben. Ich beabsichtige nicht neue Hypothesen zu entwickeln, sondern nur Beziehungen, ausgedrückt in Zahlen, nachzuweisen, denen ich Werthe zuspreche, die einst zu nützlichen Anschauungen führen und zahlreiche ältere Hypothesen beseitigen werden. Die nächste Veranlassung gab ein vorläufiger Abschluss meiner Arbeit über die Phänome der Dämmerung, mit denen ich drei Jahre (1856—1858) zu Olmütz und fünf Jahre (1859—1864) zu Athen beschäftigt war. Ohne jetzt auf Details dieser Untersuchung (die in den astronomischen Nachrichten erscheinen wird*), näher eingehen zu können, will ich für das Nöthigste nur bemerken, dass ich Alhazen's „Methode aus der letzten (respective ersten) Dämmerung am Horizonte die Minimalhöhe der Atmosphäre zu finden,“ durch zahlreiche Beobachtungen zu Athen geprüft und

*) Seitdem gedruckt in Nr. 1495. J. F. J. S.

mich überzeugt habe, dass man bei gehöriger Vorsicht nicht nur gute Resultate überhaupt, sondern sogar die Variationen in der Höhe jener atmosphärischen Schicht finden könne, welche uns Abends das letzte und Morgens das erste Licht erkennen lässt. Je höher und dichter die Luft ist, desto länger nach dem Untergange, und desto früher vor dem Aufgange der Sonne, wird die Dämmerung gesehen werden. Ich habe nun gefunden, dass unter 38 Grad der Breite die Werthe jener Höhe der Luft = h sich durch eine regelmässige Jahrescurve ausdrücken lassen und habe aus solcher Curve für den Anfang jedes Monats die Minimalhöhe der Atmosphäre angegeben, und zwar in solchen geographischen Meilen, deren 5400 auf den Umfang des Erdäquators gerechnet werden. Mit diesen habe ich zusammengestellt die mittleren Barometerstände in 45 Toisen Seehöhe und die mittleren Monatstemperaturen nach Celsius, um vorläufig auf die Combinationen hinzuweisen, die sich jetzt schon darstellen, und die man künftig weiter verfolgen wird. Es ist nämlich:

	Minimalhöhe der Atmosphäre		Monatsmittel des Barometerstandes		Monatsmittel der Lufttemperatur
Jänner 1.	10·00	Meilen.	335·5	Linien	8°7
Februar 1.	8·54	„	335·7	„	10·7
März 1.	7·80	„	333·9	„	13·2
April 1.	8·22	„	334·3	„	16·1
Mai 1.	7·92	.	334·3	„	21·0
Juni 1.	7·70	„	333·7	„	26·6
Juli 1.	7·70	„	333·2	„	28·5
August 1.	8·12	„	333·8	„	28·7
September 1.	8·64	„	334·7	„	25·8
October 1.	9.20	„	335·9	„	19·4
November 1.	9·76	„	335·4	„	15·2
December 1.	10·34	„	334·6	„	9·6

Nur diejenigen Monate habe ich für die meteorologischen Daten benützt, in denen auch die Dämmerung beobachtet ward.

Es zeigt sich also die grösste Höhe der leicht reflectirenden Luftschicht im Winter, die kleinste im Sommer, übereinstimmend mit den Maximis und Minimis der Barometerstände.

Nach Findung dieser Ergebnisse lag es nahe, die Meteorkataloge zu befragen, um zu sehen, welche Vertheilung der Feuermeteore in den einzelnen Monaten stattfinde. Hier trat nun die erste Schwie-

rigkeit hervor, indem kein solcher Katalog der Meteore existirt, der das Erforderliche zu leisten vermöchte. Die mir bekannten enthalten meist zu wenig und haben, namentlich in den Daten, zahlreiche Irrthümer. Andere beziehen sich einseitig nur auf die herabgefallenen Meteoriten, also nur auf die Endesphase der ganzen Erscheinung. Ich fügte demnach meinem 1845 angelegten Kataloge eine neue Redaction hinzu, welche nach dem Datum gearbeitet ward und excerpirte den Katalog von Greg, der zwar für mich viel Neues enthielt, aber von zahlreichen Irrungen erst befreit werden musste. Sehr nützlich und verdienstlich fand ich Buchner's ansehnliche Arbeit, weil sie meist auf die Originalquellen zurückging und sonach vielfach das Datum berichtigen konnte. Gegen das Ende des 16. und für einen grossen Theil des 17. Jahrhunderts herrscht noch in manchen Fällen Ungewissheit, ob nach dem neuen Kalender gerechnet sei oder nicht. Alle zweifelhaften Erscheinungen, alle Staub-, Schwefel- und Blutregen habe ich ganz unberücksichtigt gelassen und nur wirkliche Feuermeteore und Meteoritenfälle notirt, endlich, wo es sich nur ermitteln liess, alle lichtschwachen Erscheinungen ausgelassen, die dem Herkommen gemäss, Sternschnuppen heissen, aber nicht zu den Feuermeteoren gerechnet werden. Das so neuerdings gesichtete Material vermehrte ich um 192 von mir selbst beobachtete grössere Meteore und durch etwa 100 andere mir bekannt gewordene Angaben, die seither nicht in den Katalogen vorkommen. Wollte man die Meteore des 8.—11. August und der 11.—14. November ausscheiden, so würde die Monatssumme des übrigen Nichts beweisen, da wir den der Beobachtung günstigen Zustand der Luft nicht berechnen können. Wir wissen aber, dass im Sommer viel mehr Meteore gesehen werden als im Winter, blos desshalb, weil es im Sommer viele heitere Nächte gibt, und dass im Winter selbst, im Falle längerer Klarheit, weniger beobachtet wird. Wählen wir also ein anderes Verfahren und beschränken wir uns auf die nördliche Hemisphäre. Dann sind zunächst 44 Beobachtungen der südlichen Hemisphäre auszuschliessen und es bleiben (nach meinem Kataloge) für die nördliche Hemisphäre 2950 Meteore (bis Ende 1863). Ich bezeichne nur vor Allem die Detonation als das wichtigste und von äussern Umständen am wenigsten abhängige Moment, worauf ich in der folgenden Betrachtung Gewicht lege. Der Schall des Meteors kann unter allen Umständen wahrgenommen

werden. Der Fall der Meteoriten ist schon weniger günstig und ich setze ihn daher erst in die zweite Reihe. Dann betrachte ich die Häufigkeit der Schweife und der vier Farben, weiss, gelb, roth, grün, so weit sie den Boliden selbst, nicht aber den Schweifen zukommen. Zwischen Schweif und Residuum mache ich keinen Unterschied, nehme blaue und grüne Meteore zusammen und alle als weisse, bei denen die Farbenangabe fehlt, was im Ganzen gestattet ist. Endlich wird unter Detonation der wirkliche Knall, der Donner verstanden, nicht das Zischen und Sausen, welches in den Katalogen oft angegeben wird, und welches nicht immer illusorisch ist.

Es war ferner nöthig, sich nicht mit den Monatssummen zu begnügen, das wäre eben so unnütz, wie häufige Angaben in unseren Tagen, da man die Häufigkeit der Sternschnuppen zu bezeichnen, die Summe angibt, ohne Beifügung der Zahl der Beobachter oder der Dauer der Beobachtung. Wenn dies noch in der Gegenwart möglich ist, so soll man die Vorgänger nicht tadeln, bei denen wir Wissenswerthes oft vermissen. Ich berechnete daher die Häufigkeiten nach Procenten, wie ich dies schon in meiner ersten Schrift vom Jahre 1852 gethan habe, und diese Procentwerthe nicht die Monatssummen bilden das Resultat dieser Mittheilung.

I. Monatssummen.

	Zahl der Meteore	Detonationen	Stein und Eisenfälle	Schweif	weisse	gelbe	rothe	grüne
Jänner	230	52	22	39	211	3	9	12
Februar	180	44	19	32	168	3	4	7
März	196	51	27	38	179	9	4	12
April	172	37	27	26	160	1	7	6
Mai	177	40	41	27	156	2	7	15
Juni	179	33	31	31	158	1	7	15
Juli	253	44	39	50	215	8	9	24
August	404	34	25	108	344	11	23	34
September	237	36	18	59	204	3	13	17
October	291	50	28	54	263	3	9	21
November	339	61	20	67	295	10	15	23
December	292	53	26	44	266	9	5	14
	2950				2619	63	112	200
					2994*)			

*) Die Zahl 2994 gilt für alle Meteore meines Katalogs überhaupt, die Zahl 2950 aber für Meteore der nördlichen Hemisphäre allein. In der Betrachtung der Farben jedoch habe ich wiederum das ganze Material benützt ohne blos die nördlichen zu behandeln. J. F. J. S.

II. Häufigkeit nach Procenten.

	Detonationen	Meteoriten Fälle	Schweife	weisse	gelbe	rothe	grüne
Jänner	22·6	9·5	16·6	89·8	1·2	3·9	5·1
Februar	24·4	10·5	17·7	92·3	1·6	2·2	3·8
März	26·0	13·7	19·3	87·7	4·4	1·9	5·9
April	21·5	15·7	15·0	91·4	0·6	4·0	3·4
Mai	22·6	23·1	14·8	85·7	1·0	3·7	8·2
Juni	18·4	17·3	17·1	87·3	0·5	3·7	8·2
Juli	17·4	15·4	19·5	84·0	3·1	3·5	9·3
August	8·4	6·2	26·4	83·4	2·7	5·6	8·3
September	15·2	7·6	25·0	86·0	1·2	5·5	7·2
October	17·2	9·6	18·8	88·8	1·0	3·0	7·1
November	18·0	5·9	19·5	86·0	2·9	4·3	6·7
December	18·1	8·8	14·9	90·5	3·0	1·7	6·7

Betrachten wir den Gang dieser merkwürdigen, auch mir seither meist unbekannten Zahlwerthe im Einzelnen näher, so ergibt sich Folgendes:

1. Detonationen. Auch ohne die Curve zu construiren, erkennt man sogleich, dass der Schall der Meteore im Februar und März dreimal häufiger als im August gehört wird. Dem Maximum der Sternschnuppen und Feuerkugeln entspricht also das Minimum der Detonationen. Im Mittel hat man:

Für (December, Jänner, Februar) . . . . = 21·7
„ (März, April, Mai) . . . . = 23·4
„ (Juni, Juli, August) . . . . = 14·7
„ (September, October, November) . . . . = 16·8

Wenn die Atmosphäre höher und dichter und dabei kälter ist, wird die Wahrscheinlichkeit der Detonation grösser, und so wird es nun durch obige Zahlen bestätigt. Was den geringen Werth im August betrifft, so will ich bemerken, dass selbst dann, wenn die Monatssumme des August um 100, also um $^1/_4$ vermindert wird, die Häufigkeit der Detonationen erst auf 11·1 steigt, also immer noch das absolute Minimum bleibt. Sogar der Tag, welcher die meisten Meteore zählt, August 10, mit 57 Angaben des Katalogs, hat nur eine Detonation, und dies ist 1864 August 10, Abends 6 Uhr auf Melos bei einem grossen, im Sonnenscheine sichtbaren Meteore gehört worden.

2. Meteoritenfälle. Zur Zeit der grössten Häufigkeit der Sternschnuppen und Feuerkugeln (August und November) sind die Stein- und Eisenfälle am seltensten. Auf August 10 mit 57 Meteoren kommen nur zwei Fälle. Das eigentliche Maximum für die Meteoritenfälle ist im Mai, zu einer Zeit, wo die Detonationen noch dem Maximum nahe, und wo die Schweife am seltensten sind.

3. Schweife. (Residua der Meteore.) Das absolute Maximum fällt auf den August, das Minimum auf den Mai. Das Maximum correspondirt mit der grössten Fülle der Meteore, das Minimum mit der grössten Menge der Steinfälle. Es will scheinen, dass der vollständigste Verbrennungsprocess die häufigsten Schweife und die seltensten Steinfälle bedingt.

4. Farben. Alle Meteore, deren Farben nicht vermerkt sind, betrachte ich als weisse; da nun erfahrungsgemäss sich viele weisgelbe und gelbe darunter befinden, so werde ich jetzt die weissen und gelben nicht weiter berücksichtigen. Für rothe und grüne Meteore fällt das Maximum auf den Sommer, das Minimum auf den Winter und Frühling.

Diese Werthe habe ich zur Vergleichung mit den Minimalhöhen der Atmosphäre einfach hinstellen wollen, ohne mich für jetzt auf weitere Schlussfolgerungen einzulassen.

Man sieht aber, wie wünschenswerth es sei, das Material der Kataloge zu vermehren und mit grösserer Kritik zu sichten. Es ist eben so nöthig, dass die Beobachter sich zu einer gleichförmigen Bezeichnung verstehen, ohne Noth keine Neuerungen einführen, die Zeiten auf eine verständliche Weise und die Farben so angeben, dass man erfahre, worauf sie sich beziehen. In der Angabe der Zeitdauer der Meteore herrscht noch wahre Barbarei und es ist nicht zu stark ausgedrückt, wenn ich nach eigener Erfahrung behaupte, dass nur sehr Wenige den wahren Begriff von der Dauer einer Secunde haben, und noch weniger genau verfahren, wenn sie eine Dauer von 5 bis 10 Secunden anzugeben haben. Desshalb, wo es sich um Bestimmungen dieser Art handelt, halte ich mich nur an meine eigenen Beobachtungen und benütze fremde nur dann, wenn sie von bekannten und geübten Astronomen herrühren. Die ungeheuerlichen, oft vorkommenden Angaben von vielen Minuten haben darin ihren Grund, dass fast immer die Dauer der Bewegung der Meteore von der Dauer des nachbleibenden Schweifes nicht unter-

schieden wird. Dabei will ich gerne zugeben, dass äusserst selten einmal ein Meteor erscheint, welches länger als eine Minute sichtbar bleibt. — Wie gross mag die Zahl der in den Tagbüchern und in den meteorologischen Journalen verzeichneten Meteoren sein! Es wäre ein grosser Gewinn, diese nach und nach für die Wissenschaft benützen zu können.

Was schliesslich noch die Farben betrifft, so habe ich für die gewöhnlichen Sternschnuppen schon früher (Resultate aus zehnjährigen Beobachtungen u. s. w. p. 84) die Ergebnisse meiner damaligen Beobachtungen bis 1851 mitgetheilt. Ich fand:

weisse und neblige	= 76·5	Procent.
gelbe	= 14·8	„
rothe	= 6·0	„
grüne	= 2·7	„

Es ist einleuchtend, dass bei vorwiegend lichtschwachen Phänomenen nur ausnahmsweise lebhaftere Farben aufgefasst werden können und dass sich bei den hellen Feuerkugeln die Sache anders gestalten müsse. Allein die Frage ist noch nicht spruchreif und es fehlt an Übereinstimmung in den Angaben, da viele Beobachter die grüne, sehr häufige Farbe der Boliden, mit der blauen zu verwechseln scheinen. Ich selbst habe in 23 Jahren nur zweimal das Blau als Nebencolorit gesehen. Seit dem Jahre 1851 habe ich nun die Beobachtungen fortgesetzt und unter etwa 16.000 Sternschnuppen von 5671 die Farben notirt. Diese ergaben:

weisse	4300	nach	Procenten	75·8
gelbe	905	„	„	15·9
rothe	320	„	„	5·7
grüne	146	„	„	2·6

Es sind also die früher gefundenen Verhältnisse nicht geändert worden.

Eben so wird auf's Neue die mittlere Dauer der sichtbaren Bewegung in Rücksicht auf die Farben wie folgt bestimmt.

	Secunden					bis 1851 (l. c. p. 88.)		
Dauer der weissen Meteore	= 0·775	aus	739	Beob.	= 0·92	aus	117	Beob.
„ „ gelben „	= 0·921	„	255	„	= 1·03	„	106	„
„ „ rothen „	= 1·905	„	81	„	= 1·31	„	20	„
„ „ grünen „	= 3·127	„	32	„	= 1·85	„	17	„

Alles nur nach eigenen Beobachtungen. Die wahrscheinlichen Fehler sind sehr unbedeutend und nur bei den grünen erheblich, wegen des Meteors am 18. October 1863. Wird dieses ausgelassen, so bleibt für die grünen die Dauer = 2 : 584 aus 31 Beobachtungen. An der Realität dieser mittleren Werthe habe ich schon vor 15 Jahren nicht gezweifelt.

Diese Mittheilung habe ich ungeachtet ihrer Kürze für genügend erachtet, um abermals daran zu erinnern, dass wir Beobachtungen gebrauchen, um in der Kunde von den Feuermeteoren auf sichere und hypothesenfreie Fortschritte rechnen zu können.

Athen, 22. October 1864.

XXV. SITZUNG VOM 17. NOVEMBER 1864.

Das k. k. Staatsministerium übermittelt, mit Zuschrift vom 15. September l. J., die fünfte Lieferung der „Karte des Donaustromes innerhalb der Grenzen des österreichischen Kaiserstaates".

Herr Hofrath W. Haidinger liest ein an ihn gerichtetes Schreiben des Herrn Dr. Ferdinand Stoliczka „über einen von diesem unternommenen geologischen Ausflug in das Spiti-Thal und über das Hochgebirge bis in das Thal des Indus nach Hanle".

Herr Dr. J. Wiesner überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Untersuchung über das Auftreten von Pectinkörpern in den Geweben der Runkelrübe".

Herr Siegfried Marcus zeigt eine neue, von ihm construirte Thermosäule, womit Effecte erzielt werden, die eine unmittelbare Anwendung der Thermoströme für praktische Zwecke in Aussicht stellen.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academia Lugduno-Batava: Annales academici. MDCCCLX — MDCCCLXI. Lugduni-Batavorum, 1863; 4°.

— Real, de Ciencias exactas, fisicas y naturales: Memorias. Tomo III. (2ª Serie. Ciencias fisicas. Tomo I°. Parte 3ª.) Madrid, 1863; 4°; Tomo VI. (2ª Serie. Ciencias fisicas. Tomo II°, Parte 1ª.) Madrid, 1864; 4°. — Resumen de las actas en el año académico do 1861 á 1862. Madrid, 1863; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1499. Altona, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIᵉ Année, 25ᵉ Volume, 19ᵉ Livraison. Paris, 1864; 8°.

Fresenius, C. Remigius, Anleitung zur quantitativen chemischen Analyse. (Mit 109 in den Text eingedruckten Holzschnitten.) Fünfte stark vermehrte und verbesserte Auflage. Braunschweig, 1864; 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XVI. Bd., 2. Hft. Berlin, 1864; 8°.

Gesellschaft, Gelehrte estnische, zu Dorpat: Sitzungsberichte. 1863, Nr. 4—12. Dorpat; 8⁰· — Schriften. Nr. 1. Dorpat, 1864; 8⁰·

— medicinisch-naturwissenschaftliche, zu Jena: Jenaische Zeitschrift für Medicin und Naturwissenschaft. I. Bd., 1. Heft. Leipzig, 1864; 8⁰·

Gewerbe-Verein, nieder-österr.: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1864. 9. Heft. Wien; 8⁰·

Karte des Donau-Stromes innerhalb der Gränzen der österreichischen Kaiserstaates. V. Lieferung. Folio.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrgang. Nr. 32, Wien, 1864; 4⁰·

Lotos. Zeitschrift für Naturwissenschaften. XIV. Jahrg. October 1864. Prag; 8⁰·

Mondes. 2ᵉ Année, Tome VI. 11ᵉ Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8⁰·

New York. State Library: Catalogue. 1855, 1856 & 1861. (4 Volumes.) Albany, 1856, 1857 & 1861; 8⁰· — 16ᵗʰ Annual Report on State Cabinet of National History etc. With Appendix D. Albany, 1863; 8⁰· — 45ᵗʰ Annual Report of the New York State Library. Albany, 1863; 8⁰· — 76ᵗʰ Annual Report of the Regents of the University of the State of New York. Albany, 1863; 8⁰. — Transactions of the New York State Agricultural Society Vol. XXII. 1862. Albany, 1863; 8⁰· — Transactions. of the Medical Society of the State of New York, for the Year 1863. Albany, 1863; 8⁰· — Annual Report of the American Institute of the City of New York, for the Years 1862 & 1863. Albany. 1863; 8⁰· — Hough, Franklin B., Results of a Series of Meteorological Observations made at sundry Academies in the State of New York, from 1826 to 1850 inclusive. Albany, 1855; 4⁰·

Programme & Jahresberichte der Gymnasien zu Belluno, Brixen, Iglau, Klattau, B.-Leipa, Leitmeritz, Leutschau, Marburg, des Kleinseitner-Gymnasiums zu Prag, der Gymnasien zu Schässburg, Tabor, Teschen, Trient, des akademischen, des theresianischen und Schotten-Gymnasiums in Wien und des Gymnasiums zu Zengg, sowie der Ober-Realschulen zu Gratz, Klagenfurt und St. Pölten. 4⁰ & 8⁰·

Reader. Nr. 98, Vol. IV. London, 1864; Folio.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Ansprache am Schlusse des dritten Quinquenniums am 8. November 1864. Wien, 1864; 8°

Societas, Regia, scientiarum Upsalensis: Nova Acta. Seriei III^tiae Vol. V., Fasc. I. Upsaliae, MDCCCLXIV; 4°

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXII. Band, 1. Heft. Wien, 1864; 8°

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrgang. Nr. 46. Wien, 1864; 4°

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIV. Jahrg. Nr. 1. Gratz, 1864; 4°

Zeitschrift des österr. Ingenieur-Vereines. XVI. Jahrg. IX. Heft. Wien, 1864; 4°

— des allgemeinen österr. Apotheker-Vereines. II. Jahrg. Nr. 22. Wien, 1863; 8°

Untersuchung über das Auftreten von Pectinkörpern in den Geweben der Runkelrübe.

Von Dr. Julius Wiesner,

Docent am k. k. polytechnischen Institute.

Über das örtliche Vorkommen der Pflanzenstoffe in der Zelle und im Gewebe ist weitaus weniger bekannt, als dem heutigen Stande der Wissenschaft gemäss möglich wäre. Es muss dies wohl um so mehr befremden, als genauere Kenntnisse hierüber zur Lösung vieler theoretischer, und wie ich glaube, auch praktischer Fragen beitragen könnten. An dieser mangelhaften Ausbildung einer Chemie der Pflanzenzelle tragen weniger die Pflanzenanatomen als die Chemiker schuld, da beinahe Alles, was über diesen Gegenstand bekannt wurde, den ersteren zu danken ist, obschon Fragen dieser Art eben so vor das Forum des Chemikers als des Anatomen gehören.

Im Nachfolgenden theile ich die Resultate meiner Untersuchungen über das örtliche Vorkommen und die Entstehung der Pectinstoffe in den Geweben der Runkelrübe mit, und glaube, da über diesen Gegenstand noch keine Beobachtungen vorliegen, hiermit nicht nur der Lösung einer histologischen Frage näher gekommen zu sein, sondern auch dem technischen Chemiker einige, das Verständniss der Zuckerfabricationsmethoden befördernde Andeutungen gegeben zu haben.

Die Anwesenheit von Gliedern der Pectinreihe in der Runkelrübe ist lange bekannt; über die Region hingegen, in welcher diese Körper in den Geweben der Rübe auftreten, ist nur in so ferne etwas bekannt geworden, als über das Auftreten derselben in Früchten und Wurzeln Beobachtungen angestellt wurden, die aber zu widersprechenden Ansichten geführt haben.

Nach Poumarade[1]) soll die Pectose als solche das Gewebe vieler Früchte, Wurzeln und Rinden bilden.

---

[1]) Compt. rend. IX. 660.

Mulder[1]) führt an, dass dieser Körper in den Zellwänden mancher parenchymatischer Gewebe, ferner im Collenchym auftritt.

Fremy[2]) gibt ebenfalls an, dass die Pectose der Zellmembran angehört, fügt aber noch vervollständigend bei, dass sie eine an die Innenwand der primären Zellmembran gelehnte Schichte bildet.

Diese Behauptung Fremy's wurde in neuester Zeit von W. Kabsch[3]) und Aug. Vogl[4]) widerlegt; ersterer zeigte an der Wurzel von *Daucus Carota* und *Brassica napus*, letzterer an der Löwenzahnwurzel, dass die Pectose geradezu an der Grenzschichte der Zellen, und zwar meist mit Cellulose in einiger Mengung als Intercellularsubstanz auftritt.

Kabsch spricht in seiner vortrefflichen Abhandlung nur vorübergehend von dem Auftreten der Pectinstoffe in den Wurzeln der beiden genannten Pflanzen, und verspricht später ausführlichere Untersuchungen hierüber zu publiciren. — Leider hat der Tod diesen fleissigen und gründlichen Forscher dahingerafft. — Aus seiner Darstellung geht nicht hervor, ob er noch in anderen Zellkategorien als in den Parenchymzellen die Pectose beobachtete.

Vogl (l. c.) hat die Pectose an den äusseren Grenzen der Parenchymzellen und Milchsaftgefässen aus der Löwenzahnwurzel beobachtet und durch die Auffindung, dass vornehmlich die Membran der Mutterzellen an der Bildung der Pectose Antheil nehmen, unsere Kenntnisse über diesen Gegenstand wesentlich bereichert.

Ehe ich an die Mittheilung meiner Beobachtungen über die Pectinstoffe der Rübe gehe, erachte ich es für nothwendig, einige Bemerkungen über den anatomischen Bau derselben voranzuschicken. Die äussere Begrenzung der Runkelrübe (die Aussenrinde) wird durch ein mehrschichtiges, 2—6 Zellschichten dickes Periderm gebildet, welches aus polygonalen (manchmal rechteckigen oder rhomboïdischen) Zellen besteht, die nicht nur in tangentialer, sondern auch — bei verticaler Stellung der Rübe — in verticaler Richtung gestreckt sind.

---

1) Physiol. Chemie. 514.

2) Recherches chimiques sur la composition des cellules végétales. (Mémoire lu à l'Acad. des sc. 24 Janv. 1859.)

3) Pringsheim's Jahrbücher. III, 367.

4) Sitzungsb. d. Akad. d. Wissensch. math.-naturw. Cl. XLVIII. Bd. Sitzung vom 17. December 1863.

Annäherungsweise misst der mittlere Längendurchmesser der Peridermzellen 0·054 Millim., der Breitendurchmesser 0·039 Millim., endlich der radiale Diameter 0·009 Millim. Die Membranen dieser Zellen sind schwach schmutziggelb gefärbt; sie umschliessen eine lichtbraune, körnige Masse, den so häufigen Begleiter der Korkzellen. — Durch Jodlösung nimmt die gelbe Farbe der Membranen und der körnigen Masse an Intensität zu; auf Zusatz von Schwefelsäure nehmen Inhalt und Membranen eine hellbraune Farbe an. — Durch Chromsäure kann man sehr bald eine Isolirung dieser verkorkten Zellen herbeiführen. Die isolirten Zellen werden durch die weitere Einwirkung der Chromsäure von aussenher, und zwar in der Weise angegriffen, dass vor dem Zerfliessen des ganzen Gebildes die jüngsten Verdickungsschichten der Zellen zurückbleiben, die nach dem Auswaschen in Wasser vollständig farblos sind, durch Jod und Schwefelsäure graublau gefärbt werden, und an ihrer Oberfläche selbst aus einer schwachen Jodlösung Jodkrystalle abscheiden, ein Verhalten, wie ich es an den Zellen des echten Korkes sehr häufig beobachtete.

Die eben beschriebenen Zellen bilden den grössten Theil des Periderms, das bei Betrachtung mit freiem Auge die bekannte blassgelbröthliche Farbe der Runkelrübe zeigt. An verletzten Stellen der Runkelrübe, ferner am sogenannten Kopfe der Rübe, und zwar im letzteren Falle über chlorophyllführendem Parenchym, treten Gruppen von sehr stark verkorkten Peridermzellen auf, die sich schon mit freiem Auge durch ihre schmutzigbraune Farbe vom andern Periderm unterscheiden.

An das Peridrom schliesst sich nach Innen zu die Mittelrinde an. Sie besteht durchwegs aus parenchymatischen Elementen, die äussersten derselben sind in tangentialer Richtung plattgedrückt; sie sind die Mutterzellen der Peridermzellen, die Korkmutterzellen. An dieses Korkcambium reihen sich gegen das Innere der Rübe zu Parenchymzellen, die um so mehr den Charakter der tangentialen Abplattung verlieren, je mehr sie von den Korkmutterzellen entfernt liegen. Bis gegen die Mitte der Mittelrinde nehmen diese Zellen an Grösse zu. Sie sind mehr oder minder abgerundet oder polygonal und nach den Richtungen der drei Hauptschnitte ziemlich gleichmässig ausgedehnt. Von hier ab, in der Richtung gegen die Innenrinde, werden die Querdurchmesser der Parenchymzellen kleiner, die

Längendurchmesser hingegen grösser, so zwar, dass die langstreckigsten Elemente der Mittelrinde an die Innenrinde, in die sie jedoch keineswegs übergehen, grenzen.

Man kann also drei Hauptformen der Zellen der Mittelrinde unterscheiden:

a) platte Parenchymzellen (Korkmutterzellen);
b) abgeplattet-kugelige Paremchymzellen;
c) langgestreckte Parenchymzellen.

Bezeichnen wir der Einfachheit wegen den radialen Durchmesser der Zelle mit r, den tangentialen mit t, endlich den Längendurchmesser mit l, so bekommen wir für a:

$$r = 0\cdot012 - 0\cdot021 \text{ Millim.,}$$
$$t = 0\cdot036 - 0\cdot072 \quad „$$
$$l = 0\cdot036 - 0\cdot080 \quad „$$

für b:

$$r \doteq t \doteq l \doteq 0\cdot051 \text{ Millim.,}$$

endlich für c:

$$r = t = 0\cdot014 - 0\cdot022 \text{ Millim.}$$
$$l = 0\cdot054 - 0\cdot89 \quad „$$

Die Zellen der Mittelrinde bilden, auf dem Querschaft gesehen, 8—20, vielleicht auch noch mehr hinter einander liegende Zellschichten. Zwischen den Zellen liegen dreiseitige, seltener vierseitige, stets luftführende Intercellulargänge. Sämmtliche Zellen der Mittelrinde sind reich an Plasma und führen häufig noch Zellkerne mit grossen einzelnen Kernkörperchen.

Die Membranen dieser Zellen werden durch Jod und Schwefelsäure gebläut; Kali färbt sie in Folge der Anwesenheit eines Gerbstoffes gelb. Chromsäure isolirt diese Zellen sehr rasch.

Die Innenrinde der Runkelrübe hebt sich mit Deutlichkeit von dem benachbarten Gewebe der Mittelrinde ab; sie hat eine Dicke von 0.09—0·216 Millim. und besteht aus plasmareichen, zartwandigen, langgestreckten Zellen, die, auf dem Querschnitt gesehen, viereckig sind und in der Richtung der Tangente etwas zusammengedrückt erscheinen. Sämmtliche Zellen der Innenrinde sind Cambialzellen; andere Elemente, wie Bastzellen, Siebzellen u. s. w. habe ich in diesem Gewebe nicht gefunden. Die Cambialzellen nehmen

von aussen nach innen an Grösse ab und schliessen sich nach innen zu an den Holztheil des Gefässbündels an.

An den Zellen der Innenrinde misst:

$$r = t = 0{\cdot}009 - 0{\cdot}015 \text{ Millim.},$$
$$l = 0{\cdot}09 - 0{\cdot}176 \text{ Millim.}$$

Luftführende Intercellulargänge fehlen in diesem Gewebe, so dass es sich mit Deutlichkeit abhebt von dem umgebenden engzelligen Parenchym.

Durch Jod und Schwefelsäure werden die Membranen dieser Zellen blau; Kali färbt Membran und Inhalt gelb; es sind desshalb auch die Cambialzellen der Innenrinde die Träger eines Gerbstoffes.

Die Innenrinde ist radial durchbrochen vom Parenchym, dessen Zellen in ihren Dimensionen die Mitte halten zwischen den in ihrer Grösse so verschiedenen Zellen der Mittelrinde.

Das Gewebe des Holzringes enthält ausser Zellen, die auf der Entwickelungsstufe des Cambiums stehen geblieben sind, noch konisch zugespitzte, poröse Holzzellen und Netzgefässe. Der Querdurchmesser der Holzzellen ($r=t$) misst 0·014—0·026 Millim., der Längendurchmesser (l) im Mittel 0·36 Millim. Die Poren der nicht selten stark verdickten Membranen sind häufig spaltenförmig, und verlaufen dann spiralförmig. Die Gefässe messen im Querdurchmesser 0·025—0·075 Millim. Auch dieses Gewebe ist durch radial verlaufende Fortsätze der Mittelrinde durchbrochen (Markstrahlen).

An diesen äussersten Holzring der Rübe reihen sich in regelmässig wiederkehrendem Wechsel: Mittelrinde, Innenrinde und Holzkörper, in radialer Richtung durchsetzt von — in Bezug auf ihre Breite wahrhaft riesigen — Markstrahlen, deren Elemente mit jenen der Mittelrinde in chemischer und histologischer Beziehung übereinstimmen. Die grössten parenchymatischen Zellen treten in den mittleren, der Mittelrinde entsprechenden Parenchymzonen der Rübe auf, woselbst sie manchmal sogar einen Durchmesser von 0·252 Millim. erreichen.

Ein näheres Eingehen in die anatomischen und histologischen Verhältnisse der Runkelrübe würde mit dem Zwecke der vorliegenden Untersuchung über das Auftreten der Pectinstoffe wenig übereinstimmen, ich will desshalb bei einer passenderen Gelegenheit diesen besonders für die Praxis so wichtigen Gegenstand eingehender besprechen.

Wir werden, den angeführten anatomischen Auseinandersetzungen zu Folge, in Nachfolgendem Rücksicht nehmen müssen auf das Auftreten der Pectinstoffe in den Zellen des Parenchyms, des Periderms und des Korkcambiums; ferner auf ihr Vorkommen in den Cambialzellen der Innenrinde, den Cambialzellen des Holzringes, den Holzzellen und Gefässen des letzteren.

Untersucht man die Parenchymgewebe der Rübe in Bezug auf ihren Verband genauer, so wird man finden, dass eine schwach entwickelte Intercellularsubstanz die Zellen vereinigt; nur hier und da erscheint dieser Körper resorbirt, und in Folge dessen das Gewebe an einzelnen Stellen gelockert; die Auflockerung ist in der Rübe im Ganzen nur spärlich zu bemerken; nur in den mittleren Regionen des Parenchyms ist diese Resorption der Intercellularsubstanz verhältnissmässig häufiger zu beobachten.

Erwärmt man das Parenchym bei etwa 50° C., so wird man keine nur irgend wie auffällige Veränderung in den Zellen und in ihrer Verbindung gewahren; erhitzt man hingegen die Schnitte durch kurze Zeit in siedendem Wasser, so wird man bemerken, dass die Intercellularsubstanz stark aufquillt und sich mit Deutlichkeit von den Membranschichten abhebt. Ferner wird man sehen, dass sich die Hautschichte des Plasma stark contrahirte und die geringen Reste des Plasma in sich einschliesst. Durch das Kochen im Wasser ist nur stellenweise eine unbedeutende Auflockerung im Gewebe, hervorgebracht durch partielle Lösung der Intercellularsubstanz, eingetreten. Die gequollene Intercellularsubstanz wird durch Schwefelsäure, noch rascher durch Chromsäure gelöst. Aber auch durch Kochen in sehr verdünnten Mineralsäuren (Schwefelsäure und Salzsäure), ja selbst durch Behandlung in heissen Lösungen von organischen Säuren (Oxal-, Citron- und Äpfelsäure) kann man die Intercellularsubstanz der Parenchymzellen auflösen und eine ganz vollständige Isolirung der letzteren herbeiführen.

Der Umstand, dass von allen Bestandtheilen der Zelle im kochenden Wasser blos die Intercellularsubstanz aufquillt und zu Gallerte wird, und dass diese durch verdünnte Mineralsäure, eben so durch organische Säuren in Lösung übergeht, macht es gewiss, dass in den Regionen des Parenchyms nur die Intercellularsubstanz der Sitz der Pectose sein kann.

Aus dem Vorkommen der Pectose in der Intercellularsubstanz erklärt sich der Umstand, warum durch kochendes Wasser auch eine partielle Auflockerung des Gewebes stattfand: die im schwach-sauer reagirenden Zellsafte des Parenchyms vorkommenden organischen Säuren (Oxal-, Apfel- und Citronsäure) haben bei der Kochhitze des Wassers einen Theil der aus Pectose gebildeten Intercellularsubstanz in Lösung übergeführt.

Aus dem Umstande, dass an einzelnen Orten des Gewebes eine Resorption der Intercellularsubstanz zu beobachten ist, ergibt sich, dass in der Runkelrübe ausser Pectose noch andere Glieder der Pectinreihe [1]) vorkommen müssen; dieselben aber direct in der Zelle nachzuweisen, gehört nach dem gegenwärtigen Stande der Kenntnisse über die Chemie dieser Stoffreihe zu den Unmöglichkeiten.

Durch Alkalien (Kali, Natron, Ammoniak) gelingt die Isolirung der Parenchymzellen lange nicht so rasch als durch organische Säuren oder durch verdünnte Mineralsäuren.

Behandelt man das in Wasser gekochte Parenchymgewebe, dessen Zellen dann durch eine stark aufgequollene Intercellularsubstanz vereinigt sind, mit einer wässerigen Jodlösung und hierauf mit Schwefelsäure (oder wendet man statt Jod und Schwefelsäure eine Lösung von Chlorzinkjod an) so färben sich die Zellmembrane intensiv blau, die Intercellularsubstanz nimmt eine blassblaue Farbe an und verfliesst hierauf zu einem bläulichen Schleim. Manchmal bleibt die Intercellularsubstanz bei der Einwirkung der genannten Reagentien farblos, geht aber dann noch rascher als die sich blaufärbende Intercellularsubstanz in Lösung über. Die Blaufärbung des Zwischenzellstoffes rührt entschieden von einem Cellulosereste her, der in dieser Substanz mit Pectose vermengt ist.

Die hier aufgeführten Beobachtungen lassen keine andere Deutung zu als die, dass die Zellmembranen der Parenchymzellen nach dem Grade ihres Alters einer Desorganisation verfallen, bei welcher die Cellulose der Zellmembran successive sich in Pectose umsetzt.

Verfolgt man die Isolirung der Parenchymzellen mit Aufmerksamkeit, so kann es nicht entgehen, dass die Auflösung der Inter-

[1]) Es ist anzunehmen, dass durch die Einwirkung der organischen Säuren der Parenchymzellen auf die Intercellularsubstanz sich Pectin- oder Metapectinsäure gebildet haben, und auf diese Weise die Resorption des Zwischenstoffes herbeiführten.

cellularsubstanz in tangentialer Richtung weit rascher als in radialer Richtung erfolgt, dass ferner die Zellen bei Beginn der Isolirung nicht einzeln, sondern gruppenweise aus dem Verbande treten; und zwar sind es meist zwei, mit den Radialwänden an einander haftende Zellen, die, von einer gemeinsamen Intercellulasubstanz (metamorphosirte Mutterzellhaut) umschlossen, sich vom Gewebe abtrennen.

A. Vogl (l. c.) hat ein ganz gleiches Verhalten an den Parenchymzellen der Löwenzahnwurel nach Anwendung von Schwefelsäure oder Kalilauge beobachtet; ich muss mich desshalb der durch ihm zuerst begründeten Ansicht, dass die Pectose zum grossen Theile aus den Membranen der Mutterzellen hervorgeht, anschliessen, und eben so der zuerst von Wiegand begründeten Anschauung, dass eine Umformung der Mutterzellhäute zur Bildung der Intercellularsubstanz ihrer Tochterzelle beiträgt, beipflichten.

Die Zellen des Korkcambiums zeigen in Bezug auf den chemischen Charakter der Intercellularsubstanz ein ähnliches Verhalten wie die Parenchymzellen, doch ist nicht zu verkennen, dass die in ihrer Intercellularsubstanz auftretende Zellstoffmenge eine weit grössere als die der Parenchymzellen ist, indem nicht nur die Aufquellung der Zwischensubstanz beim Kochen im Wasser eine geringere, die Isolirung durch Säuren eine schwierigere als beim Parenchym ist, sondern auch durch Jod und Schwefelsäure (oder Chlorzinkjod) eine ziemlich intensive Blaufärbung der Intercellularsubstanz eintritt.

Ein ähnliches Verhalten zeigen auch die Zellen der Innenrinde, ferner die Cambialzellen des Holzringes, ja selbst die jüngeren Holz- und Gefässzellen: selbst wenn ich bei den genannten Zellarten die Intercellularsubstanz direct nicht zu sehen vermochte; stets war ich durch Oxal- oder Citronsäure im Stande, eine Isolirung dieser Zellen hervorzurufen.

Was die Zellen des aus den Korkmutterzellen hervorgehenden Periderms anlangt, so war ich wohl niemals im Stande durch organische Säuren eine vollständige Isolirung der Intercellularsubstanz hervorzurufen, wohl aber bewirkte ich hierdurch eine bedeutende Auflockerung im Gewebe, indem ich das so behandelte Periderm mittelst der Präparirnadeln mit grosser Leichtigkeit in seine Elemente zerlegen konnte. Diese in organischen Säuren ausgekochten Zellen zeigen alle Reactionen der gewöhnlichen Korkzellen.

— Anders als dieses weisse Periderm verhielt sich das braune, jene oben genannten, dem echten Kork in stofflicher Beziehung so nahe stehenden Partien des Periderms, die entweder am Kopfe der Rübe über chlorophyllführendem Perenchym liegen, oder die bei äusserlichen Verletzungen der Rübe aus den Korkmutterzellen hervorgegangen sind, noch bevor die letzteren eine Pectinmetamorphose erlitten. Bei diesen Zellen des braunen Periderms bringt Oxalsäure oder Citronsäure keine Änderung hervor.

Da die Intercellularsubstanz des braunen Periderms, so wie die des echten Korkes durch Kochen in organischen Säuren keine Änderung erleidet, so kann in den Zellen des nur schwach verkorkten weissen Periderms nur dadurch die Auflockerung durch die organischen Säuren hervorgebracht worden sein, dass diese einen in die Intercellularsubstanz eingelagerten Stoff aus derselben herausgeschafft haben. Dieser Stoff ist nun zweifelsohne Pectose, welcher Körper, wie oben gezeigt wurde, schon in den Mutterzellen des Periderms in kleiner Menge auftritt, und der in den Zellen des weissen Periderms, statt wie in den Korkmutterzellen mit Cellulose, mit Korksubstanz — oder richtiger gesagt, mit der den Korkzellen eigenen Intercellularsubstanz — gemengt ist.

Die angeführten Beobachtungen schliessen sich vorerst an die Resultate von Kabsch und Vogl an, indem auch ich gefunden habe, dass die Intercellularsubstanz der Sitz der Pectinstoffe ist (Kabsch, Vogl), und dass die Pectinkörper vornehmlich ein Umsetzungsproduct der Mutterzellhäute sind (Vogl); es ergibt sich aber ferner das allgemeine Resultat, dass auch Cambial-, Gefäss- und Holzzellen, eben so Peridermialzellen als Träger von Pectinstoffen auftreten können, in welchen Zellkategorien man bis jetzt Glieder der Pectinreihe nicht beobachtete.

In Bezug auf die Runkelrübe lassen sich die vorstehenden Beobachtungen in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Sämmtliche Zellmembranen der Runkelrübe befinden sich, wenigstens anfänglich, in einer Pectinmetamorphose.

2. Die Membranen der der Mittel- und Innenrinde angehörigen Zellen bleiben auf der Stufe der Pectinmetamorphose stehen.

3. Die Membranen der Holz- und Gefässzellen, die anfänglich in einer Pectinmetamorphose begriffen sind, verholzen später.

4. Die Membranen der Peridermzellen gehen eine combinirte Metamorphose, eine Pectin-Korkmetamorphose ein.

Die hier mitgetheilten Beobachtungen über das Auftreten der Pectose und über ihre Lage zum Zellsaft und dem die Pectase beherbergenden Protoplasma, bieten sichere Anhaltspunkte zur Beurtheilung der Zuckerfabricationsmethode.

Für's erste zeigt es sich, dass im Allgemeinen das Macerationsverfahren einen reineren Saft liefern muss, als alle jene Methoden der Saftgewinnung, bei welchen es darauf ankommt, einen Rübenbrei herzustellen, also einen Körper, der nach der Erklärung des Fabrikanten desto besser ist, je vollständiger die Demolirung der ihn constituirenden Zellen gelungen ist. Denn durch die Herstellung des Rübenbreies gelangen nicht nur die dem Safte so schädlichen Eiweisskörper in diesen hinein, sondern es treten auch die Säuren des Saftes und die Pectose in unmittelbaren Contact mit der Pectose, und es ist der Bildung von löslichen Pectinstoffen (vornämlich Pectin und Metapectinsäure) nicht Einhalt zu thun.

Das gegenwärtig im allgemeineren Gebrauch stehende Macerationsverfahren lässt noch viel zu wünschen übrig. Bei der sogenannten grünen Maceration ist die Temperatur, bei welcher die Auslaugung erfolgt (64° R.) zu hoch, indem bei derselben eine Aufquellung der Intercellularsubstanz eben so wenig vermieden werden kann als eine partielle Umsetzung derselben in lösliche Pectinstoffe. Die Aufquellung des Zwischenstoffes erschwert aber den Austritt der Zuckerlösung aus den Zellen, und durch die Bildung der löslichen Pectinstoffe erfolgt eine bedeutende Verunreinigung des Rübensaftes. Die Maceration der getrockneten Rübe leidet unter allen Umständen an mannigfaltigen Übelständen, ob man reines heisses Wasser, ob man durch Kalkmilch alkalisch, oder durch Schwefelsäure sauer gemachtes Wasser zur Saftgewinnung in Anwendung brachte; einer Aufquellung der Intercellularsubstanz und der Bildung löslicher Pectinstoffe wird auch bei diesen Methoden nicht Einhalt zu thun

sein. — Durch die Bildung von löslichen Pectinstoffen aus dem Zwischenzellstoffe muss aber eine Auflockerung im Gewebe eintreten, bei welcher sich auch ganze Zellen aus dem Verbande loslösen können, die dann eine mechanische Verunreinigung des Saftes bedingen. Es ist, glaube ich, gar nicht unmöglich, dass unter Umständen die Menge dieser Zellen eine sehr beträchtliche wird. Erwägt man ferner, dass die Loslösung der Zellen noch vor der Beendigung der Auslaugung erfolgen kann und diese Zellen dann in bereits zuckerreichen Säften suspendirt sind, worin ihre Auslaugung nicht mehr weiter fortgesetzt werden kann; so unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass bei diesen Methoden der Saftgewinnung nicht unbeträchtliche Zuckermengen verloren gehen können.

Das vorzüglichste Verfahren der Saftgewinnung ist entschieden die von Herrn Julius Robert vor Kurzem erfundene, in jüngster Zeit privilegirte osmotische Maceration, durch welche in der bekannten Zuckerfabrik zu Gr.-Seelowitz bereits ausgezeichnete Resultate erzielt worden sind. Die Methode besteht darin, dass dünne, blättchenförmige Rübenschnitte mit reinem Wasser erschöpft werden, welches im Contacte mit den Schnittlingen eine Temperutur von 40° R. annimmt.

Ich verdanke der Güte des Herrn Julius Robert und seines Compagnons Herrn Baron Ecker mehrere Partien der bei der osmotischen Maceration im Rückstande verbleibenden Rübenschnittlingen. Dieselben bestehen fast durchwegs aus unverletzten Zellen, die noch im innigsten Verbande stehen; blos die diese Schnittlinge begrenzende Schichte enthält zerrissene Zellen. In den Zellen der rückständigen Rübenschnittlinge kann man durch die mikrochemischen Reagentien den Zucker nicht mehr nachweisen. Die Eiweisskörper liegen in diesen Zellen noch an jenen Orten, wo sie sich in der rohen Rübe befinden, die Intercellularsubstanz ist noch ganz unaufgequollen, überhaupt unverändert geblieben, ja selbst der durch Kalilauge eine gelbe Farbe annehmende Gerbstoff ist noch in den Zellen vorhanden, erst beim Kochen derselben in Wasser quillt die Intercellularsubstanz auf, und gleichzeitig kann man beobachten, dass die bis dahin unverletzt gebliebene Hautschichte des Plasmes sich zusammenzieht und die Reste der Eiweisskörper in sich einschliesst. — Die Vortheile der osmatischen Maceration besteht mithin darin, dass die Herausführung der

Zuckerlösung bei einer Temperatur erfolgt, bei welcher die Intercellularsubstanz noch nicht quillt, welcher Umstand eine doppelte Bedeutung gewinnt; der Austritt der Zuckerlösung wird nicht erschwert und die Bildung löslicher, die Rübensäfte verunreinigender Pectinkörper wird unmöglich gemacht.

Allerdings enthalten die durch diese Methode erzielten Säfte, trotz ihrer — in Hinblick auf die nach älteren Methoden erzeugten — wahrhaft grossen Reinheit noch Eiweisskörper und Pectinstoffe. Diese rühren von der verhältnissmässig kleinen Zahl von zerrissenen Zellen her, welche die Umgrenzung der Rübenschnittlinge bilden; die den Rübensaft verunreinigenden Substanzen erscheinen somit in den durch die osmotische Maceration erhaltenen Flüssigkeiten auf einen Minimum herabgedrückt.



Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.

INHALT

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

L. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

10.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

30

XXVI. SITZUNG VOM 1. DECEMBER 1864.

In Verhinderung des Präsidenten übernimmt Herr Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen den Vorsitz.

Herr Hofrath W. Haidinger übersendet eine Mittheilung: „Der Meteorsteinfall von Polinos in den Kykladen".

Herr Prof. Dr. A. Winckler übermittelt eine Abhandlung, betitelt: „Einige Eigenschaften der Transcendenten, welche aus der Integration homogener Functionen hervorgehen".

Herr Prof. Dr. F. Unger erstattet Bericht über die auf die Möglichkeit von Pfahlbauresten in den ungarischen Seen im Sommer 1864 (im Auftrage der Classe) von ihm unternommenen Untersuchungen.

Herr Prof. J. Stefan liest „über Interferenz des weissen Lichtes bei grossen Gangunterschieden" vor.

Herr Th. Oppolzer überreicht eine Abhandlung „über den Kometen III. 1864".

Herr Prof. A. Bauer bespricht seine Arbeit „über einige Reactionen des Monochloräthers".

Herr Dr. A. Schrauf, Custosadjunct am k. k. Hof-Mineraliencabinete, übergibt eine Abhandlung: „Über Volumen und Oberfläche der Krystalle".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Archief, Nederlandsch, voor Genees- en Natuurkunde, under Medewerking von P. Q. Brondgeest, M. Imans, A. P. van Mansvelt en H. Snellen, uitgegeven door F. C. Donders en W. Koster. Ie Deel, 1e Aflevering. Utrecht, 1864; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1500—1501. Altona, 1864; 4°.

Bericht des k. k. Krankenhauses Wieden vom Solar-Jahre 1863. Wien, 1864; 4°.

Brandt, Joh. Friedr., *Observationes de Elasmotherii reliquiis. Cum tabulis quinque*, (Mém. de l'Académie imp. des sciences de

St. Pétersbourg, VIIe s. T. VIII, No. 4.) *Petropoli, Rigae, Lipsiae*, 1864; 4$^{0.}$

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. No. 18—19. Paris, 1864; 4$^{0.}$

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 20e—21e Livraisons. Paris, 1864; 8$^{0.}$

Cotta, Bernh. von, Die Erzlagerstätten im Banat und in Serbien. Mit 26 in den Text gedruckten Holzschnitten und 1 chromolithogr. Karte. Wien, 1865; 8$^{0.}$

Czerwiakowski, Ign. Raph., et Jos. Warszewicz, *Catalogus plantarum, quae in c. r. Horto botanico Cracoviensi anno 1864 educantur. (Cum 3 tabulis graphicis.) Cracoviae, 1864; 8^{0}.*

Dawson, J. W., Air-Breathers of the Coal Period of Nova Scotia (With Illustrations.) Montreal, 1863; 8$^{0.}$ — Further Observations on the Devonian Plants of Maine, Gaspé and New York. (From the Quarterly Journal of the Geological Society, for, November 1863.) 8$^{0.}$ — Synopsis of the Flora of the carboniferous Period in Nova Scotia. 8$^{0.}$

Donders, F. C., On the Anomalies of Accommodation and Refraction of the Eye. Translated by William Daniel Moore. London, 1864; 8$^{0.}$

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg. Nr. 33. Wien, 1864; 4$^{0.}$

Matzenauer, Engelbert, Kometen und Sonnenlicht, eine Wirkung der Attraction aus Prof. P. T. Meissner's Wärmelehre gefolgert. Wien, 1865; 8$^{0.}$

Mayr, Gust. L., Das Leben und Wirken der einheimischen Ameisen. (Österr. Revue, 3. Bd., 1864.) 8$^{0.}$

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. VIII. Jahrg. 6. Heft. Wien, 1864; 8$^{0.}$

Mondes. 2e Année, Tome VI, 12e — 13e Livraisons. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8$^{0.}$

Moniteur scientifique. 189e — 190e Livraisons, Tome VIe. Année 1864. Paris; 4$^{0.}$

Pictet, F. J., Note sur la succession des Mollusques Gastéropodes pendant l'époque crétacée dans la région des Alpes Suisses et du Jura. Genève, 1864; 8$^{0.}$

Plantamour, E., Résumé météorologique des Années 1862 & 1863 pour Genève et le Grand St.-Bernard. (Tiré de la Bibliothèque universelle de Genève Sept. 1863 & Juin, 1864.) Genève, 1863 & 1864; 8o.

— et A. Hirsch, Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Neuchatel. Genève et Bale, 1864; 4o.

Reader. Nr. 99 — 100. Vol. IV. London, 1864; fol.

Reise der österreichischen Fregatte Novara um die Erde in den Jahren 1857, 1858, 1859 unter den Befehlen des Commodore B. von Wüllerstorf-Urbair. Statistisch-commercieller Theil von Dr. Karl von Scherzer. I. Band. — Geologischer Theil, I. Band. (Herausgegeben im allerh. Auftrage unter der Leitung der kais. Akademie der Wissenschaften.) Wien, 1864; 4o.

Scarpellini, Caterina, Sulle stelle cadenti osservate in Roma sul Campidoglio il 5 — 10 Agosto 1864. (Estr. d. Bullettino univers. della corr. sc. di Roma. No. 10, Vol. 7.) Roma, 1864; 4o.

Société des sciences naturelles de Neuchatel: Bulletin. Tome VI. 3e cahier. Neuchatel, 1864; 8o.

— Imp. de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. VIIIe Année, Nr. 6. Constantinople, 1864; 4o.

Verein, naturhistorisch-medizinischer, zu Heidelberg: Verhandlungen. Bd. III, Hft. 4. 8o.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 47—48. Wien, 1864; 4o.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIV. Jahrg. Nr. 2. Gratz, 1864; 4o.

Winkler, T. C., Catalogue systématique de la collection paléontologique du Musée Teyler. 2e Livraison. Harlem, 1864; 8o.

Der Meteorsteinfall von Polinos in den Kykladen.

Bericht von dem w. M. W. Haidinger.

Am 10. August 1864 war ein grosses Tagesmeteor, Abends 13 Minuten vor Untergang der Sonne zu Athen und Kephissia gesehen worden. Unser hochgeehrter Freund, Herr Director der Sternwarte zu Athen, J. F. Julius Schmidt, welchem ich diese Nachricht verdanke, erhielt später ein Schreiben des Inhaltes, dass Dr. Med. Paputzis auf der Insel Milos das dort detonirende Meteor ebenfalls sah, und auf Herrn Julius Schmidt's Aufforderung machte dieser nun genauere Angaben, welche eine Berechung ermöglichten, deren Ergebniss wie folgt von Herrn Julius Schmidt gefunden wurde:

Anfangshöhe = 5·5 geogr. Meilen südlich von Aigina über See.
Endeshöhe = 5·1 geogr. Meilen östlich von Polinos, über See bei Paros.
Geschwindigkeit in einer Secunde 6·8 geographische Meilen.
Convergenzpunkt: der bekannte im Löwen.

Hierauf schrieb Schmidt wieder an Paputzis und gab ihm fünf Inseln an, auf denen möglicher Weise Steine gefallen sein könnten. Paputzis meldete darauf, dass angeblich auf einer der von Schmidt vorausbenannten Inseln, nämlich auf Polinos östlich von Milos zwei Steine von Hirten gefunden seien, in deren Besitz zu kommen er ernstlich bemüht sei.

Angelegentlichst verwendete sich nun unser hochgeehrter Freund Schmidt, um die Steine nach Athen zu bekommen, mit der freundlichen Zusage, dieselben sodann allsogleich nach Wien zu übersenden, so dass ich mich nun der erhebenden Hoffnung hingebe, demnächst Ferneres berichten zu können.

In Athen hatte Dr. Dimetrios Kokides den Schweif des Meteors bei Sonnenschein, und mit blossem Auge 16 Minuten lang gesehen. Auf der Insel Milos war der Schweif nach der Detonation unter der Form vielen Rauches noch länger gesehen worden. Damit sagt Schmidt, ist nur der Fall von Agram zu vergleichen.

Für diese wichtige freundliche Mittheilung bin ich dem hochverehrten beharrlichen Forscher zu dem innigsten Danke verpflichtet.

Über den dritten Kometen des Jahres 1864.

Von **Theodor Oppolzer.**

Der dritte Komet des Jahres 1864 wurde am 23. Juli von Donati und Toussaint in Florenz entdeckt, und zwar im Haupthaare der Berenice. Die erste genaue Beobachtung aber gelang erst Donati am 27. Juli. Der Zeit der Entdeckung nach ist jedoch dieser Komet der zweite dieses Jahres, zählt man aber, wie dies gewöhnlich geschieht, nach den Zeiten des Perihel's, so muss dieser Komet die oben angeführte Zahl vorläufig erhalten, da vielleicht durch Entdeckung eines weiteren Kometen die Nummer desselben späterhin noch vermehrt werden muss.

Die Sichtbarkeitsverhältnisse dieses Kometen waren im Allgemeinen sehr ungünstig, besonders für die nördliche Hemisphäre; der Komet, an und für sich nicht hell, war für die nördlich vom Äquator gelegenen Sternwarten nur tief am westlichen Horizonte sichtbar, so dass durch die Dünste der Atmosphäre sein Licht noch wesentlich geschwächt wurde. Es braucht wohl kaum hier noch erwähnt zu werden, dass demnach von einer Sichtbarkeit dieses Kometen mit freiem Auge keine Rede sein konnte, er war sogar für schwache Instrumente eben an der Grenze der Sichtbarkeit, und nur mit stärkeren Refectoren konnten brauchbare Positionen erlangt werden. Dass der Komet jedoch so schwach erschien, ist wohl hauptsächlich dem zuletzt erwähnten Umstande zuzuschreiben, denn Donati bemerkte am 3. August, begünstigt durch die Reinheit des italienischen Himmels, einen 15 Bogenminuten langen Schweif. Der Komet zeigte eine gut zu beobachtende fixsternartige Verdichtung und dieser Umstand allein bewirkte wohl hauptsächlich, dass die Beobachtungen, trotz der Schwäche des Objectes, befriedigend unter einander stimmen. Der Komet wurde auf den europäischen Sternwarten am längsten von Engelmann in Leipzig und mir in Wien verfolgt. Engelmann erhielt die letzte Position am 13. Aug. und sah den Kometen noch am 15., aber er war zu schwach zur

Beobachtung, auch mangelte ein Vergleichsstern. Ich habe die letzte Position am 11. August erhalten und am 13. August verhinderten aufsteigende Wolken am westlichen Horizonte, den Kometen mit einem benachbarten Fixsterne zu verbinden, nachdem ich sogleich nach Eintritt der Dunkelheit denselben eingestellt hatte und ohne Schwierigkeit sah. Engelmann hat daher den Kometen um zwei Tage länger als ich verfolgt.

Fasst man nun die eben angeführte Darstellung zusammen, so sieht man, dass der Komet in Europa nicht länger als durch 17 Tage hindurch verfolgt werden konnte; in Amerika wurde derselbe nicht beobachtet. Die Helligkeit des Kometen war, wenn man alle Umstände erwägt, nicht allzu gering; zur Sicherung dieser Angabe führe ich noch den Umstand an, dass ich am 6. August den ersten Durchgang des Kometen noch bei ziemlich heller Dämmerung beobachtete (8^h 22^m Abends), um diese Zeit stand nämlich der Komet noch nicht dem Horizonte allzu nahe.

Für die südliche Hemisphäre ist die Lage des Kometen gegen den Horizont weit günstiger, da derselbe sich sogar Ende November und Anfang December dem Südpole bedeutend annähert, doch wird ebenfalls die Entfernung von der Erde nicht kleiner als die Einheit; es wird demnach auch dort nicht der Komet günstige Sichtbarkeitsverhältnisse darbieten; mir ist bis jetzt nicht bekannt, dass der Komet auf den südlichen Sternwarten beobachtet wurde, wiewohl durch Tietjen's und Engelmann's Rechnungen (Astron. Nachr. Nr. 1488) die Aufsuchung desselben wesentlich erleichtert wurde.

Engelmann zeigte in der eben erwähnten Nummer der astronomischen Nachrichten (er ist, so viel mir bekannt, der einzige, der den folgenden Umstand bemerkte), dass der Komet für die nördliche Hemisphäre im Laufe des Februar 1865 wieder sichtbar wird, wenn auch wesentlich schwächer und ebenfalls stets sehr nahe dem Horizonte stehend, und gab in Rücksicht hierauf eine genäherte Ephemeride nach seinen Elementen, die er aus drei Beobachtungen abgeleitet hatte. Diese erwähnten Sichtbarkeitsverhältnisse veranlassten mich zu den folgenden Rechnungen. Mir schien es nämlich wünschenswerth, in Hinblick auf die Schwäche des Objectes, die Ortsangaben so genau als möglich festzustellen, um die etwas unsichere Wiederauffindung wenigstens in etwas wahrscheinlicher zu machen. Würden mir Beobachtungen von der südlichen Hemisphäre zu Gebote

stehen, so hätten natürlich die Ortsangaben mit viel grösserer Sicherheit gegeben werden können, da ich aber keine Beobachtungen von dorther bis jetzt zu Gesichte bekommen habe, und auch schwerlich, wenn überhaupt der Komet dort beobachtet wurde, dieselben vor Februar kommenden Jahres eintreffen, so war ich genöthigt, mich auf die in der kurzen Zeit von 17 Tagen angestellten europäischen Beobachtungen zu diesem Zwecke zu beschränken.

Als Ausgangspunkt meiner Untersuchung wählte ich meinen ersten Elemententwurf, den ich in Nr. 1488 der astronomischen Nachrichten mitgetheilt habe. Derselbe wurde ohne Rücksicht auf die sogenannten kleinen Correctionen aus den drei Beobachtungen Paris Juli 30, Wien August 5, Josephstadt August 9 erhalten; die erhaltenen Werthe sind:

Komet III. 1864.

T = Octob. 11·3537 mittl. Berl. Zeit.
π = 262°40'8"
Ω = 31 30 58" } mittl. Äquin. 1864·0.
i = 110 0 14
lgq = 9·97738.

Die unten stehende Ephemeride ist nach diesen Angaben berechnet. Ich erwähne gleich hier, dass alle Rechnungen nur mit sechsstelligen Tafeln geführt wurden.

12h Berliner Zeit.

1864	AR.	D.	log Δ	Aberrzt.
Juli 27	12h51m28s97	+18°52'34"8	0·2536	14m51s
„ 28	50 25·39	18 13 46·5	0·2545	54
„ 29	49 24·12	17 35 8·3	0·2560	14 57
„ 30	48 25·08	16 56 40·5	0·2575	15 1
„ 31	47 28·23	16 18 40·5	0·2589	4
August 1	46 33·48	15 40 16·7	0·2604	7
„ 2	45 40·75	15 2 21·0	0·2618	10
„ 3	44 49·91	14 24 36·0	0·2633	13
„ 4	44 0·91	13 47 1·8	0·2647	16
„ 5	43 13·70	13 9 38·2	0·2661	19
„ 6	42 28·19	12 32 25·4	0·2675	22
„ 7	41 44·32	11 55 23·3	0·2689	25
„ 8	41 2·00	11 18 31·6	0·2702	27
„ 9	40 21·17	10 41 50·1	0·2716	30
„ 10	39 41·76	10 5 18·7	0·2729	33
„ 11	39 3·71	9 28 57·2	0·2742	36
„ 12	38 26·96	8 52 45·3	0·2754	39
„ 13	37 51·45	8 16 43·0	0·2767	42
„ 14	12h37m17s11	+ 7°40'50"0	0·2779	15m44s

Die Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride stellt

Nr.	Datum	Ort	Ortszeit	beob. α	Par.
1	Juli 27	Florenz	10ʰ 11ᵐ 39ˢ	12ʰ 51ᵐ 32ˢ28	+ 0ˢ24
2	„ 28	„	9 26 1	12 50 31·55	+ 0·23
3	„ 30	„	9 8 10	12 48 31·03	+ 0·23
4	„ 30	Mailand	9 50 46	12 48 28·94	+ 0·23
5	„ 30	Paris	9 38 44	12 48 28·29	+ 0·22
6	„ 31	Florenz	9 20 28	12 47 34·58	+ 0·23
7	„ 31	Bonn	9 57 26	12 47 32·23	+ 0·20
8	August 1	Florenz	9 11 53	12 46 39·38	+ 0·23
9	„ 1	Mailand	9 33 39	12 46 38·07	+ 0·23
10	„ 2	Florenz	9 24 23	12 45 45·85	+ 0·23
11	„ 2	Paris	9 12 18	12 45 44·45	+ 0·21
12	„ 2	Bonn	9 49 51	12 45 44·17	+ 0·21
13	„ 3	Paris	9 4 43	12 44 53·96	+ 0·21
14	„ 3	Florenz	9 42 28	12 44 53·73	+ 0·23
15	„ 4	Leipzig	9 34 51	12 44 5·50*	+ 0·20
16	„ 5	Florenz	9 12 51	12 43 18·27	+ 0·23
17	„ 5	Mailand	9 10 13	12 43 18·36	+ 0·22
18	„ 5	Leipzig	9 23 22	12 43 18·68	+ 0·20
19	„ 5	Wien	10 1 54	12 43 17·76	+ 0·21
20	„ 6	Josephstadt	9 2 49	12 42 33·59	+ 0·20
21	„ 6	„	9 46 15	12 42 32·26	+ 0·21
22	„ 6	Berlin	9 48 38	12 42 31·17	+ 0·19
23	„ 8	Mailand	9 1 26	12 41 6·45	+ 0·22
24	„ 8	Florenz	9 13 49	12 41 5·72	+ 0·23
25	„ 9	Josephstadt	8 55 48	12 40 25·72	+ 0·20
26	„ 9	Florenz	8 48 25	12 40 25·94	+ 0·22
27	„ 9	Josephstadt	9 27 26	12 40 24·78	+ 0·21
28	„ 10	Florenz	8 49 31	12 39 45·81	+ 0·22
29	„ 11	Josephstadt	9 5 15	12 39 7·33	+ 0·21
30	„ 13	Leipzig	9ʰ 16ᵐ 6ˢ	12ʰ 37ᵐ 52ˢ83	+ 0·19

sich so:

beob. δ	Par.	berech. α	berech. δ	B—R	
				dα	dδ
+ 18°55'13"7	+ 3"0	12h51m34s13	+ 18°55'40"6	— 1s61	— 23"9
+ 18 17 44·9	+ 2·9	12 50 32·36	+ 18 18 5·2	— 0·58	— 17·4
+ 17 1 17·0	+ 2·8	12 48 32·27	+ 17 1 25·7	— 1·01	— 5·9
+ 16 59 31·7	+ 3·1	12 48 30·21	+ 17 0 4·2	— 1·04	—(29·4)
+ 16 59 19·4	+ 3·3	12 48 29·59	+ 16 59 39·7	— 1·08	— 17·0
+ 16 22 29·6	+ 2·9	12 47 34·68	+ 16 22 47·6	+ 0·15	— 14·1
+ 16 21 5·7	+ 3·5	12 47 32·59	+ 16 21 22·3	— 0·16	— 13·1
+ 15 44 37·0	+ 2·9	12 46 40·01	+ 15 44 53·5	— 0·40	— 13·6
+ 15 43 45·3	+ 3·1	12 46 38·88	+ 15 44 5·7	— 0·58	— 17·3
+ 15 6 21·7	+ 3·0	12 45 46·60	+ 15 6 36·9	— 0·52	— 12·2
+ 15 5 43·3	+ 3·2	12 45 45·75	+ 15 5 59·9	— 1·09	— 13·4
+ 15 5 15·3	+ 3·5	12 45 45·08	+ 15 5 29·6	— 0·70	— 10·8
+ 14 28 13·6	+ 3·2	12 44 54·99	+ 14 28 25·6	— 0·82	— 8·8
+ 14 28 7·6	+ 3·1	12 44 54·92	+ 14 28 22·3	— 0·96	— 11·6
+ 13 50 32·3	+ 3·5	12 44 6·14	+ 13 51 6·2	— 0·44	—(30·4)
+ 13 13 59·7	+ 3·0	12 43 19·31	+ 13 14 8·6	— 0·81	— 5·9
+ 13 13 48·8	+ 3·1	12 43 19·13	+ 13 13 59·8	— 0·55	— 7·9
+ 13 13 47·3	+ 3·5	12 43 19·12	+ 13 13 59·2	— 0·24	— 8·4
+ 13 13 0·1	+ 3·4	12 43 18·39	+ 13 13 24·1	— 0·42	— 20·6
+ 13 37 32·0	+ 3·3	12 42 34·54	+ 12 37 41·1	— 0·75	— 5·8
+ 13 36 24·2	+ 3·4	12 42 33·20	+ 12 36 34·5	— 0·73	— 6·9
+ 12 36 5·2	+ 3·6	12 42 32·76	+ 12 36 12·4	— 1·40	— 3·6
+ 11 22 43·2	+ 3·1	12 41 7·13	+ 11 23 3·2	— 0·46	— 16·9
+ 11 22 41·8	+ 3·1	12 41 7·00	+ 11 22 56·9	— 1·05	— 12·0
+ 10 46 48·0	+ 3·3	12 40 27·08	+ 10 47 12·9	— 1·16	— 21·6
+ 10 46 53·2	+ 3·0	12 40 26·72	+ 10 46 53·1	— 0·56	+ 0·1
+ 10 46 11·5	+ 3·3	12 40 26·19	+ 10 46 24·6	— 1·20	— 9·8
+ 10 9 52·2	+ 3·0	12 39 47·08	+ 10 10 18·6	— 1·05	— 23·4
+ 9 33 47·9	+ 3·3	12 39 8·97	+ 9 36 2·9	— 1·43	— 11·7
+ 8°20'39"8	+ 3"5	12h37m55s72	+ 8°21' 6"3	- (2s70)	— 23"0

Die Beobachtungen, welche bei der definitiven Ausgleichung grösserer Fehler als 15″ voraussichtlich zeigen werden, habe ich bei der Bildung der Ephemeridencorrection ausgeschlossen und in obiger Zusammenstellung in Klammern angesetzt.

Berlin ist die nördlichste Sternwarte, die sich an den Beobachtungen betheiligt hat.

Wiewohl für meine weitere Rechnung die Bildung der Normalorte überflüssig ist, da es genügt, nur die Ephemeridencorrection zu kennen, so setze ich doch die vier aus obigen Angaben folgenden Normalorte her, da bei einer etwaigen Wiederauffindung des Kometen diese Angaben nützlich sein können. Das Äquinoctium ist das mittlere des Jahres 1864·0.

Berl. Zeit		$m:\alpha$	$m:\delta$	Zahl d. Beob.	Ephemeridencorr.	
1864 Juli	29·5	192°20′14″8	+17°35′ 8″1	7·6	−11″4	−15″2
August	2·5	191 24 24·3	+15 2 23·9	8·7	−10·3	−12·5
„	6·5	190 36 14·6	+12 32 31·4	9·9	−10·7	− 9·3
„	10·5	189 54 31·7	+10 5 19·9	5·6	−16·2	−14·9

Wie man sieht, nähern sich meine Eingangs angeführten Elemente schon so sehr der Wahrheit, dass eine Ausgleichung der Fehler mit Hilfe der Differentialformeln vorgenommen werden kann; die Formeln, die ich bei der Entwickelung anwandte, sind aus meiner Abhandlung über diesen Gegenstand im XLIX. Bande der Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien entlehnt. Ich erhielt so

	$(10^8)dT$	$(10^5)d\log q$	$(10^{-1})d\omega'$	$(10^{-1})d\Omega'$	$(10^{-2})di'$	
1	0·20030	0_n25221	0_n60880	0·85165	1·04024	$=-11''4\cos\delta$
	0·12756	0_n58927	0_n87121	0·15734	0_n89768	$=-15''2$
2	0·20465	0_n23788	0_n60288	0·83656	0·91119	$=-10''3\cos\delta$
	0·13326	0_n56843	0_n84590	0·06709	0_n78944	$=-12''5$
3	0·20943	0_n22456	0_n59856	0·82199	0·73588	$=-10''7\cos\delta$
	0·13755	0_n54639	0_n81991	9·96226	0_n63381	$=-9·8$
4	0·21415	0_n21198	0_n59558	0·80786	0·45334	$=-16·2\cos\delta$
	0·14079	0_n52329	0_n79346	9·83843	0_n36972	$=-14·9$

Es ist wesentlich hier zu bemerken, dass ω', Ω' und i' sich auf den Äquator beziehen; um diese Angabe auf die Ekliptik übertragen zu können, ist nach den Formeln meiner oben erwähnten Abhandlung

$$d\Omega = 9\cdot8997\ d\Omega' + 9_n4563\ di'$$
$$d\sigma = 9\cdot5577\ \text{„} + 8\cdot9904\ \text{„}$$
$$di = 9\cdot3182\ \text{„} + 9\cdot9837\ \text{„}$$

Gibt man obigen Bedingungsgleichungen durchaus gleiches Gewicht und behandelt sie nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhält man folgende Bestimmungsgleichungen

$(10^8)\,dT$	$(10^5)\,d\log q$	$(10^{-1})\,d\omega'$	$(10^{-1})\,d\Omega'$	$(10^{-2})\,di'$	
1·25113	1_n48677	1_n79870	1·69250	1·19892	$= 2_n16920$
1_n48677	1·80588	2·10065	1_n78955	1·46212	= 2·43078
1_n79870	2·10065	2·39888	2_n13747	1·54258	= 2·73743
1·69250	1_n78955	2_n13747	2·27343	2·21534	$= 2_n57169$
1·19892	1·46212	1·54258	2·21534	2·54263	$= 1_n45185$

In allen diesen Gleichungen sind statt der Coëfficienten die Logarithmen derselben angesetzt.

Diesen Gleichungen genügt folgendes System von Verbesserungen

$$dT = +\ 0\cdot00203$$
$$d\log q = -\ 0\cdot001421$$
$$d\omega' = +\ 13'28''6$$
$$d\Omega' = +\ \ 1\ 57\cdot0$$
$$di' = -\ \ 3\ 16\cdot1.$$

Setzt man die gefundenen Verbesserungen in die Bedingungsgleichungen ein, so wird die Darstellung der Orte $(B-R)$

		$d\alpha\cos\delta$	$d\delta$
1. Juli	29·5	— 0"9	— 0"9
2. August	2·5	+ 0·9	+ 0·2
3. „	6·5	+ 1·9	+ 2·5
4. „	10·5	— 1·6	— 1·8.

Bringt man die Verbesserungen an die Elemente selbst an, so erhält man

Komet III. 1864.

$$T = \text{Octob. } 11\cdot35573 \text{ mittl. Berl. Zeit.}$$

$$\left.\begin{aligned}\pi &= 262^\circ 55' 42''5\\ \Omega &= 31\ 33\ 26\cdot9\\ i &= 109\ 57\ 29\cdot4\end{aligned}\right\}\ \text{mittl. Aquin. } 1864\cdot0.$$

$$\log g = 9\cdot975959.$$

Wird der Komet nicht weiter beobachtet, so kann man dieses Resultat als definitive Elemente des Kometen ansehen.

Ermittelt man nach den oben angesetzten Differentialformeln die Ephemeridencorrectionen und vergleicht hiemit die Beobachtungen, so werden letztere durch die schliessliche Ausgleichung so dargestellt, wie es die beigesetzte Übersicht zeigt, in der ich das Beobachtungsmaterial nach den Sternwarten angeordnet habe.

Berlin.

1864. August 6	− 0ˢ56	+ 8″7

Bonn.

Juli 31	+ 0ˢ55	+ 0″3
August 2	+ 0·05	+ 1·9

Florenz.

Juli 27	− 0ˢ94	− 8″4
„ 28	+ 0·10	− 2·6
„ 30	− 0·31	+ 7·9
„ 31	+ 0·86	− 0·7
August 1	+ 0·33	− 0·6
„ 2	+ 0·23	+ 0·5
„ 3	− 0·19	+ 0·9
„ 5	0·00	+ 6·4
„ 8	− 0·15	+ 0·6
„ 9	+ 0·37	+12·9
„ 10	− 0·08	−10·3

Josephstadt.

August 6	+ 0ˢ09	+ 6″5
„ 6	+ 0·11	+ 5·4
„ 9	− 0·23	− 8·8
„ 9	− 0·27	+ 3·0
„ 11	− 0·42	+ 1·8

Leipzig.

August	4	+ 0ˢ35	(−18″0)
„	5	+ 0·57	+ 3·9
„	13	(− 1·59)	− 8·5

Mailand.

Juli	30	− 0ˢ34	(−15″5)
August	1	+ 0·15	− 4·3
„	5	+ 0·26	+ 4·4
„	8	+ 0·44	− 4·3

Paris.

Juli	30	− 0ˢ38	− 3″1
August	2	− 0·34	− 0·7
„	3	− 0·05	+ 3·9

Wien.

August	5	+ 0ˢ39	− 8″3.

Es muss anerkannt werden, dass alle diese Beobachtungen unter Berücksichtigung der Schwäche des Objectes als gut bezeichnet werden müssen und selbst die ausgeschlossenen drei Coordinaten weichen nicht so stark ab, dass die Ausschliessung derselben als durchaus nothwendig sich herausstellt.

Es schien mir noch von Interesse, alle bis jetzt mir bekannt gewordenen Elementensysteme dieses Kometen übersichtlich zusammenzustellen. In der folgenden Zusammenstellung gibt die erste Zeile den Namen des Berechners an, T ist in mittlerer Berliner Zeit ausgedrückt, und zwar gilt der angesetzte Monatstag für October 1864, π und i sind nach Gauss Zählweise angenommen. Die drei letzten Zeilen geben das Datum je einer der drei Beobachtungen, die zur Bahnrechnung benützt wurden, die beigesetzte Nummer bezieht sich auf die erste oben gegebene Zusammenstellung der Beobachtungen. Die Elementensysteme sind so angeordnet, dass diejenigen, welche aus kürzerer Zwischenzeit berechnet wurden, demnach voraussichtlich unsicherer sind, den übrigen vorangesetzt sind; ich habe als letztes System schliesslich noch einmal die nach der vorausgehenden Rechnung erhaltenen Zahlen angesetzt, um alles Zusammengehörige übersichtlich neben einander gestellt zu haben. π, Ω und i sind auf das mittl. Äquinoct. 1864 bezogen.

Über einige Reactionen des Monochloräthers.

Von A. Bauer.

Vor längerer Zeit [1]) haben Adolf Lieben und ich gezeigt, dass es möglich ist, durch die Einwirkung der Zinkverbindungen der Alkoholradicale auf den Monochloräther:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_4.Cl \\ C_2H_4.Cl \end{matrix}\right\} O$$

die zwei Atome Chlor dieser Verbindung durch Alkoholradicale zu ersetzen und so Körper zu erhalten, die mit den Äthern der einatomigen Reihe isomer sind.

Ich habe es nun unternommen, Versuche darüber anzustellen, ob es nicht möglich ist, die zwei Atome Chlor des Monochloräthers durch sauerstoffhaltige Radicale oder durch Sauerstoff selbst zu ersetzen. In ersterem Falle müsste man Verbindungen erhalten, welche zwischen den Äthern und den Säureanhydriden stehen, in letzterem Falle dagegen war zu erwarten, dass eine dem Aldehyd isomere Substanz entstehen würde.

Zu allen, in den nachstehenden Zeilen angeführten Versuchen wurde Monochloräthyläther verwendet, welcher durch Einleiten von Chlor in Äther [2]) dargestellt war, wobei ich erwähnen will, dass zur Darstellung grösserer Mengen von Monochloräther die folgende Vorschrift sich als zweckmässig erwies: 1 Pfund reiner wasserfreier Äthyläther wird in eine Woulf'sche Flasche gethan und während diese mit kaltem Wasser gut gekühlt wird, langsam so viel Chlor durchgeleitet, als etwa der halben theoretisch berechneten Menge entspricht. Die Flüssigkeit wird hierauf in einer Retorte im Wasserbade so lange destillirt als etwas übergeht. Der Rückstand, der gewöhnlich schwarz aussieht, wird aufbewahrt, das Destillat jedoch wieder wie oben mit Chlor behandelt, dann wieder im Wasserbade

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissensch. Bd. XLV, S. 549.

[2]) Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. CXI, S. 121. (Lieben.)

erhitzt und der Rückstand mit dem früheren vereinigt u. s. w. Schliesslich werden die, bei der Destillation erhaltenen und vereinigten Rückstände im Ölbade destillirt und das von 135—150° C. Destillirende, nochmals rectificirt. Verfährt man genau nach dieser Vorschrift, so werden, wie ich mich überzeugte, nahezu gar keine über 150° C. siedende Producte erhalten.

1. Reaction von Zink und Zinknatrium auf Monochloräther.

Zinknatrium sowohl wie gewöhnliches granulirtes Zink wirken äusserst lebhaft auf Monochloräther ein, und zwar tritt die Reaction bei höherer Temperatur sogleich ein, beginnt aber auch bei gewöhnlicher Temperatur nach einiger Zeit.

Übergiesst man granulirtes Zink mit reinem Monochloräther oder auch einer ätherischen Lösung dieses Körpers, so bräunt sich derselbe sofort, erhitzt man dann die Masse auch nur ganz schwach, so tritt sogleich unter Gasentwickelung eine heftige Reaction ein, bei welcher nur wenige flüchtige Körper gebildet werden, da die Hauptmenge des Monochloräthers in eine schwarze, kohlige und harzartige Masse verwandelt wird. Übrigens konnte unter den Producten der Reaction Essigäther nachgewiesen und eine sehr flüchtige, mit grün gesäumter Flamme brennende, Verbindung abgeschieden werden, welche aller Wahrscheinlichkeit nach Chloräthyl ist.

Die Reaction des Zinknatriums auf Monochloräther verlauft ganz ähnlich, nur wirkt natürlich dieser Körper noch heftiger ein als reines Zink.

2. Reaction des essigsauren Natrons auf Monochloräther.

Das essigsaure Natron wirkt sowohl in trockenem Zustande als auch in alkoholischer Lösung unter starker Temperaturerhöhung und in letzterem Falle unter sofortiger Abscheidung von Kochsalz auf Monochloräther ein. Um diese Reaction zu studiren, wurden 110 Grm. (1 Äq.) essigsaures Natron in Alkohol gelöst und zu dieser Lösung in kleinen Partien und unter beständigem Schwenken und Abkühlen des Ballons 150 Grm. (1 Äq.) reiner Monochloräther gegossen, hierauf die ganze Masse in einem Apparat, welcher das Condensiren und Zurückfliessen der Dämpfe gestattet, durch

40 Stunden im Wasserbade erhitzt. Nach Verlauf dieser Zeit jedoch wurde der Inhalt des Ballons abdestillirt, das Destillat mit Wasser versetzt und die hierbei abgeschiedene unlösliche Flüssigkeit mittelst eines Scheidetrichters getrennt und der Destillation unterworfen.

Es ging anfangs unter 100° C. eine nicht unbeträchtliche Menge Essigäther über, dann erhob sich das Thermometer rasch bis gegen 150°, und es destillirte die Hauptmenge bei 150—160° C. Über 160° C. zersetzte sich die Masse lebhaft und schied unter Entwickelung von Salzsäuredämpfen ziemlich viel Kohle ab.

Der bei 150—160° C. überdestillirte Theil der Flüssigkeit wurde nun mit verdünnter wässeriger Kalilösung in einem zugeschmolzenen Glasrohre durch mehrere Stunden erhitzt, hierauf wieder von der wässerigen Flüssigkeit getrennt, mit Wasser gewaschen, über Chlorcalcium getrocknet und destillirt.

Der Siedepunkt war nahezu constant bei 155° C. und nachdem die Flüssigkeit dreimal fractionirt war, wurde sie der Analyse unterworfen und hiebei folgende Resultate erhalten:

I. 0·321 Grm. Substanz geben 0·311 Grm. Chlorsilber entsprechend 0·07686 Grm. Chlor.

II. 0·3998 Grm. Substanz lieferten 0·6855 Grm. Kohlensäure und 0·3107 Grm. Wasser.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Kohlenstoff	46·8	47·2
Wasserstoff	8·6	8·5
Chlor	23·9	23·3
Sauerstoff	—	20·9

Die Zahlen stimmen mit den für die Formel:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_4 \cdot C_2H_5O \\ C_2H_4 \cdot \quad Cl \end{matrix}\right\} O$$

berechneten nahezu überein.

Die nach der Methode von Dumas vorgenommene Dampfdichtenbestimmung ergab:

Gewicht der mit Dampf erfüllten Ballons	58·8292
Gewicht des mit Luft erfüllten Ballons	58·0023
Temperatur der Wage	19° C.

Temperatur beim Zuschmelzen	204° C.
Barometerstand	749 Millim.
Volum der zurückgebliebenen Luftblase	2 CC.
Capacität des Ballons	302 CC.

Aus diesen Angaben berechnet sich als die Dampfdichte dieser Verbindung die Zahl: 5·366.

Die theoretisch für die oben angegebene Formel berechnete Dampfdichte ist: 5·29. Diese Substanz ist nach diesen Daten identisch mit der von Lieben[1]) kürzlich aus Monochloräther durch Einwirkung von Natriumalkoholat oder alkoholischer Kalilösung erhaltenen Verbindung, nur ist es schwierig, durch diese Reactionen[2]) diese Verbindung rein darzustellen.

Die vorliegende Reaction aber liefert die neue Substanz, welche als Äthyläther zu betrachten ist, in welchem 1 Atom Wasserstoff durch Chlor, ein anderes Atom Wasserstoff hingegen durch das einatomige Radical $\text{Є}_2H_5\Theta$, das Oxäthyl vertreten ist, in vollkommen reinem Zustande, als eine angenehm riechende und bei 155° C. siedende Flüssigkeit.

Der bei dieser Reaction stattfindende Vorgang wird durch folgende Gleichung versinnlicht:

$$\left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4Cl\\\text{Є}_2H_4Cl\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}Na\\\text{Є}_2H_3\Theta\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_5\\H\end{matrix}\right\}\Theta = \left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4Cl\\\text{Є}_2H_4.\text{Є}_2H_5\Theta\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}H\\\text{Є}_2H_3\Theta\end{matrix}\right\}\Theta + NaCl.$$

Wie aus dieser Gleichung hervorgeht, so spielt das essigsaure Natron bei diesem Vorgange nur eine vermittelnde Rolle und der neue Körper verdankt seine Entstehung blos der Einwirkung des Alkohols auf Monochloräther, denn wie folgende Gleichung zeigt:

$$\left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4Cl\\\text{Є}_2H_4Cl\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}H\\\text{Є}_2H_5\end{matrix}\right\}\Theta = HCl + \left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4 \quad Cl\\\text{Є}_2H_4.C_2H_5\Theta\end{matrix}\right\}\Theta,$$

---

1) Lieben, Comptes rendues de l'acad. d. sciences. Août 1864.

2) Ich habe ebenfalls schon vor mehreren Monaten diese Reactionen in den Kreis meiner Untersuchungen gezogen, theile aber die erhaltenen Resultate hier nicht mit, da Lieben seine Untersuchungen über diesen Gegenstand bereits publicirt hat und meine Beobachtungen mit den seinigen im Einklange sind.

Ich will nur erwähnen, dass ich bereits mehrere Versuche gemacht habe, um aus dem Körper $\left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4.\text{Є}_2H_5\Theta\\\text{Є}_2H_4 \quad Cl\end{matrix}\right\}\Theta$ durch Zinkäthyl den Körper $\left.\begin{matrix}\text{Є}_2H_4.\text{Є}_2H_5\Theta\\\text{Є}_2H_4 \quad C_2H_5\end{matrix}\right\}\Theta$ darzustellen, ohne dass es mir bisher gelungen wäre, diese letzte Verbindung so rein zu erhalten, um die Analyse derselben zu veröffentlichen und ihre Eigenschaften studiren zu können. Ich hoffe aber binnen Kurzem in der Lage zu sein, beides zu thun.

so bedarf es, wenn 1 Äq. Monochloräther mit 1 Äq. Alkohol gemischt werden, nur eines Körpers, welcher diesem Gemenge 1 Äq. Salzsäure zu entziehen vermag, um die neue Substanz entstehen zu machen.

Der Essigäther, welcher, wie oben gesagt, ebenfalls bei dieser Reaction gebildet wird, kann sowohl durch Einwirkung der durch den chemischen Process frei gewordenen Essigsäure auf den Alkohol entstehen, kann aber auch einem durch folgende Gleichung veranschaulichten Processe seine Entstehung verdanken:

$$2\left[\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2H_3\Theta}\\ \mathrm{K}\end{matrix}\right\}\Theta\right]+\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2H_4Cl}\\ \mathrm{C_2H_4Cl}\end{matrix}\right\}\Theta+\left.\begin{matrix}\mathrm{H}\\ \mathrm{H}\end{matrix}\right\}\Theta=2\left[\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2H_3\Theta}\\ \mathrm{H}\end{matrix}\right\}\Theta\right]+\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2H_5}\\ \mathrm{C_2H_3\Theta}\end{matrix}\right\}\Theta+2\mathrm{KCl}.$$

3. Reaction von Silberoxyd auf Monochloräther.

Trockenes Silberoxyd wirkt mit grosser Heftigkeit auf Monochloräther ein und es war nöthig, um diese Reaction zu studiren, das Silberoxyd partienweise in kleinen Mengen zum Monochloräther, welcher sich jedesmal beträchtlich erhitzte, hinzuzufügen.

Als man auf diese Weise zu der zwei Molecülen Monochloräther entsprechenden Menge, ein Molecül Silberoxyd hinzugegeben hatte, wurde die Mischung in einer zugeschmolzenen Röhre durch mehrere Stunden auf 100° C. erhitzt, und nach dem Aufbrechen der Röhre der Destillation unterworfen. Bei dieser Destillation trat starke Zersetzung und Abscheidung von Kohle ein, das Silberoxyd war theilweise in Chlorsilber verwandelt, theils zu Silber reducirt, und obwohl aus dem Destillate durch fractionirte Destillation eine bei 158° C. siedende, sauere und 32·7 Pct. Chlor enthaltende Flüssigkeit abgeschieden werden konnte, so konnte doch aus den Resultaten der Analysen kein Schluss auf die Zusammensetzung der Substanz gezogen werden.

Der Versuch wurde demnach mit Monochloräther wiederholt, welcher mit seinem gleichen Volum Äther verdünnt war, doch wurde beobachtet, dass auch in diesem Falle die Reaction eine überaus heftige war. In der That ist beim Übergiessen von trockenem Silberoxyd mit einer ätherischen Lösung von Monochloräther die grösste Vorsicht nothwendig, denn die Temperatur steigt, auch wenn der Äther mit Eis gekühlt und das Silberoxyd mit einer Kältemischung umgeben ist, leicht so stark, dass Entzündung des Äthers eintritt.

Es erbot sich daher die Nothwendigkeit, das gepulverte Silberoxyd in kleinen Mengen zur ätherischen Lösung von Monochloräther hinzuzufügen, von Zeit zu Zeit dieses Hinzugeben zu unterbrechen und die Flüssigkeit abkühlen zu lassen.

Nachdem 100 Grm. Monochloräther auf diese Weise mit der, einem Atom Chlor entsprechenden Menge von Silberoxyd versetzt waren, wurde die Masse in einem mit einer Kühlschlange versehenen Kolben durch mehrere Stunden im Wasserbade auf 100° C. erhitzt und dann im Ölbade die Flüssigkeit von dem gebildeten Chlorsilber abdestillirt.

Das erhaltene Destillat reagirte stark sauer und es ging die Hauptmenge desselben bei 150—160° C. über. Dieser Theil wurde nochmals mit etwas Silberoxyd versetzt und in einer zugeschmolzenen Röhre durch mehrere Stunden auf 100° C. erhitzt. Bei dieser zweiten Reaction wurde eine geringe Menge eines sehr flüchtigen Körpers gebildet, die Hauptmenge der erhaltenen Flüssigkeit destillirte aber nun bei 154—155° C. über.

Nach dreimaliger Fractionirung dieses Productes wurde die Analyse und die Dampfdichtenbestimmung desselben vorgenommen und die Resultate dieser Bestimmungen so wie die sonstigen Eigenschaften der Substanz gestatten den Schluss, dass dieselbe mit dem oben (S. 3) beschriebenen durch die Einwirkung des Alkohols auf Monochloräther entstandenen Substitutionsproducte des Äthers identisch ist und dass ihr somit folgende Formel:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_4 . C_2H_5O \\ C_2H_4 \quad Cl \end{matrix}\right\} O$$

zukommt.

Die vorgenommene Analyse gab folgende Resultate:

0·4525 Grm. Substanz lieferten 0·7706 Grm. Kohlensäure und 0·337 Grm. Wasser.
0·285 Grm. Substanz gab 0·2717 Grm. Chlorsilber entsprechend 0·0672 Grm. Chlor.

100 Theile der Substanz enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Kohlenstoff	46·4	47·2
Wasserstoff	8·2	8·5
Chlor	23·6	23·3
Sauerstoff	—	20·9

Die nach der Dumas'schen Methode ausgeführte Dampfdichtenbestimmung ergab folgende Daten:

Gewicht des mit Luft gefüllten Ballons	48·7333
„ „ „ Dampf „ „	49·5349
Temperatur der Wage	15·5° C.
Barometerstand	746 Millim.
Temperatur beim Zuschmelzen	202·5° C.
Capacität des Ballons	279 CC.
Zurückgebliebene Luftblase	0.

Aus diesen Daten berechnet sich als Dampfdichte die Zahl: 5·515.

Für die obige Formel findet man durch Rechnung die Dampfdichte gleich: 5·29.

Man ersieht allerdings, dass die hier angegebenen, durch die Versuche ermittelten Zahlen nicht vollkommen gut mit den berechneten Zahlen übereinstimmen, jedoch dürfte der Grund hiefür nur der sein, dass die untersuchte Flüssigkeit nicht völlig gereinigt war.

Es ist übrigens unzweifelhaft, dass diese Verbindung nicht das einzige Product ist, welches bei der Einwirkung von Silberoxyd auf Monochloräther erhalten wird. Die Reaction, welcher dieselbe ihre Entstehung bei der Einwirkung von Silberoxyd auf eine ätherische Lösung von Monochloräther verdankt, wird durch folgende Gleichung versinnlicht:

$$2\left[\left.\begin{matrix}\Theta_2H_4Cl\\ \Theta_2H_4Cl\end{matrix}\right\}\Theta\right]+\left.\begin{matrix}\Theta_2H_5\\ \Theta_2H_5\end{matrix}\right\}\Theta+Ag_2\Theta=2\left[\left.\begin{matrix}\Theta_2H_4\Theta_2H_5\Theta\\ \Theta_2H_4\quad Cl\end{matrix}\right\}\Theta\right]+2AgCl.$$

Bei der Einwirkung von trockenem Silberoxyd auf reinen Monochloräther scheint übrigens nach allen Beobachtungen auch dieselbe Verbindung zu entstehen, jedoch bin ich nicht in der Lage, eine Gleichung für diese, wie es scheint ziemlich complicirte Reaction aufzustellen.

Reaction des trockenen essigsauren Silberoxydes auf Monochloräther.

Wenn trockenes, essigsaures Silberoxyd mit Monochloräther zusammengebracht wird, so tritt sehr lebhafte Reaction unter starker Erwärmung ein. Um diese Reaction zu studiren, wurden 75 Grm. von reinem, bei 140—150° C. im Ölbade getrocknetem, essigsaurem Silberoxyd mit der, einem Äquivalente entsprechenden Menge,

d. i. 65 Grm. Monochloräther übergossen. Diese Quantität der Flüssigkeit war gerade hinreichend, um das Silbersalz zu befeuchten und die teigartige Masse wurde hierauf in einem mit Kühlschlange versehenen Kolben durch 10 Stunden im Wasserbade auf 100° C. erhitzt und dann im Ölbade abdestillirt. Man erhielt etwa 70 Grm. eines stark sauer riechenden und reagirenden Destillates, welches von 70—200° C. und zuletzt unter Entwickelung von Salzsäuredämpfen und Hinterlassung eines kohligen Rückstandes neben Chlorsilber destillirte.

Das Destillat wurde der fractionirten Destillation unterworfen. Anfangs destillirte Essigäther, dann erhob sich das Thermometer ziemlich rasch und es wurde ein bei 170—180° C. übergehendes Destillat aufgefangen, welches der Analyse unterworfen, folgende Resultate gab:

I. 0·4243 Grm. Substanz geben 0·6728 Grm. Kohlensäure und 0·2588 Grm. Wasser.
II. 0·4019 Grm. Substanz gab 0·3380 Grm. Chlorsilber entsprechend 0·08361 Grm. Chlor.

100 Theile der Substanz enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Kohlenstoff	43·24	43·2
Wasserstoff	6·77	6·7
Chlor	20·8	21·2
Sauerstoff	—	28·8.

Diese Zahlen stimmen mit den für die Formel

$$\left.\begin{matrix} Є_2H_4 \,.\, Є_2H_3Θ\cdot Θ \\ Є_2H_4 \,.\, Cl \end{matrix}\right\} Θ$$

berechneten überein.

Es ist demnach diese Substanz als Äther zu betrachten, in welchem 1 Atom Wasserstoff durch Chlor, ein anderes Atom Wasserstoff durch das Radical $Є_2H_4Θ.Θ$, der oxacetyl vertreten ist. Die Zusammensetzung dieser Substanz wurde noch durch eine Dampfdichtenbestimmung controlirt, zu welcher Substanz eine neue Bereitung verwendet und (wie oben) durch Trocknen über Chlorcalcium gereinigt wurde [1]).

[1]) Dass die Zusammensetzung der Substanz in diesem Falle keine andere war, hat man durch eine Kohlenstoff- und Wasserstoffbestimmung ermittelt.

' Zur Dampfdichtenbestimmung wurde nur der bei circa 165° C. siedende Theil der Substanz verwendet und folgende Daten erhalten:

Gewicht des Ballons mit Luft	19·7032
„ „ „ „ Dampf	20·1276
Temperatur der Wage	20° C.
Barometerstand	742 Millim.
Temperatur beim Zuschmelzen	205° C.
Capacität des Ballons	137·5 CC.
Zurückgebliebenes Luftvolum	0·3 CC.

Aus diesen Angaben berechnet sich als Dampfdichte die Zahl 5·829. (Wobei noch zu bemerken kömmt, dass die Substanz nach der Dampfdichtenbestimmung schwach gebräunt, also wohl etwas zersetzt war.) Für die obige Formel berechnet sich theoretisch die Dampfdichte zu 5·76.

Die Entstehung dieser Substanz bei der Einwirkung von essigsaurem Silberoxyd auf Monochloräther kann leicht durch folgende Gleichung versinnlicht werden:

$$\left.\begin{matrix}C_2H_4Cl\\C_2H_4Cl\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}C_2H_3\Theta\\Ag\end{matrix}\right\}\Theta = AgCl + \left.\begin{matrix}C_2H_4\,.\,C_2H_3\Theta.\Theta\\C_2H_4\quad Cl\end{matrix}\right\}\Theta.$$

Es muss noch erwähnt werden, dass die nun entstandene Substanz durch Destillation sich zersetzt und eben so durch Kali, und wie es scheint, sogar durch die Einwirkung von Wasser vollständig zersetzt wird.

Bei der Einwirkung von Kali scheint Essigäther und essigsaures Kali gebildet zu werden, entsprechend der folgenden Gleichung:

$$\left.\begin{matrix}C_2H_4\,.\,C_2H_3\Theta.\Theta\\C_2H_4\quad Cl\end{matrix}\right\}\Theta + 2\left[\left.\begin{matrix}K\\H\end{matrix}\right\}\Theta\right] = \left.\begin{matrix}C_2H_3\Theta\\C_2H_5\end{matrix}\right\}\Theta + \left.\begin{matrix}C_2H_3\Theta\\K\end{matrix}\right\}\Theta + KCl + H_2\Theta.$$

Reaction des ameisensauren Bleioxydes auf Monochloräther.

70 Grm. trockenes ameisensaures Bleioxyd wurden mit 50 Grm. Monochloräther übergossen und in einem mit Kühlschlange versehenen Ballon durch längere Zeit im Wasserbade auf 100° C. erhitzt. Die beiden Körper reagiren ziemlich schwach auf einander, aber dennoch wurde während dem Erhitzen Bräunung der Masse und Entwickelung von Salzsäuredämpfen wahrgenommen.

Bei der Destillation im Ölbade wurde die sehr starke sauere Flüssigkeit stark zersetzt. Die grösste Menge derselben destillirte

bei 60—70° C., dann aber erhob sich das Thermometer langsam aber gleichmässig bis gegen 200° C. Der Rückstand verkohlte unter Entwickelung von Salzsäuredämpfen.

Die bei 60—70° C. erwies sich bei näherer Untersuchung als reiner Ameisensäureäthyläther. Die hohen, von 100—180° C. siedenden Producte wurden mit Wasser gewaschen, an welches sehr viel Säure abgegeben wurde und der unlöslich gebliebene Theil mit Chlorcalcium getrocknet und destillirt. Diese Flüssigkeit wurde so wie die der bei 180 bis gegen 200° C. siedende Theil des Destillates der Analyse unterworfen die Zahlen ergab, welche mit den für die Formel:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_4 \,.\, CHO.O \\ C_2H_4 \quad Cl \end{matrix}\right\} O$$

berechneten sehr nahe übereinstimmen.

Die Entstehung dieser Substanz, welche als Monochloräther zu betrachten ist, in welchem 1 Atom Chlor durch das Radial CHO_2 vertreten ist, erklärt sich leicht nach folgender Gleichung:

$$\left.\begin{matrix} C_2H_4Cl \\ C_2H_4Cl \end{matrix}\right\} O + \left.\begin{matrix} CHO \\ Pb \end{matrix}\right\} O = PbCl + \left.\begin{matrix} C_2H_4 \,.\, CHO_2 \\ C_2H_4 \,.\, \quad Cl \end{matrix}\right\} O.$$

Nach meinen bisherigen Untersuchungen kann ich mich nicht mit Bestimmtheit, weder über den Vorgang bei Bildung des ameisensauren Äthyläthers bei dieser Reaction, noch über die Entstehung des Essigäthers bei der früher besprochenen Reaction, aussprechen. Bei diesen Processen, welche den Gegenstand einer späteren Mittheilung bilden werden, dürften die beiden Atome Chlor des Monochloräthers austreten und Säureanhydride neben Säureäthern entstehen.

Aus den in vorstehenden Zeilen mitgetheilten Versuchen geht hervor, dass der Alkohol unter Umständen ein Atom seines Wasserstoffes verlieren und der hierbei bleibende Rest von der allgemeinen Formel:

$$C_nH_{2n+1}O$$

als einatomiges Radical substituirend in andere Verbindungen einzutreten vermag.

Eben so kann durch Elimination eines Wasserstoffatomes aus den Gliedern der Reihe von den fetten Säuren nach folgender Gleichung

$$\left.\begin{matrix}C_nH_{2n-1}\Theta\\ H\end{matrix}\right\}\Theta - H = C_nH_{2n-1}\Theta_2$$

ein sauerstoffreicher Rest erhalten werden, welcher ebenfalls die Rolle eines einatomigen Radicales zu spielen vermag.

Durch Substitution dieser Radicale an die Stelle eines Atomes Chlor im Monochloräther entstehen Verbindungen von der allgemeinen Formel

$$\left.\begin{matrix}C_2H_4 \quad Cl\\ C_2H_4C_nH_{2n-1}\Theta\end{matrix}\right\}\Theta \text{ oder } \left.\begin{matrix}C_2H_4 \quad Cl\\ C_2H_4C_nH_{2n-1}\Theta_2\end{matrix}\right\}\Theta_2.$$

Sollte es möglich sein, auch aus den dem Monochloräthyläther homologen Monochloräthern ähnliche Verbindungen zu erhalten, so würde man durch Substitution von Säureresten eine Reihe von Substanzen darstellen können, die nach der allgemeinen Formel

$$C_nH_{2n-1}Cl\Theta_2$$

zusammengesetzt wären.

Wenn es aber gelingt, auch das zweite Atom Chlor durch einen solchen Säurerest zu vertreten, so würde eine Reihe von Körpern erhalten, die der allgemeinen Formel

$$C_nH_{2n-2}\Theta_5$$

gemäss zusammengesetzt wären.

Wenn es gelingen sollte, in den Verbindungen, in welchen ein Atom Chlor des Monochloräthers durch die Alkoholreste $C_nH_{2n+1}O$ vertreten ist, das andere Atom Chlor durch die Säurereste $C_nH_{2n-1}O_2$ zu ersetzen, so müsste eine Reihe von nach der Formel

$$C_nH_{2n}O_4$$

zusammengesetzten Verbindungen gebildet werden.

Ich gebe diese in den letzten Zeilen mitgetheilte Zusammenstellung hier nur desshalb an, um zu zeigen, in welcher Richtung ich meine Untersuchungen fortzusetzen gedenke und schliesse diesen Aufsatz, indem ich Herrn Julius Weinzierl für seine thätige Unterstützung bei meinen Arbeiten hiemit meinen besten Dank ausspreche.

Über Interferenz des weissen Lichtes bei grossen Gangunterschieden.

Von J. Stefan.

Licht, welches wir weiss nennen, ist immer aus einfachen Farben zusammengesetzt, die Art der Zusammensetzung ist jedoch nicht immer dieselbe. Es lehrt die prismatische Zerlegung des weissen Lichtes, welches von verschiedenen Quellen stammt, dass ein Licht nicht aus allen zwischen dem äussersten Roth und äussersten Violett liegenden Farben in einer bestimmten Weise gemischt zu sein braucht, um uns weiss zu erscheinen. Es kann die relative Intensität der einzelnen Farben sehr verschieden sein, es können einige Farben in der Mischung ganz fehlen.

So zeigen die Fraunhofer'schen Linien im Spectrum des Sonnen- oder Tageslichtes die Farben an, welche in diesem Lichte entweder ganz fehlen oder nur in geringer Intensität vorhanden sind. Weisses Licht anderer Fixsterne gibt Spectra mit wieder anderen dunklen Linien, während das Licht einer Gasflamme, das wir ebenfalls weiss nennen, ein continuirliches Spectrum liefert.

Aber nicht nur hat das von verschiedenen Quellen stammende weisse Licht eine verschiedene Zusammensetzung, man kann auch noch in dem von einer bestimmten Quelle stammenden weissen Lichte unendlich viele Änderungen in der Vertheilung der Intensität auf die einzelnen farbigen Bestandtheile desselben vornehmen, ohne dass das so geänderte Licht aufhört, uns weiss zu erscheinen. Dies wird im Folgenden an mehreren Beispielen gezeigt werden.

Wenn man sich die farbigen Bestandtheile eines weissen Lichtes in ein Spectrum ausgebreitet denkt, so repräsentirt jede einzelne mathematische Linie in diesem eine eigene einfache Farbe im physikalischen Sinne nämlich, insofern unter einer einfachen Farbe Licht von einer bestimmten Schwingungsdauer oder Wellenlänge verstanden wird. Farben, welche solchen neben einander liegenden

welche gleich weit von einander abstehenden Linien angehören, sollen auch gleich weit von einander abstehende Farben genannt werden.

Wenn man in einem weissen Lichte ein oder mehrere Bündel benachbarter Farben auslöscht oder in der Intensität schwächt, so erscheint der Rest des Lichtes gefärbt. Die Qualität dieser Färbung ist abhängig von der Art der ausgelöschten oder geschwächten Farben. So entstehen die Farben, welche bei Interferenz des weissen Lichtes beobachtet werden.

So entstehen auch die Farben, welche senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten im Polarisationsapparate zeigen. Sind in einem solchen die Ebenen der Polarisirung und Zerlegung unter dem Winkel ψ gegen einander geneigt, so tritt Licht, welches aus dem Polariseur mit der Intensität I kommt, aus dem Analyseur mit der Intensität $I \, Cos^2 \psi$, wenn von fremdartigen Verlusten abgesehen wird. Bringt man in den Apparat eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte, so dreht diese die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes um einen ihrer Dicke proportionalen Winkel. Ist D ihre Dicke, φ der Winkel, um den sie die Polarisationsebene dieses Lichtes bei einer Dicke von einem Millimeter drehen würde, so beträgt die Drehung $D\varphi$. Die Intensität, mit welcher dieses Licht jetzt aus dem Analyseur tritt, ist $J \, Cos^2 \, (D\varphi - \psi)$, wenn die Winkel φ und ψ in derselben Richtung gezählt werden. Die Grösse des Winkels φ ist abhängig von der Farbe des verwendeten Lichtes in der Weise, das φ für die von Roth bis Violett auf einander folgenden Farben wächst. Kommt also weisses Licht aus dem Polariseur, so lässt der Analyseur die einzelnen Farben desselben, nachdem sie durch die Quarzplatte gegangen sind, in ungleichem Masse durch. Jene Farben, für welche $D\varphi - \psi$ entweder Null oder einem geraden Vielfachen von 90^0 gleich ist, gehen ungeschwächt durch den Analyseur hindurch, hingegen werden jene, für welche $D\varphi - \psi$ ein ungerades Vielfache von 90^0 ist, durch denselben ausgelöscht. Das austretende Licht hat eine dieser neuen Intensitätsvertheilung entsprechende Färbung. Dreht man den Analyseur, so werden andere Farben gelöscht, andere gehen ungeschwächt hindurch, und dem gemäss ändert sich die Färbung des austretenden Lichtes. Alles diess kann man beobachten, wenn man direct in den Polarisationsapparat

sieht, oder besser, wenn man mit directem Sonnenlichte arbeitet und das aus dem Analyseur kommende Licht auf einem weissen Schirme auffängt.

Von der Art der Zusammensetzung des aus dem Analyseur kommenden Lichtes kann man sich überzeugen durch prismatische Zerlegung desselben. An den Stellen der gelöschten Farben befinden sich im Spectrum dunkle Streifen, die bei Drehung des Analyseurs daher auch ihre Plätze verändern. Man sieht jedoch nur bei dickeren Quarzplatten mehrere Streifen, weil nur für grössere D der Winkel $D\varphi - \psi$ für die den verschiedenen Farben angehörigen φ sich über mehrere Kreisperipherien erstreckt und so mehrmals ein ungerades Vielfache von 90° wird. In der Abhandlung: „über die Dispersion des Lichtes durch Drehung der Polarisationsebene im Quarz" [1]) habe ich gezeigt, dass diese Streifen in dem Spectrum, welches von einem Glasprisma erzeugt wird, gleich weit von einander abstehen, dass also der Drehungswinkel φ mit grosser Annäherung als lineare Function der Deviation, welche ein farbiger Strahl durch ein solches Prisma erfährt, dargestellt werden kann. Durch Einfügen von Quarzplatten in einen Polarisationsapparat sind wir also im Stande, im weissen Lichte eine bestimmte oder mehrere aequidistante Farben auszulöschen. Da die diesen Farben benachbarten ebenfalls eine bedeutende Schwächung der Intensität erfahren, so können wir sagen, dass nicht blos einzelne Farben im physikalischen Sinne, sondern Bündel solcher Farben auf die angegebene Art aus dem weissen Lichte gelöscht werden.

Lässt man das aus dem Analyseur kommende Licht auf einen Schirm fallen und beobachtet die Färbung des Schirmes bei verschieden dicken Quarzplatten, so macht man folgende Erfahrung. Dünnere Platten geben sehr lebhafte Farben, ebenso ist der Farbenwechsel bei Drehung des Analyseurs bedeutend. Je dickere Quarzplatten man nimmt, desto weisslicher wird das aus dem Analyseur tretende Licht, desto geringer der Farbenwechsel bei Drehung des Analyseurs. Eine 30·5 Millimeter dicke Quarzsäule lässt bei Drehung des Analyseurs nur mehr zwei schwache Farbentöne erkennen, einen grünlich blauen und einen röthlichen, ersteren bei parallelen, letzteren bei gekreuzten Ebenen der Polarisation und Zerlegung.

[1]) Sitzungsberichte, L. 88.

Licht, welches durch eine 44·8 Millimeter dicke Quarzsäule gegangen, zeigt bei keiner Stellung des Analyseurs mehr eine Färbung. Dasselbe zeigen noch dickere Säulen. Die erstere Säule gibt im Spectrum zwischen den Fraunhofer'schen Linien *B* und *H* fünf, die letztere neun dunkle Streifen.

Diese Versuche belehren uns über eine merkwürdige Eigenthümlichkeit unseres Vermögens, Farben zu empfinden. Wir können diese Eigenthümlichkeit in folgender Weise ausdrücken:

Wird in einem weissen Lichte ein Farbenbündel ausgelöscht, so erscheint uns der Rest des Lichtes gefärbt. Werden in einem weissen Lichte mehrere Farbenbündel, welche im Spectrum eines Glasprisma gleich weit von einander abstehen, ausgelöscht, so erscheint der Rest des Lichtes gefärbt, aber um so weisslicher, je grösser die Anzahl der ausgelöschten Bündel ist. Die Färbung ändert sich bei paralleler Verschiebung der Bündel im Spectrum, aber um so weniger, je grösser die Zahl der ausgelöschten Bündel ist. Erreicht oder übersteigt diese die Anzahl neun, so erscheint der Rest des Lichtes weiss und bleibt weiss bei jeder parallelen Verschiebung der Bündel.

Wählt man für jede Farbe die Intensität, in welcher sie in dem verwendeten weissen Lichte vorhanden ist, als Einheit, trägt man die Deviationen, welche die einzelnen Farben durch ein Glasprisma erfahren, als Abscissen und die Intensitäten der Farben als Ordinaten auf, so ist die Intensitätscurve eine zur Abscissenaxe parallele Gerade. Die auf einander folgenden Ordinaten bedecken eine rechteckige Fläche. Als ein solches Rechteck präsentirt sich das Spectrum als Bild einer feinen Spalte, welche durch das Prisma betrachtet wird.

Um die Intensitätsvertheilung in dem Lichte, welches bei den oben besprochenen Versuchen aus dem Analyseur kommt, darzustellen, wird man entsprechend der Formel $Cos^2\,(D\varphi-\psi)$ die gerade Intensitätslinie ersetzen müssen durch eine Wellenlinie, deren Berge von der ursprünglichen Geraden, deren Thäler von der Abscissenaxe berührt werden. Die Thäler entsprechen den dunklen Streifen im Spectrum, die Breite einer Welle der Intensitätscurve ist also constant, weil diese Streifen gleichweit von einander

abstehen. Einer Drehung des Analyseurs entspricht eine parallele Verschiebung der Wellenlinie längs der Abscissenaxe. Jeder Färbung des aus dem Analyseur kommenden Lichtes entspricht eine solche Wellenlinie als Intensitätscurve. Je kleiner die Breite einer Welle wird, desto weisslicher ist das durch sie dargestellte Licht, desto geringer die Farbenänderung bei Verschiebung der Wellenlinie. Fallen neun Wellen oder mehr zwischen die Linien *B* und *H*, so ist das dieser Curve entsprechende Licht weiss.

Man kann solche Wellenlinien aus schwarzem Papier schneiden und sie über ein gemaltes Spectrum legen, wenn man eine recht handgreifliche Darstellung der Zusammensetzung des Lichtes haben will, welches bei obigen Versuchen aus dem Analyseur kommt.

Betrachtet man das Rechteck als Sinnbild für Weiss, so ist das Sinnbild einer Farbe, welche man bei den obigen Versuchen beobachtet, eine von einer Wellenlinie begrenzte Fläche. Folgen die Wellen in dieser Curve in sehr kurzen Abständen auf einander, so erscheint uns die von dieser Curve begränzte Fläche, von der Ferne betrachtet auch als Rechteck, nämlich als ein schraffirtes Rechteck, welches wir wieder als Sinnbild von Weiss zu betrachten haben.

Diese Eigenthümlichkeit unseres Empfindungsvermögens passt auch sehr gut zur Hypothese, nach welcher Th. Young die Farbenempfindungen auf drei Grundempfindungen zurückführt, welche Hypothese auch Helmholz [1]) angenommen hat. Nach dieser gibt es drei Arten von Nervenfasern. Reizung der ersten erregt die Empfindung des Roth, Reizung der zweiten die des Grün, Reizung der dritten die des Violett. Jede Spectralfarbe erregt alle Arten von Fasern, jedoch die einen stark, die anderen schwach. Einfaches Roth, Grün, Violett erregen stark jene Fasern, welche die gleichnamigen Farben empfinden, schwach die übrigen. Das einfache Gelb erregt mässig stark die roth- und grünempfindenden, schwach die Fasern dritter Art. Einfaches Blau erregt mässig stark die Fasern zweiter und dritter Art, schwach die rothempfindenden. Eine gleichmässige Erregung aller Fasern gibt die Empfindung von Weiss oder von weisslichen Farben.

Wird nun aus weissem Lichte eine Anzahl Farben ausgelöscht, so wird dadurch offenbar die Gleichmässigkeit der Erregung aller

---

[1]) Physiologische Optik. 291.

Fasern aufgehoben, wir empfinden den Rest des Lichtes als Farbe. Dasselbe ist der Fall, wenn mehrere Farben ausgelöscht werden. Ist aber die Anzahl der gelöschten Farben bedeutend und sind dieselben gleichmässig über das Spectrum vertheilt, so wird dadurch offenbar jede der drei Gattungen von Nervenfasern einen nahe gleichen Verlust an Erregung erfahren, und die Bedingung zum Entstehen der Empfindung von Weiss wird durch das Auslöschen dieser Farben nicht aufgehoben sein.

Trägt man die Deviationen. welche die einfachen Farben durch ein Glasprisma erfahren, als Abscissen, die Intensitäten, mit welchen diese Farben die drei Arten von Fasern erregen, als Ordinaten auf, so erhält man in dem das Spectrum repräsentirenden Rechtecke drei Berge, von denen der erste den Gipfel etwa bei der Linie *C*, der zweite bei der Linie *b*, der dritte hinter der Linie *G* haben mag. Führt man eine Wellenlinie durch das Spectrum, so sieht man, wie diese aus den einzelnen Bergen um so mehr gleiche Mengen ausschneidet, je kürzer ihre Wellen sind.

Die aus den Erscheinungen, welche senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten im Polarisationsapparate zeigen, abgeleitete Eigenschaft unseres Vermögens der Farbenempfindung macht sich überall geltend, wo wir Interferenzerscheinungen im weissen Lichte beobachten. Bei den gewöhnlichen Interferenzversuchen, die man mit weissem Lichte anstellt, gelingt es immer nur, Interferenzen von solchen Strahlen, welche nur geringe Gangunterschiede besitzen, sichtbar zu machen. Beim Fresnel'schen Spiegelversuche oder beim Versuche mit dem Interferenzprisma erhält man nur eine kleine Anzahl farbiger Streifen. Ebenso klein ist die Anzahl farbiger Ringe am Newton'schen Glase und der Ringe, welche z. B. senkrecht zur Axe geschnittene Platten einaxiger Krystalle im Polarisationsapparate zeigen. Plättchen von durchsichtigen Substanzen erscheinen nur dann gefärbt, wenn sie ausserordentlich dünn sind. Ebenso darf die Dicke parallel zur Axe geschnittener Krystallplättchen, wenn diese im Polarisationsapparate gefärbt erscheinen sollen, eine bescheidene Grenze nicht überschreiten.

Die Ursache, warum bei diesen verschiedenen Versuchen über Interferenz des weissen Lichtes nur Strahlen von geringen Gangunterschieden wahrnehmbare Interferenzen liefern, könnte in der Unregelmässigkeit der in einem Strahle nach einander folgenden

Lichtschwingungen liegen, in der That aber ist sie keine objective, sondern eine subjective. Zwei Strahlen einfacher Farbe löschen sich aus, wenn sie gleiche oder wenigstens nahezu gleiche Richtung und einen Gangunterschied haben, der eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Hat man zwei weisse Strahlen von einem gegebenen Gangunterschied, so löschen sich alle jene Farben in diesen zwei Strahlen aus, für welche der Gangunterschied, dividirt durch die diesen Farben zukommende Grösse einer halben Wellenlänge eine ungerade Zahl liefert. Je grösser der Gangunterschied, desto mehr ungerade Vielfache von halben Wellenlängen wird er enthalten, desto mehr einfache Farben werden durch Interferenz ausgelöscht. Man findet z. B. die Anzahl der gelöschten Farben, welche zwischen den Fraunhofer'schen Linien *B* und *H* liegen, wenn man den gegebenen Gangunterschied durch die halbe Wellenlänge von *B* und dann durch die halbe Wellenlänge von *H* dividirt. So viel ungerade Zahlen zwischen diesen zwei Quotienten, so viel gibt es gelöschte Farben zwischen den genannten Linien. Diese Farben sind nach einem bestimmten Gesetze über das Spectrum vertheilt. Wird ihre Anzahl so gross, dass dadurch jeder der drei Gattungen von Nervenfasern nahezu dieselbe Erregung entzogen wird, so erzeugt die Mischung aus den übrig gebliebenen Farben in uns die Empfindung von Weiss.

Es war auch schon lange bekannt, dass, wenn man die Interferenzstreifen beim Fresnel'schen Spiegelversuch oder die Ringe am Newton'schen Glase durch ein rothes Glas z. B. betrachtet, die Anzahl der Streifen und Ringe grösser wird. Später wurde gefunden, dass das Newton'sche Glas mit dem homogenen Lichte einer Weingeistlampe, deren Docht mit Kochsalz eingerieben ist, beleuchtet ganz von hellen und dunklen Ringen bedeckt erscheint. Fizeau [1]) hat in einer neueren Arbeit gezeigt, dass man auf diese Weise am Newton'schen Glase bis fünfzigtausend Ringe sichtbar machen kann.

Ebenso verhält es sich mit den Erscheinungen der Interferenz polarisirten Lichtes. Bringt man z. B. zwischen zwei Nicole oder in eine Turmalinzange eine senkrecht zur Axe geschnittene Kalkspathplatte, so zeigt diese im weissen Lichte farbige Ringe. Sieht

---

[1]) Annales de chim. et phys. (3) LXVI. Pogg. Ann. CXIX.

man aber gegen die Flamme einer Weingeistlampe, deren Docht mit Kochsalz oder kohlensaurem Natron eingerieben ist, so verwandeln sich die farbigen Ringe in schwarze und gelbe, das ganze Gesichtsfeld erscheint von solchen Ringen bedeckt und man kann durch Neigen der Kalkspathplatte fortwährend neue Ringe in das Gesichtsfeld bringen.

Eine parallel zur Axe geschnittene Quarzplatte von zwei Millimetern Dicke zeigt im Polarisationsapparate bei weisser Beleuchtung keine Farbe. Im Natriumlichte zeigt sie deutliche Interferenzstreifen. Auch Säulen von zwanzig, dreissig und mehr Millimetern Dicke zeigen solche Streifen, welche in dem unvollkommenen Parallelismus der angeschliffenen Flächen oder der auffallenden Strahlen ihren Grund haben.

Durch diese Versuche ist bewiesen, dass in einem unpolarisirten homogenen Lichtstrahle die Schwingungen über ziemlich lange Strecken hin einerlei Richtung bewahren. Aber nicht blos Strahlen, welche von homogenes Licht aussendenden Quellen stammen, besitzen diese Regelmässigkeit, auch den Strahlen des weissen Lichtes kommt sie vielleicht in demselben Masse zu.

Dies wurde zuerst von Wrede [1]) durch einen, obwohl zu einem anderen Zwecke angestellten, Versuch bewiesen. Wrede bog ein Glimmerblättchen und liess von demselben das Licht einer Kerzenflamme so reflectiren, dass sich auf dem Blättchen eine Lichtlinie bildete. Diese betrachtete er durch ein Prisma und fand das Spectrum von sehr vielen schwarzen, den Fraunhofer'schen Linien parallelen Streifen durchsetzt. Diese schwarzen Streifen entstehen durch Interferenz der an der Vorder- und Hinterfläche des Blättchens reflectirten Strahlen. Durch diesen Versuch, dessen Bedeutung für die Interferenzlehre zuerst Poggendorff [2]) würdigte, hat Wrede den Weg gezeigt, auf welchem Interferenz des weissen Lichtes, die das freie Auge nicht mehr wahrzunehmen vermag, nachgewiesen werden kann.

Diesen Weg haben später Fizeau und Foucault [3]) betreten und gezeigt, dass das Licht, welches beim Fresnel'schen Spiegel-

---

[1]) Pogg. Ann. XXXIII. 353.

[2]) Pogg. Ann. XLI. 516.

[3]) Annales de chym. et de phys. (3) XXVI. 138. Pogg. Ann. Ergänzungsband II.

versuch von den nicht mehr mit Farbenstreifen besetzten Stellen des Schirmes reflectirt wird, prismatisch zerlegt ein Spectrum mit um so zahlreicheren dunklen Streifen liefert, je grösser der Gangunterschied der von den zwei Spiegeln an diese Stellen gesandten Strahlen ist. Ebenso wiesen sie die Interferenz in dem Lichte nach, welches durch dicke, in einen Polarisationsapparat eingefügte Kalkspath- und Quarzplatten ging.

Auf diesem Wege lassen sich auch Interferenzen von Strahlen, denen auf andere Weise grosse Gangunterschiede beigebracht werden, nachweisen. In dem Aufsatze über Interferenzerscheinungen im prismatischen und im Beugungsspectrum [1]) habe ich gezeigt, dass auch die von Talbot zuerst beobachtete Interferenzerscheinung ein Mittel bietet, wahrnehmbare Interferenzen von Strahlen, die mehrere tausend Wellenlängen Gangunterschied besitzen, zu erhalten. Auf diese Art habe ich auch, wie in einem späteren Aufsatze [2]) beschrieben, Interferenzen weisser Lichtstrahlen dargestellt von so grossen Gangunterschieden, wie sie bis dahin noch nicht erreicht worden sind.

Ebenso kann gezeigt werden, dass das von den bereits ungefärbten Stellen des Newton'schen Farbenglases reflectirte Licht um so mehr ausgelöschte Farben enthalte, je weiter die reflectirende Stelle vom Centrum des Glases entfernt ist. Man braucht nur das vom Newton'schen Glase reflectirte Licht auf die Spalte eines Spectralapparates fallen zu lassen und das Newton'sche Glas zu drehen, so dass die Spalte von immer anderen und anderen Stellen des Glases beleuchtet wird. Man sieht dann im Spectrum dunkle Streifen, die immer zahlreicher werden, je näher die beleuchtende Stelle dem Rande des Farbenglases kommt.

Einen anderen interessanten Versuch, durch den ebenfalls die Interferenz an den vom Centrum des Farbenglases entfernteren Stellen nachgewiesen wird, hat neuerdings Place [3]) beschrieben, ein Versuch, den schon Newton [4]) gemacht und ausführlich erklärt hat.

---

[1]) Sitzungsberichte L. 138.
[2]) Sitzumgsberichte L. 380.
[3]) Pogg. Ann. CXIV. 304.
[4]) Optices lib. II. pars II. observatio XXIV.

Betrachtet man nämlich das Farbenglas durch ein Prisma, so sieht man bei günstigen Umständen auf jener Seite, auf welcher sich die brechende Kante des Prisma befindet, das ganze Farbenglas mit Ringsegmenten bedeckt.

Mit demselben Erfolg habe ich diesen Versuch an den Ringen, welche Krystallplatten im Polarisationsapparate zeigen, wiederholt. Man braucht nur die Erscheinung, wie sie die Turmalinzange liefert, durch ein Prisma zu betrachten, um jene Seite des Gesichtsfeldes, auf welcher sich die brechende Kante des Prisma befindet, ganz von Ringsegmenten bedeckt zu sehen.

Man kann aber auch nach dem ersteren Verfahren die Interferenz an den vom Centrum der Ringe entfernteren Stellen der Krystallplatte nachweisen. Ich stelle zu diesem Zwecke die Platte zwischen zwei Nicole und lasse die Platte von parallelen Strahlen durchsetzen. Das aus dem Analyseur kommende Licht fällt auf die Spalte des Spectralapparates. Sind die Nicole parallel gestellt und fallen die Strahlen senkrecht auf die Kalkspathplatte, so ist das Spectrum rein. Wird die Kalkspathplatte gedreht, so rücken vom violetten Ende aus schwarze Streifen in das Spectrum, die in immer engeren Zwischenräumen auf einander folgen, je weiter die Platte gedreht wird. Diese Darstellung der Interferenz in der Platte ist auch die zur Vergleichung von Theorie und Erfahrung zweckmässigste.

Die Interferenz weisser Strahlen, welche an der Vorder- und Hinterfläche eines durchsichtigen Plättchens reflectirt werden, ist durch den Wrede'schen Versuch nachgewiesen. Diesen Versuch haben später Fizeau und Foucault in anderer Weise ausgeführt, am einfachsten ist jedoch wohl folgende Darstellung desselben. Ich verwende nämlich das Plättchen als Heliostaten, von dem die reflectirten Sonnenstrahlen auf die Spalte des Spectralapparates geschickt werden. Auf diese Art wird das im Spectrum auftretende Interferenzphänomen einer genauen Berechnung fähig. Zugleich ist man bei diesem Verfahren im Stande, dickere Plättchen, z. B. Glasplättchen, die eine Biegung nicht mehr gestatten, in Anwendung zu bringen. Glimmerblättchen geben sehr schwarze Interferenzlinien, Glasplättchen schwächere, weil bei diesen die Intensitäten der an der Vorder- und Hinterfläche reflectirten Strahlen von einander mehr verschieden sind, als bei Glimmerblättchen.

Durch diesen Versuch ist zugleich die Möglichkeit dargethan, dass auch durch einen belegten Glasspiegel, wie solche bei den gewöhnlichen Heliostaten verwendet werden, Interferenzlinien im Spectrum erzeugt werden können. Wenn solche Linien auch nicht unmittelbar wahrgenommen werden, so üben sie doch einen Einfluss auf die Sichtbarkeit der feineren Fraunhofer'schen Linien, indem jene, welche mit einer dunklen Interferenzlinie gerade zusammenfallen, dadurch schärfer hervorgehoben und sichtbar werden, während sie unter anderen Umständen es nicht sind.

Auf eine ebenso einfache Art ist es mir gelungen, die Interferenz des weissen Lichtes, welches direct durch ein durchsichtiges Plättchen geht und jenes, welches erst nach einmaligem Hin- und Hergange im Plättchen aus diesem tritt, nachzuweisen. Ich stelle das Plättchen unmittelbar vor die Spalte des Spectralapparates und lasse das von einem gewöhnlichen Spiegel reflectirte Sonnenlicht durch das Plättchen auf die Spalte gehen. Die im Spectrum auftretenden Interferenzlinien sind ebenfalls, und zwar sowohl bei Glimmer- als auch bei Glasplättchen nicht ganz schwarz. Diese Interferenzerscheinungen erhalten einen höheren Werth noch dadurch, dass sie ein Mittel bieten, Brechungsquotienten durchsichtiger Plättchen zu bestimmen, worüber in einem späteren Aufsatze ausführlich gehandelt werden soll.

Wenn das Plättchen planparallel ist, so kann man es auch zwischen Collimator und Prisma oder zwischen Prisma und Objectiv postiren. Eine eigenthümliche Erscheinung beobachtete ich, als ich das Plättchen zwischen Ocular und Auge brachte. Die Interferenzstreifen waren im Spectrum gerade, wenn es durch ein schwach vergrösserndes Fernrohr beobachtet wurde. In dem durch mehrere Prismen erzeugten Spectrum eines Steinheil'schen Apparates, welcher mit einem stark vergrössernden Fernrohr versehen ist, erschienen die Interferenzstreifen in der Mitte des Gesichtsfeldes gekrümmt. Nach beiden Seiten des Gesichtsfeldes verfolgt, erwiesen sich diese Streifen als ein Ringsystem, dessen Mittelpunkt an der Seite des Gesichtsfeldes sich befindet, welche gegen das violette Ende des Spectrums hin liegt. Die Ringe sind anfangs in ziemlich weiten Abständen von einander, werden aber immer feiner und folgen immer näher nach einander, je grösser ihre Radien werden. Die in der Mitte und auf der anderen Seite des Gesichtsfeldes beobachteten

gekrümmten Streifen sind Segmente solcher Ringe. Ich will auf diese Erscheinung hier nicht weiter eingehen und bemerke nur noch, dass ich im Spectrum ebenfalls dunkle Ringe oder Ringsegmente sehe, wenn ich mit freiem Auge in das Spectrum am Steinheil'schen Apparate blicke. Auch diese Ringsegmente sind gegen das violette Ende des Spectrums hin offen.

Die verschiedenen im Vorhergehenden beschriebenen Versuche geben uns nun auch noch über die oben besprochene Eigenschaft unseres Vermögens der Farbenempfindung neue Belehrung. Aus den Erscheinungen, welche senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten zeigen, wurde gefolgert, dass weisses Licht die Eigenschaft, uns weiss zu erscheinen, nicht verliert, wenn aus demselben eine gewisse Anzahl von Farben, die in dem durch ein Glasprisma entworfenen Spectrum gleich weit von einander abstehen, gelöscht wird. Analysirt man nun mit einem Glasprisma weisses Licht, welches Strahlen von einem bestimmten Gangunterschiede, beigebracht am Newton'schen Glase, oder in einem dünnen Plättchen oder in einer parallel zur Axe geschnittenen Quarzplatte, enthält, so findet man im Spectrum dem bestehenden Gangunterschiede entsprechend, eine bestimmte Anzahl von dunklen Streifen, aber diese Streifen sind nicht mehr aequidistant.

Nehmen wir z. B. das Newton'sche Farbenglas und denken uns die Einrichtung so getroffen, dass wir die Ringe senkrecht gegen das Glas sehend beobachten. Betrachten wir eine Stelle, für welche die unterhalb liegende Luftschicht die Dicke D besitzt. In dem von dieser Stelle in's Auge gesandten Lichte fehlen alle jene Farben, deren halbe Wellenlängen, in D dividirt, ganze Zahlen zu Quotienten liefern. Diese ganzen Zahlen seien n, $n + 1$, $n + 2$, u. s. w. Die kleinste Zahl gehört zur grössten Wellenlänge und umgekehrt. Die reciproken Wellenlängen der gelöschten Farben bilden also eine arithmetische Progression. Sollen nun diese im Spectrum des Glasprisma aequidistant sein, so müssten die reciproken Quadrate der Wellenlängen eine arithmetische Progression bilden, da man nach der Cauchy'schen Dispersionsformel den Brechungsquotienten des Glases als lineare Function des reciproken Quadrates der Wellenlänge darstellen kann. Die Differenzen zwischen den reciproken Quadraten der Wellenlängen der von Roth gegen Violett auf einander folgenden gelöschten Farben werden in unserem Falle immer

grösser, folglich haben die dunklen Streifen gegen das Violett hin immer grössere Abstände von einander.

Untersuchen wir nun die relative Lage dieser Streifen in jenem Spectrum, welches durch ein beugendes feines Gitter erzeugt wird. Im Beugungsspectrum sind jene Farben als aequidistant zu betrachten, deren Wellenlängen eine arithmetische Progression bilden. Die Unterschiede zwischen den Wellenlängen der von Roth gegen Violett hin auf einander folgenden dunklen Streifen werden in unserem Falle immer kleiner, also die Distanzen der Streifen gegen das Violett dieses Spectrums hin immer kleiner.

Ein Spectrum, in welchem diese Streifen aequidistant sein sollen, müsste also im Vergleich zum prismatischen den gegen Roth liegenden Theil gedehnter, den gegen Violett liegenden gedrängter, hingegen im Vergleich zum Beugungsspectrum den rothen Theil gedrängter, den violetten aber gedehnter enthalten.

Die Analyse des vom Newton'schen Glase reflectirten weissen Lichtes lehrt also, dass weisses Licht uns auch noch weiss erscheint, wenn eine gewisse Anzahl Farben aus demselben gelöscht wird, welche weder im prismatischen noch im Beugungsspectrum aequidistant sind, es aber in einem zwischen beiden liegenden wären.

Die Untersuchung anderer Interferenzfälle liefert noch neue Vertheilungsarten der gelöschten Farben. Es entsteht nun die Frage, ob die Anzahl der Farben, welche in diesen verschiedenen Fällen mindestens aus dem weissen Lichte gelöscht werden muss, damit der Rest uns wieder als weisses Licht erscheint, immer dieselbe ist und wenn nicht, bei welcher Vertheilung man mit der kleinsten Anzahl der weggelöschten Farben den beabsichtigten Zweck erreichen kann?

Newton gibt in seiner Optik [1]) eine Tabelle, welche die Dicken der Luftschichten nebst den diesen Dicken am Farbenglase entsprechenden Farben enthält. Sie geht bis zu den Ringen siebenter Ordnung. Die Dicke der zugehörigen Luftschicht gibt er zu 77 Milliontel eines englischen Zolles an. Diesen Zoll = 25·39941 Millim. nehmend, erhält man für die angegebene Dicke 1955·75 Milliontel des Millimeters. Eine Farbe erscheint am Newton'schen Glase an jenen Stellen ausgelöcht, für welche die Dicke der Luftschicht durch

---

1) Optices lib. II, pars II.

die halbe Wellenlänge der Farbe dividirt, eine ganze Zahl liefert. Dividirt man obige Zahl durch die halbe Wellenlänge der Linie *B* und dann durch die halbe Wellenlänge der Linie *H*, so erhält man zwei Zahlen, zwischen denen eine Reihe ganzer Zahlen enthalten ist. Die Anzahl dieser gibt auch die Anzahl der durch die angegebene Luftschicht ausgelöschten Farben zwischen den Linien *B* und *H*. Die Wellenlänge dieser beiden Linien sind nach Fraunhofer 687·8 und 392·8 in Millionteln des Millimeters. Die bezeichneten zwei Quotienten sind also 5·7 und 9·9, zwischen denen vier ganze Zahlen liegen, so gross ist die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum des Lichtes, welches von der in Betracht gezogenen Stelle des Newton'schen Farbenglases reflectirt wird. Da man am Farbenglase auch noch über diese Stelle hinaus bei günstiger Beleuchtung ein Paar Ringe sieht, so können wir annehmen, dass fünf gelöschte Farben dem weissen Lichte seine Eigenschaft, uns weiss zu erscheinen, wieder geben.

Gehen wir zu den Erscheinungen, welche parallel zur Axe geschnittene Platten einaxiger Krystalle im Polarisationsapparate zeigen. Nach Arago zeigt eine Quarzplatte von $^1/_2$ Millimeter Dicke keine Färbung. Ich habe eine keilförmig zugeschnittene Quarzplatte, wie solche zum Babinet'schen Compensator verwendet werden, untersucht und diese Angabe bestätigt gefunden. Um die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum des Lichtes, welches in diesem Falle aus dem Polarisationsapparate kommt, zu finden, bemerke man, dass alle jene Farben gelöscht sind, für welche der Gangunterschied zwischen dem ordentlichen und ausserordentlichen Strahl eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt. Nach Rudberg sind für die Linien *B* und *H* die ordentlichen Brechungsquotienten 1·54090 und 1·55817 und die ausserordentlichen 1·54990 und 1·56772. Für die Farbe *B* beträgt daher der Gangunterschied der beiden Strahlen, hervorgebracht durch eine Quarzplatte von einem Millimeter Dicke, 0·00900 und für die Farbe *H* 0·00955. Dividirt man die erste dieser beiden Zahlen durch die Hälfte der Wellenlänge von *B*, die zweite durch die Hälfte der Wellenlänge von *H*, so ergeben sich die beiden Quotienten 26·2 und 48·6. Für eine $^1/_2$ Millim. dicke Platte erhält man die Quotienten 13·1 und 24·3, zwischen denen fünf ungerade Zahlen liegen. Ebenso gross ist die Anzahl der im betrachteten weissen Lichte gelöschten Farben.

Die Vertheilung dieser gelöschten Farben in dem Spectrum eines Glasprisma weicht, wie eine directe Untersuchung gelehrt hat, von der Gleichmässigkeit der Distanzen in der Art ab, dass die dunklen Streifen gegen das violette Ende hin weiter auseinander rücken.

Will man die einzelnen im weissen Lichte enthaltenen Farben als Linien neben einander auftragen, als Ordinaten zu bestimmten Abscissen, so kann dies auf unendlich viele Arten geschehen, insofern die Grösse der zu jeder Farbe zu nehmenden Abscisse willkürlich ist. Man kann z. B. die Wellenlänge jeder Farbe, man kann aber auch jede Function dieser Wellenlänge zur Abscisse wählen, z. B. den Brechungsquotienten einer bestimmten Substanz. Man erhält so verschiedene Spectra. Die prismatischen und Beugungsspectra sind Beispiele dafür.

Man kann nun für jeden der betrachteten Interferenzfälle ein Spectrum so construiren, dass die in einem solchen Falle gelöschten Farben gleich weit von einander abstehen. Unter diesen Spectren wird es eines geben, in welchem die Farben so angeordnet sind, dass die Zahl aequidistanter Farben, die aus demselben gelöscht werden müssen, ohne dem weissen Lichte die Eigenschaft, uns weiss zu erscheinen, zu nehmen, geringer ist, als die Zahl aequidistanter Farben in jedem anderen Spectrum, durch deren Auslöschung derselbe Effect erzielt werden kann.

Zu der Abscisse, zu welcher jede einzelne Farbe als Ordinate gehört, kann man aber noch drei andere Ordinaten construiren, welche darstellen sollen, wie stark die zugehörige Farbe jede der drei Gattungen Nervenfasern erregt. Man erhält so, wie schon oben bemerkt wurde, in dem verzeichneten Spectrum drei Berge. Nimmt man die grössten Intensitäten, mit denen die drei Arten von Nervenfasern von den im Spectrum enthaltenen Farben erregt werden, als gleich an, so haben diese drei Berge gleiche Höhe. Man kann nun die Frage aufwerfen, in welchem Spectrum bedecken diese drei Berge, oder gewisse Partien derselben, z. B. jene welche eine über eine bestimmte Grenze hinausragende Höhe haben, gleiche Flächen? Wenn die gleichmässige Erregung aller drei Arten von Nervenfasern die Empfindung von weiss hervorruft, so wird, wenn aus diesem Spectrum drei aequidistante Farben ausgelöscht werden, der Rest des Lichtes uns wieder weiss erscheinen. In jedem der

oben betrachteten Interferenzfälle ist die Zahl der auszulöschenden Farben, damit der Rest wieder weiss wird, grösser, es genügt also keines der aufgestellten Bedingung. Hingegen geht aus den drei untersuchten Fällen hervor, dass in den beiden, in welchen die gelöschten Farben gegen Violett hin weiter aus einander rücken, weniger gelöschte Farben zu dem angestrebten Zwecke genügen, als in jenem Falle, in welchem die dunklen Streifen im prismatischen Spectrum aequidistant sind. Daraus könnte man schliessen, dass die drei Arten von Nervenfasern gleiche Felder in einem Spectrum bedecken, welches vom prismatischen abweichend sich dem Beugungsspectrum nähert.

XXVII. SITZUNG VOM 9. DECEMBER 1864.

Die naturforschende Gesellschaft zu Emden zeigt, mit Circularschreiben vom 25. October l. J., die am 29. December stattfindende Feier ihres fünfzigjährigen Bestehens an.

Herr Dr. A. Boué hält einen Vortrag „über die wahrscheinlichste Ursprungsart des menschlichen Geschlechtes und den paläontologischen Menschen".

Herr Dr. E. Brücke übergibt eine Mittheilung „über den Verlauf der feinsten Gallengänge".

Herr Dr. J. Böhm legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Wird das Saftsteigen in den Pflanzen durch Diffusion, Capillarität oder durch den Luftdruck bewirkt?"

Herr Felix Karrer überreicht eine Abhandlung: „Über das Auftreten der Foraminiferen in den Mergeln der marinen Uferbildungen (Leithakalk) des Wiener Beckens".

Herr J. A. Krenner, Assistent und Supplent am Ofner Polytechnikum, übergibt eine Abhandlung, betitelt: „Die Formen des Antimonits".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique: Bulletin. 33e Année, 2e Série. Tome 18. Nr. 11. Bruxelles, 1864; 8°.

Address of his Excellency John A. Andrew to the Legislature of Massachusetts, January 8, 1864. Boston; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1502—1503. Altona, 1864; 4°.

Bizio, Giov., Ricerche intorno al presupposto Acido cocinico. (Estr. dal vol. IX, Ser. 3a degli Atti dell'Istituto Veneto.) 8°.

Burmeister, H., Über das Klima von Buenos Aires. (Aus den Abhandlungen der naturf. Gesellsch. zu Halle, Bd. VII.) Halle, 1863; 4°.

Canestrini, Giov., Archivio per la Zoologia, l'Anatomia e la Fisiologia. Vol. III. Fasc. 1. Modena, 1864; 8º. — Sul Gobius punctatissimus m. (Estr. dall'Archivio per la Zool. etc. Vol. III. Fasc. 2) Modena, 1864; 8º.

Comptes rendus de séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. No. 20. Paris, 1864; 4º.

Consultation pour la famille de Montmorency contre M. Adalbert de Talleyrand-Perigord. 4º.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 22e Livraison. Paris, 1864; 8º.

Deneffe, Victor, De la ponction de la vessie et de ses applications à la rentention d'urine etc. Bruxelles; 8º.

Döllen, W., Die Zeitbestimmung vermittelst des tragbaren Durchgangsinstrumentes im Verticale des Polarsterns. Petersburg, 1863; 4º.

Du Bois-Reymond, E., Über das Gesetz des Muskelstromes, mit besonderer Berücksichtigung des *M. Gastroknemius* des Frosches. (Aus Reichart's und Du Bois-Reymond's Archiv etc. 1863, Hft. 5 & 6.) Berlin; 8º.

Gruber, Wenzel, Über den *Sinus communis* und die *Valvulae* der *Venae cardiacae*, und über die Duplicität der *Vena cava superior* bei dem Menschen und den Säugethieren. (Mém. de l' Acad. Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, VII. Série, Tome VII, Nr. 2.) St. Petersburg, 1864; 4º.

Hébert, Notice sur Paul Dalimier. Paris; 8º.

Institut National Genèvois: Bulletin. Tome XI. No. 22 — 23. Genève, 1864; 8º.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXII. Heft 4 &5. Speyer, 1864; 8º.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrgang, Nr. 34. Wien, 1864; 4º.

Mädler, J. H., Beobachtungen der kais. Universitäts-Sternwarte Dorpat. XV. Bd. 2. Abthlg. Dorpat, 1863; 4º.

Marenzi, F. Graf v., Der Karst. — Das Alter der Erde. Zwei geologische Fragmente im Geiste der Einsturztheorie geschrieben. Triest, 1864; 8º.

Marignac, C., Recherches sur les acides silicotungstiques et note sur la constitution de l'acide tungstique. (Extr. des Annales de Chimie et de Physique, 4e série, t. III,) Paris, 1864; 8º.

Mittheilungen des k. k. Genie-Comité. Jahrg. 1864. IX. Bd. 11. Heft. Wien; 8°.

Mondes. 2e Année, Tome VI, 14e Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Mulsant, E., Souvenirs d'un voyage en Allemagne. (1re & 2e éditions.) Paris, 1862; 8°.

Pietruski, Stan. Konst. v., Historya naturalna. Tom III. Lwów, 1864; 8°.

Reader. No. 101, Vol. IV. London, 1864; Fol.

Rose, Gustav, Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten auf Grund der Sammlung im mineralogischen Museum zu Berlin. Mit 4 Kupfertafeln. (Abhdlgn. der k. Pr. Akad. d. W. zu Berlin.) 1864; 8°.

Safford, Trumann Henry, On the right Ascension of the Pole Star, as determined from Observations. (From the Proceedings of the Amer. Academy of Arts & Sc., Vol. VI.) Cambridge, 1864; 8°.

Société Hollandaise des Sciences à Harlem: Extrait du programme pour l'année 1864. 4°.

Sondhauss, Karl, Über die Töne, welche beim Ausströmen des Wassers entstehen. (Programm der Realschule zu Neisse, 1864.) Neisse; 4°.

Übersicht der akademischen Behörden an der k. k. Universität zu Wien für das Studienjahr 1864—65. Wien, 1864; 4°.

Winchell, Alex., First biennal Report of the Progress of the Geological Survey of Michigan. Made December 31, 1860. Lansing, 1861; 8°. — Descriptions of Fossils from the Yellow Sandstones lying beneath the „Burlington Limestone" at Burlington, Jowa. (Proceedings of the Academy of N. Sc. of Philadelphia, January 1863.) 8°. — Notice of the Rocks lying between the Carboniferous Limestone of the Lower Peninsula of Michigan and the Limestone of the Hamilton Group: with Descriptions of some Cephalopods supposed to be new to Science. New Haven, 1862; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrg. Nr. 49. Wien, 1864; 4°.

Zantedeschi, Francesco, Lettera intorno alle forze, che sollecitano le molecole de'corpi, la loro risoluzione, il loro aggregamento

ed ai momenti meccanici delle irradiazioni. Padova, 1864; 8°.
— Lettere intorno all'origine della rugiada e della brina. Padova, 1864; 8°. — Appendice alla Spettrometria e Chemica Astroatmosferica etc. Padova, 1864; 8°.

Zeitschrift für Fotografie und Stereoskopie. V. Jahrg. Nr. 73 bis 76. Wien, 1864; 8°.

— des allgemeinen österr. Apotheker-Vereines. 2. Jahrg. Nr. 23. Wien, 1864; 8°.

Über den Verlauf der feinsten Gallengänge.

Von dem w. M. E. Brücke.

In einer ausgezeichneten Abhandlung von Dr. Mac-Gillavry, betitelt: „zur Anatomie der Leber" heisst es auf Seite 213, Bd. L. dieser Sitzungsberichte: „Andréjević hat angenommen, dass, wo eine Blutcapillare verlaufe, keine Gallencapillaren auftreten, so dass, wenn die ersteren im Querschnitte getroffen werden, sie umgeben sind von einem Ringe von Gallencapillaren, dessen Radius dem Durchmesser einer Leberzelle gleich ist (die Lichtung der Blutcapillare als Punkt betrachtet)".

„In unseren Präparaten sieht man überall Blut- und Gallencapillaren sich kreuzen und einander berühren. Am belehrendsten sind Querschnitte, wie sie in Fig. 5 wiedergegeben sind. Die Blutcapillare wird an diesen Stellen von einem Ringe des Gallensystems umgeben; der Radius dieses Ringes ist aber nur einem halben Zellendurchmesser gleich. — Auch ist öfters der Ring excentrisch um das Blutgefäss gelagert, so dass die beiden Röhrchen einander berühren".

„Die betreffende Stelle in der Abhandlung von Andréjević lautet: „Es verlaufen jedoch nicht auf allen Kanten der Zellen Gallencanäle. An den Kanten, welche einem Blutgefässe unmittelbar anliegen, finden sich keine, indem jeder kleinste Gallengang ohne Ausnahme ringsum von Leberzellen eingeschlossen ist. Eben so habe ich niemals einen Gallengang gegen ein Capillargefäss verlaufen und an demselben blind endigen sehen. Zwischen den Kanten also, welche senkrecht auf die Wand eines Blutgefässes stossen, liegen auch keine Gallengänge. Hiermit hängt das charakteristische Aussehen zusammen, welches einerseits Schnitte zeigen, welche parallel mit der Oberfläche eines Lobulus geführt sind, andererseits solche, deren Schnittrichtung senkrecht dagegen gestellt ist. Wegen der länglichen Gestalt der Blutgefässmaschen sind in den Schnitten

ersterer Art bei weitem die meisten Blutgefässe quer durchschnitten, so dass sie als runde rothe Flecke erscheinen, welche von den zierlichen blauen Kränzen der Gallengänge umkreist werden. Bei den Schnitten dagegen, welche man senkrecht auf die Oberfläche des Läppchens gegen die *Vena intralobularis* hingeführt hat, sind die meisten Blutgefässe der Länge nach geschnitten. Man sieht sie hier wie parallele rothe Balken und zwischen ihnen die Leberzellen mit den polygonalen Maschen der blau injicirten Gallencanäle."

Weder hier, noch an irgend einer andern Stelle sagt Andréjević, dass der Abstand zwischen der Axe des Capillargefässes und den nächsten Gallencanälen einen ganzen Zellendurchmesser betrage. Man hat aber auch keine Veranlassung dies aus seinen Angaben zu schliessen. Man kann daraus nicht einmal schliessen, dass er einen halben betrage. Andréjević spricht nur davon, dass an bestimmten Kanten die Gallengänge fehlen. Die Länge der Kanten aber der polyëdrischen Leberzellen bemisst sich nur nach Bruchtheilen des Durchmessers derselben und beträgt im Allgemeinen weniger als die Hälfte. Es hängt das mit der grösseren Anzahl der Flächen zusammen, welche jede einzelne Zelle aufzuweisen hat. Die Aussagen von Andréjević sind so, wie er sie gemacht hat, vollkommen richtig. Der gegentheiligen Angabe von Dr. Mac-Gillavry, dass die Röhrchen (Blutcapillaren und Gallengänge) einander berühren, kann ich in keiner Weise beipflichten. Seine Figur 5 ist vollkommen naturgetreu, aber, wenn man sie genau betrachtet, wird man selbst hier noch den Eindruck gewinnen, dass, wo sich in der Zeichnung Blut- und Gallencapillaren berühren, dies nur in Folge der Perspective geschieht, dass sie in der Wirklichkeit in verschiedenen Ebenen lagen.

Da mein junger Freund Dr. Johann Andréjević durch einen frühzeitigen Tod dahingerafft ist und nicht mehr selbst für das richtige Verständniss seiner Arbeit Sorge tragen kann, so habe ich geglaubt mich derselben annehmen zu müssen.

XXVIII. SITZUNG VOM 15. DECEMBER 1864.

Der Secreter gibt Nachricht von dem am 23. November zu St. Petersburg erfolgten Ableben des auswärtigen Ehrenmitgliedes der Classe, Herrn Friedrich Georg Wilhelm Struve, gewesenen Directors der Sternwarte zu Pulkowa.

Über Einladung des Präsidenten geben sämmtliche Anwesende ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Herr Prof. H. Hlasiwetz übersendet zwei Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium zu Innsbruck, und zwar: „Über die Einwirkung des Oxaläthers auf den Harnstoff," von Herrn Grafen Grabowski, und „über das Catechu und Catechin," von Herrn Malin.

Herr Dr. C. Braun, Priester der Gesellschaft Jesu zu Pressburg, übermittelt eine Abhandlung, betitelt: „Das Passagen-Mikrometer, ein Apparat zur genaueren Bestimmung der Zeit von Meridiandurchgängen, der Rectascension von Himmelskörpern und der geographischen Länge".

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss übergibt die zweite Abtheilung seiner Abhandlung: „Zur Fauna des deutschen Oberoligocäns".

Herr Prof. Dr. J. Stefan legt eine Abhandlung: „Theorie der doppelten Brechung" vor.

Herr Dr. G. Tschermak überreicht die erste Abtheilung seiner, mit Unterstützung der Akademie angestellten chemisch-mineralogischen Studien, betitelt: „Die Feldspathgruppe".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie, Kais. Leopoldino-Carolinisch deutsche, der Naturforscher: Verhandlungen. XXXI. Bd. (Mit 15 Tafeln.) Dresden, 1864; 4°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1504. Altona, 1864; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LIX. No. 21—22 & Tables au Tome LVIII. Paris, 1864; 4°.

Cosmos. XIIIe Année, 25e Volume, 23e Livraison. Paris, 1864; 8°.

Gesellschaft, naturforschende, zu Freiburg i./Br.: Berichte über die Verhandlungen. Band III, Heft 2. Freiburg i./Br., 1864; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. XIV. Jahrg., No. 35. Wien, 1864; 4°.

Mondes. 2e Année., Tome VI, 15e Livraison. Paris, Tournai, Leipzig, 1864; 8°.

Moniteur scientifique. 191e Livraison. Tome VIe, Année 1864. Paris; 4°.

Reader. Nr. 102. Vol. IV. London, 1864; Folio.

Society, The Anthropological, of London: The Anthropological Review & Journal. No. 6 & 7. August & November 1864. London; 8°.

— The Royal Geographical: Proceedings. Vol. VIII, No. 6. London, 1864; 8°.

Wiener medizinische Wochenschrift. XIV. Jahrgang, Nr. 50. Wien, 1864; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XIV. Jahrgang, Nr. 3. Gratz, 1864; 4°.

Theorie der doppelten Brechung.

Von J. Stefan.

Die Hypothesen, auf welche die folgende Theorie gegründet ist, sind die nämlichen, von denen schon Fresnel in seiner Theorie der doppelten Strahlenbrechung ausgegangen ist, nur die Art ihrer Verwendung ist eine andere.

Das Licht fortpflanzende Medium, der Äther, wird betrachtet als ein System von Punkten, welche sich vor der Licht bildenden Erschütterung in Positionen eines stabilen Gleichgewichtes befinden. Dieses Gleichgewicht wird erhalten durch Kräfte, mit denen die einzelnen Punkte auf einander wirken. Diese Kräfte sind gerichtet nach den Verbindungslinien der wirkenden Punkte und lediglich abhängig von den Massen und den wechselseitigen Distanzen dieser Punkte.

Wird ein Punkt aus seiner Ruhelage wenig verschoben, so ist die Resultirende aller auf ihn wirkenden Kräfte nicht mehr Null, sondern sie besitzt des ursprünglichen Gleichgewichtes wegen eine Grösse und Richtung, vermöge welcher der verschobene Punkt seine Gleichgewichtslage wieder zu gewinnen strebt. Eine Folge des ursprünglichen Gleichgewichtes ist auch die annähernd giltige Proportionalität zwischen der Verschiebung und der durch sie geweckten Kraft. Die auf die Einheit der Verschiebung bezogene geweckte Kraft heisst die durch die Verschiebung geweckte Elasticität. Diese besitzt daher nicht nur eine Grösse, sondern auch eine Richtung und ist in beider Hinsicht abhängig von der Richtung der Verschiebung. Die durch eine Verschiebung geweckte Elasticität bestimmt die Componenten, in welche sich bei der Übertragung an die Nachbarpunkte die Verschiebung theilt, und die Geschwindigkeiten, mit welchen die Übertragung dieser Componenten geschieht.

Die erste Aufgabe der Theorie der doppelten Brechung ist demnach, die Gesetze der Elasticitätsvertheilung um einen Punkt herum estzustellen. Dies soll nun auf folgende Weise geschehen.

Verschiebt man einen Punkt des Systems aus seiner Ruhelage, so ist mit dieser Verschiebung eine Arbeitsleistung verbunden. Denkt man sich den Punkt nach allen möglichen Richtungen verschoben, und zwar nach jeder Richtung so weit, dass jede solche Verschiebung denselben Aufwand von Arbeit erfordert, so liegen alle Punkte des Raumes, bis zu denen man auf diese Weise vorgedrungen ist, in einer krummen Fläche. Diese soll Fläche gleicher Arbeit heissen.

Die bei einer Verschiebung zu leistende Arbeit wird verbraucht zur Überwindung der Kraft, welche durch die Verschiebung geweckt wird. Ist diese Kraft unabhängig von der Richtung der Verschiebung, so wird die Fläche gleicher Arbeit eine Kugelfläche sein. Bedeutet in diesem Falle σ die gemachte geradlinige Verschiebung, P die durch diese geweckte Elasticität, so ist $P\sigma$ die der Verschiebung widerstrebende Kraft. Diese wächst von Null an bis zu diesem Werthe, so wie die Verschiebung von Null an bis zum Werthe σ ansteigt. Die bei dieser Verschiebung zu leistende Arbeit ist daher durch den Flächeninhalt eines Dreieckes gegeben, dessen Basis σ, dessen Höhe $P\sigma$ ist. Nennt man die gethane Arbeit $\mathfrak{A}$, so ist

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} P\sigma^2$$

und bezeichnet man die auf drei rechtwinkelige Coordinatenaxen bezogenen Componenten von σ mit ξ, η, ζ, so ist

$$2\mathfrak{A} = P(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$$

die Gleichung der Kugel gleicher Arbeit.

Ist aber die durch eine Verschiebung geweckte Kraft abhängig von der Richtung der Verschiebung, so ist die Fläche gleicher Arbeit keine Kugelfläche mehr. Es führt eine einfache Betrachtung zu dem Resultate, dass in diesem Falle die krumme Fläche zweiter Ordnung sein müsse. Da wir nämlich die Kraft der Verschiebung proportional setzen, so können wir jede ihrer drei nach den Coordinatenaxen geschätzten Componenten X, Y, Z als lineare Function der Grössen ξ, η, ζ darstellen, etwa:

$$\begin{aligned} X &= a\xi + a'\eta + a''\zeta \\ Y &= b\xi + b'\eta + b''\zeta \\ Z &= c\xi + c'\eta + c''\zeta \end{aligned} \qquad (a)$$

Um die zur Ausführung der Verschiebung σ erforderliche Arbeit zu bestimmen, wollen wir zuerst diese Verschiebung als eine geradlinige betrachten. Die dabei zu leistende Arbeit wird nur zur Überwindung einer Componente der ganzen durch die Verschiebung geweckten Kraft aufgewendet, nämlich jener Componente, welche in die Richtung der Verschiebung fällt. Da σ mit den Coordinatenaxen Winkel bildet, deren Cosinus

$$\frac{\xi}{\sigma},\ \frac{\eta}{\sigma},\ \frac{\zeta}{\sigma}$$

sind, so ist jene Componente gegeben durch

$$X\frac{\xi}{\sigma}+Y\frac{\eta}{\sigma}+Z\frac{\zeta}{\sigma}.$$

Sie wächst während der Vornahme der Verschiebung von Null an bis zu diesem Endwerthe, so wie σ von Null an bis zu seinem Endwerthe zunimmt. Die gethane Arbeit ist daher

$$\left(X\frac{\xi}{\sigma}+Y\frac{\eta}{\sigma}+Z\frac{\zeta}{\sigma}\right)\frac{\sigma}{2}=\frac{1}{2}\left(X\xi+Y\eta+Z\zeta\right).$$

Setzt man darin für X, Y, Z die Werthe aus den Gleichungen (a), so folgt dafür

$$\frac{1}{2}a\xi^2+\frac{1}{2}b'\eta^2+\frac{1}{2}c''\zeta^2+\frac{b''+c'}{2}\eta\zeta+\frac{a''+c}{2}\xi\zeta+\frac{a'+b}{2}\xi\eta.$$

Diese Formel gibt die bei der Verschiebung σ von den Kräften des Systems gethane Arbeit, welcher die zur Bewerkstelligung dieser Verschiebung nothwendige der absoluten Grösse nach gleich, dem Zeichen nach aber entgegengesetzt ist. Bezeichnen wir sie mit $\mathfrak{A}$, so wird

$$\mathfrak{A}=-\left(\frac{1}{2}a\xi^2+\frac{1}{2}b'\eta^2+\frac{1}{2}c''\zeta^2+\frac{b''+c'}{2}\eta\zeta+\right.$$
$$\left.+\frac{a''+c}{2}\xi\zeta+\frac{a'+b}{2}\xi\eta\right). \qquad (b)$$

Die in dem vorausgesetzten Systeme materieller Punkte thätigen Kräfte sind nur abhängig von den Distanzen der wirkenden Punkte, es ist also auf dieselben das Princip der Erhaltung der lebendigen

Kraft anwendbar. In Folge dieses Principes bleibt also die Arbeit dieselbe, ob der betrachtete Punkt aus seiner Gleichgewichtslage auf geradem Wege in den Endpunkt von σ geschoben oder nach irgend einer krummen oder gebrochenen Linie in dieselbe gebracht wird.

Geben wir nun dem Punkte eine andere Verschiebung σ', die sich von σ nur dadurch unterscheidet, dass ihre Projection auf die Abscissenaxe die Projection von σ auf dieselbe Axe um die kleine Grösse $\Delta\xi$ überragt. Die Projectionen auf die beiden anderen Axen sollen für σ' und σ dieselben, nämlich η und ζ sein. Die zur Verschiebung nöthige Arbeit $\mathfrak{A}'$ ist nach der Formel *(b)* bestimmt durch

$$\mathfrak{A}' = -\Big[\frac{1}{2}a\left(\xi+\Delta\xi\right)^2 + \frac{1}{2}b'\eta^2 + \frac{1}{2}c''\zeta^2 + \\ + \frac{b''+c'}{2}\eta\zeta + \frac{a''+c}{2}\left(\xi+\Delta\xi\right)\zeta + \frac{a'+b}{2}\left(\xi+\Delta\xi\right)\eta\Big]$$

oder mit Vernachlässigung des $\Delta\xi^2$ enthaltenden Gliedes

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} - \left(a\xi + \frac{a'+b}{2}\eta + \frac{a''+c}{2}\zeta\right)\Delta\xi.$$

Dieselbe Arbeit $\mathfrak{A}'$ hätte auch aufgewendet werden müssen, wenn man den Punkt aus seiner Gleichgewichtslage zuerst in den Endpunkt von σ gebracht und aus diesem um das zur Abscissenaxe parallele Stück $\Delta\xi$ verschoben hätte, wornach man in den Endpunkt von σ' gelangt wäre.

Da während der sehr kleinen Verschiebung $\Delta\xi$ nur die Componente X zu überwinden ist und selbe für dieses sehr kleine Intervall als constant betrachtet werden kann, so ist die dabei zu leistende Arbeit $-X\Delta\xi$, die ganze bei dieser zweiten Art der Verschiebung zu leistende Arbeit, somit

$$\mathfrak{A} - X\Delta\xi$$

und da diese $\mathfrak{A}'$ gleich sein muss, so folgt aus der Vergleichung mit dem obigen Ausdrucke für diese Grösse

$$X = a\xi + \frac{a'+b}{2}\eta + \frac{a''+c}{2}\zeta$$

und wegen der ersten der Gleichungen (a)

$$\frac{a'+b}{2}=b,\ \frac{a''+c}{2}=c$$

oder

$$a'=b,\ a''=c.$$

Zu diesen zwei Gleichungen findet man noch eine dritte

$$b''=c',$$

wenn man dem Punkte eine Verschiebung σ'' oder σ''' ertheilt, welche sich von σ dadurch unterscheiden, dass die Projectionen der ersten auf die drei Coordinatenaxen

$$\xi,\ \eta+\Delta\eta,\ \zeta,$$

die der zweiten hingegen

$$\xi,\ \eta,\ \zeta+\Delta\zeta$$

sind, und dann auf ähnliche Weise die zu diesen Verschiebungen nöthigen Arbeiten bestimmt, wie in dem früheren Falle.

Nach Berücksichtigung dieser aus dem Principe der Erhaltung der lebendigen Kräfte folgenden Relationen erhält man statt der Gleichungen (a) die folgenden:

$$\begin{aligned} X&=a\xi+b\eta+c\zeta\\ Y&=b\xi+b'\eta+c'\zeta\\ Z&=c\xi+c'\eta+c''\zeta \end{aligned} \qquad (1)$$

und die Gleichung (b) geht über in

$$\mathfrak{A}=-\left(\frac{1}{2}a\xi^2+\frac{1}{2}b'\eta^2+\frac{1}{2}c''\zeta^2+c'\eta\zeta+c\xi\zeta+b\xi\eta\right). \qquad (2)$$

Werden die sechs von der Natur des Systems abhängigen Grössen a, b, c, b', c', c'' als bekannt vorausgesetzt, so kann man nach dieser Formel die zu jeder gegebenen Verschiebung σ erforderliche Arbeit berechnen. Betrachtet man aber $\mathfrak{A}$ als eine gegebene constante Grösse, so gibt die Gleichung (2) eine Bedingung, welcher die Projectionen ξ, η, ζ einer Verschiebung σ genügen müssen, damit

diese Verschiebung mit der gegebenen Arbeit bewerkstelligt werden kann, sie gibt den geometrischen Ort der Endpunkte aller jener Verschiebungen, welche mit dem Aufwande einer und derselben Arbeit 𝔄 ausgeführt werden können, sie ist die Gleichung der Fläche der gleichen Arbeit 𝔄. Diese Fläche ist somit eine Mittelpunktsfläche zweiter Ordnung. Ihr Mittelpunkt liegt in der Gleichgewichtslage des verschobenen Punktes. Sie kann nur eine geschlossene Fläche sein, weil wir nicht voraussetzen dürfen, dass es Richtungen gibt, nach denen Verschiebungen bis in's Unendliche mit dem Aufwande einer beliebig kleinen Arbeit bewerkstelligt werden können. Die Fläche gleicher Arbeit ist somit ein Ellipsoid, es soll das Ellipsoid der gleichen Arbeit heissen [1]).

---

1) Man kann zu diesem Resultate noch auf andere Weise gelangen. Sei V das Potential aller Massen des Systems auf den Punkt m, wobei der Begriff des Potentials übertragen ist auf Kräfte, die irgend welche Functionen der Distanzen der wirkenden Punkte sind. Sind x, y, z die Coordinaten des Punktes m, so sind die zu den Coordinatenaxen parallelen Componenten der auf m wirkenden Gesammtkraft gegeben durch

$$\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Ist die Lage des Punktes m eine Gleichgewichtslage, so sind diese drei Differentialquotienten von V der Null gleich.

Erfährt nun m eine Verschiebung σ, deren Projectionen auf die Coordinatenaxen ξ, η, ζ sind, so ändert sich das Potential V in V' und man kann nach der Taylor'schen Formel

$$V' = V + \frac{\partial V}{\partial x}\xi + \frac{\partial V}{\partial y}\eta + \frac{\partial V}{\partial z}\zeta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\xi^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\eta^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\zeta^2 + \\ + \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}\eta\zeta + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}\xi\zeta + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\xi\eta$$

schreiben. Wegen des vor der Verschiebung bestandenen Gleichgewichtes fallen die Glieder, welche ξ, η, ζ in erster Dimension enthalten, weg, und es bleibt

$$V' - V = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\xi^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\eta^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\zeta^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}\eta\zeta + \\ + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}\xi\zeta + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\xi\eta.$$

Diese Gleichung gibt den geometrischen Ort aller jener Punkte, in die m verschoben werden kann, damit das Potential des Systems auf m eine und dieselbe Änderung $V' - V$ erfahre, sie ist die Gleichung einer äquipotentialen oder Niveaufläche, welche dieselbe Bedeutung hat, wie die Fläche gleicher Arbeit, weil gleichen Änderungen des Potentials gleiche dazu aufzuwendende Arbeiten entsprechen.

Wir haben somit folgenden Satz:

I. Um jeden Punkt eines optischen Mediums lässt sich ein Ellipsoid construiren von der Beschaffenheit, dass eine Verschiebung dieses Punktes bis zu irgend einer Stelle der Oberfläche des Ellipsoides immer mit demselben Aufwande von Arbeit gemacht werden kann. Dieses Ellipsoid heisst das Ellipsoid der gleichen Arbeit.

Aus der Bedeutung dieses Ellipsoides als einer Fläche gleicher Arbeit folgt unmittelbar, dass jede Verschiebung in der Oberfläche des Ellipsoides ohne Aufwand, natürlich auch ohne Gewinn von Arbeit bewerkstelligt werden kann. Daraus folgt, dass auf den in die Oberfläche geschobenen Punkt keine tangentiale Kraft wirkt, somit haben wir die zwei Sätze:

II. Durch eine Verschiebung in der Richtung des Radius vectors des Ellipsoides wird eine Kraft geweckt, die mit der Normale des Ellipsoides gleiche Richtung hat.

III. Es gibt drei auf einander senkrechte Richtungen, nämlich die der Axen des Ellipsoides, für welche die Richtungen der Verschiebung und der durch diese geweckten Kraft zusammen fallen, sie heissen Elasticitätsaxen, die nach ihnen wirksamen Elasticitäten die Hauptelasticitäten.

Die Lage des Ellipsoides gleicher Arbeit, so wie die Grösse seiner Axen für eine und dieselbe Arbeit wird im Allgemeinen sich ändern von Punkt zu Punkt des Systems. Ist aber dieses ein homogenes, was wir weiterhin voraussetzen, befinden sich also alle Punkte unter gleichen Verhältnissen, so bleibt auch das Ellipsoid für alle Punkte gleich der Grösse und Orientirung nach. Die Axen desselben heissen dann Elasticitätsaxen des optischen Mediums.

Beziehen wir nun das Ellipsoid auf Coordinaten, die seinen Axen parallel laufen, so werden in der Gleichung (2) die ξ, η, ζ in Producten zu je zweien enthaltenden Glieder wegfallen, also die von der Lage der Coordinatenaxen abhängigen Grössen b, c, c' Null werden. Ersetzen wir die für das neue Axensystem geltenden Grössen a, b', c'' durch $-a^2$, $-b^2$, $-c^2$, so geht die Gleichung (2) über in

$$2\mathfrak{A} = a^2\xi^2 + b^2\eta^2 + c^2\zeta^2 \qquad (3)$$

und die Gleichungen (1) in

$$X = -a^2\xi,\ Y = -b^2\eta,\ Z = -c^2\zeta. \qquad (4)$$

Den absoluten Werth der auf die Einheit der Verschiebung reducirten Kraft nennen wir Elasticität. Die Componenten dieser sind daher

$$a^2\frac{\xi}{\sigma},\ b^2\frac{\eta}{\sigma},\ c^2\frac{\zeta}{\sigma}.$$

Bildet σ mit den Coordinatenaxen Winkel, deren Cosinus f, g, h sind, so ist

$$f = \frac{\xi}{\sigma},\ g = \frac{\eta}{\sigma},\ h = \frac{\zeta}{\sigma} \qquad (5)$$

und dann werden die drei Componenten der durch die Verschiebung σ geweckten Elasticität:

$$a^2f,\ b^2g,\ c^2h \qquad (6)$$

und diese Elasticität selber, welche wir die totale nennen und mit T bezeichnen wollen, wird bestimmt sein durch die Gleichung

$$T^2 = a^4f^2 + b^4g^2 + c^4h^2. \qquad (7)$$

Geschieht die Verschiebung parallel zu einer der Axen, so wird die totale Elasticität entweder a^2 oder b^2 oder c^2, je nachdem die Verschiebung in die Axe der x, y oder z fällt. Die drei Grössen a^2, b^2, c^2 bezeichnen also die Hauptelasticitäten des Mediums. Durch diese ist daher die durch jede beliebige Verschiebung geweckte Elasticität bestimmt.

Von besonderer Wichtigkeit für die Folge ist jene Componente der Totalelasticität, welche in die Richtung der Verschiebung fällt. Sie soll parallele Elasticität heissen und mit P bezeichnet werden. Man findet sie, wenn man T mit dem Cosinus des Winkels multiplicirt, den T mit σ bildet, oder wenn man jede der Componenten (6) auf die Richtung von σ projicirt und die drei Projectionen addirt. Es ist somit

$$P = a^2f^2 + b^2g^2 + c^2h^2 \qquad (8)$$

oder wegen der Gleichungen (5) und (3)

$$P = \frac{2\mathfrak{A}}{\sigma^2}.$$

σ ist ein Radius vector des für die Arbeit 𝔄 construirten Ellipsoides. Die durch die Verschiebung σ geweckte parallele Elasticität ist daher gleich der doppelten Arbeit, dividirt durch das Quadrat des Radius vectors, eine Beziehung, die sich auch unmittelbar aufstellen lässt, wenn man bemerkt, dass bei der Verschiebung nach der Richtuug des Radius vectors σ Arbeit nur zur Überwindung der in der Richtung von σ gelegenen Componente der geweckten Kraft aufgewendet werden muss.

Fällt die Verschiebung in eine der Axen des Ellipsoides, so sind totale und parallele Elasticität identisch, der Radius vector wird zu einer der Halbaxen des Ellipsoides.

Diese Resultate können wir in folgende drei Sätze zusammenfassen:

IV. Jede der drei Hauptelasticitäten ist gleich der doppelten Arbeit, für welche das Ellipsoid construirt ist, dividirt durch das Quadrat der zugehörigen Halbaxe des Ellipsoides.

V. Durch die Richtungen und Grössen der Hauptelasticitäten ist die durch jede beliebige Verschiebung geweckte Elasticität vollkommen bestimmt.

VI. Die durch eine Verschiebung geweckte parallele Elasticität ist gleich der doppelten Arbeit, für welche das Ellipsoid construirt ist, dividirt durch das Quadrat des mit der gemachten Verschiebung zusammenfallenden Radius vectors des Ellipsoides.

Durch diese sechs Sätze ist die erste Anfgabe der Theorie, die Gesetze, nach denen die Elasticität um einen Punkt herum vertheilt ist, festzustellen, gelöst. Die weitere Aufgabe besteht nun darin, aus der gegebenen Elasticitätsvertheilung die Gesetze der Polarisation und der Fortpflanzung des Lichtes abzuleiten. Es soll nach dem Vorgange Fresnel's mit der Betrachtung unendlicher Planwellen der Anfang gemacht werden.

Wir setzen also voraus, dass in jedem Punkte einer unendlichen durch das Medium gelegten Ebene zur selben Zeit eine und dieselbe Verschiebung existire. Die Fortpflanzung dieser Verschiebung kann dann nur in einer zur Wellenebene senkrechten Richtung stattfinden und die Geschwindigkeit derselben kann nur abhängen von der Richtung der Fortpflanzung und der Richtung der Verschiebung. Um

das Gesetz dieser Abhängigkeit zu finden, denken wir uns um die Gleichgewichtslage eines Punktes in der Wellenebene das Ellipsoid der gleichen Arbeit construirt, dieses wird von der Ebene selbst in einer Ellipse geschnitten. Die vorhandene Verschiebung bildet einen Radius vector des Ellipsoides und auch der Schnittellipse. Die totale, durch die Verschiebung geweckte Elasticität steht normal zum Ellipsoide in jenem Punkte, in welchem dieses vom Radius vector getroffen wird. Diese totale Elasticität zerlegen wir in zwei Componenten, eine, welche in die Wellenebene fällt und eine darauf senkrechte. Diese letztere soll die normale Elasticität heissen. Sie sucht Bewegungen in der zur Wellenebene senkrechten Richtung, also longitudinale Schwingungen hervorzurufen. Wir nehmen mit Fresnel an, dass solche Bewegungen im Äther nicht stattfinden können, oder, wenn sie vorhanden sind, kein Licht erzeugen und dasselbe auch nicht modificiren. Desshalb lassen wir die Wirkungen der Normalelasticität ausser Acht.

Die in die Wellenebene fallende Componente der Elasticität hat die Richtung der Normalen in jenem Punkte der Schnittellipse, in welchem diese von der Verschiebung getroffen wird, sie fällt also nur für zwei Richtungen der Verschiebung mit dieser zusammen. Diese Richtungen sind die der Axen der Schnittellipse. Hat die Verschiebung eine dieser beiden Richtungen, so wird sie auch während ihrer Fortpflanzung ihre Richtung behalten, da keine Kraft vorhanden ist, welche dieselbe zu ändern streben würde. Diese beiden Schwingungen sollen desshalb der Erhaltung fähige, stabile heissen.

Wir nehmen nun mit Fresnel an, dass analog dem Gesetze, welches für die Fortpflanzung anderer schwingender Bewegungen gilt, die Geschwindigkeit, mit welcher sich eine solche Schwingung von stabiler Richtung im Medium fortpflanzt, gleich sei der Quadratwurzel aus dem Quotienten der den Schwingungen parallelen Elasticität und der Dichte des Mediums. Aus dem sechsten Satze folgt aber, dass in diesem Falle die parallele Elasticität gleich ist der doppelten Arbeit, für welche das Ellipsoid construirt ist, dividirt durch das Quadrat jener Halbaxe der Schnittellipse, in welche die vorhandene Schwingung fällt. Die Schwingungen von den zwei stabilen Richtungen pflanzen sich daher mit ungleichen Geschwindigkeiten fort, die Geschwindigkeit für jede derselben

ist der Halbaxe der Ellipse, in deren Richtung sie fällt, verkehrt proportional.

Aus der Natur der Ellipse ist zugleich unmittelbar ersichtlich, dass für die zwei stabilen Schwingungsrichtungen in der Wellenebene die parallele Elasticität ihren grössten und kleinsten Werth hat, den grössten in der Richtung der kleinen, den kleinsten in der Richtung der grossen Axe der Ellipse.

Hat aber die Verschiebung in der Wellenebene eine andere Richtung, der die Eigenschaft der Stabilität nicht zukommt, so theilt sie sich in zwei der Erhaltung fähige Componenten und da diese mit ungleichen Geschwindigkeiten fortgepflanzt werden, so theilt sich die Welle in zwei Wellen, die gegen einander senkrecht gerichtete Schwingungen enthalten, deren zugeordnete Strahlen also senkrecht gegen einander polarisirt sind.

Es gibt aber zwei Lagen für die Wellenebene, für welche jede in ihr enthaltene Schwingung eine stabile ist. Es sind dies jene Lagen, in welchen die Wellenebene das Ellipsoid der gleichen Arbeit in Kreisen schneidet. Im Kreise ist der Radius vector immer auch Normale, in diesem Falle ist in der Wellenebene keine andere Componente der Elasticität vorhanden, als die der Verschiebung parallele, und diese hat für alle Verschiebungsrichtungen in dieser Ebene einen und denselben Werth. Eine so gelegene Planwelle pflanzt sich daher in dem Medium ohne Theilung fort, die Richtungen dieser einfachen Fortpflanzung heissen *optische Axen* des Mediums.

Die Ebenen, welche das Ellipsoid in Kreisen schneiden, gehen durch die mittlere Axe des Ellipsoides, ihre Normalen, die optischen Axen liegen daher in der Ebene der grössten und kleinsten Axe des Ellipsoides, also in der Ebene der kleinsten und grössten Hauptelasticität des Mediums. Ihre Lage gegen die Axen der beiden letzteren Elasticitäten ist leicht zu bestimmen. Der diese beiden Axen enthaltende Schnitt ist eine Ellipse. Jene zwei Durchmesser dieser Ellipse, welche gleich der mittleren Axe des Ellipsoides sind, geben die Tracen der Ebenen, welche das Ellipsoid in Kreisen schneiden. Die zu diesen Durchmessern senkrechten geben die Richtungen der optischen Axen. Der eine Winkel zwischen diesen wird von der Axe der kleinsten, der andere Winkel von der Axe der grössten Elasticität halbirt.

Diese Ergebnisse mögen in folgenden vier Sätzen zusammengefasst werden:

VII. Für jede Wellenebene gibt es zwei auf einander senkrecht stehende Richtungen, für welche keine seitliche in die Wellenebene fallende Componente der Elasticität vorhanden ist. Es sind dies die Richtungen der Axen jener Ellipse, in welcher die Wellenebene das Ellipsoid gleicher Arbeit schneidet. Schwingungen von diesen beiden Richtungen erhalten sich während der Fortpflanzung, sie heissen desshalb stabile.

VIII. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Planwelle mit Schwingungen von stabiler Richtung ist der Quadratwurzel aus der zu den Schwingungen parallelen Elasticität direct, somit der zugehörigen Axe der Ellipse, in der sie das Ellipsoid gleicher Arbeit schneidet, verkehrt proportional.

IX. Jede Planwelle, welche Schwingungen von einer nicht stabilen Richtung enthält, theilt sich in zwei, von denen eine die zur ersten, die andere die zur zweiten stabilen Richtung parallelen Componenten der Schwingungen aufnimmt. Beide Wellen pflanzen sich fort mit Geschwindigkeiten, die zu diesen Schwingungsrichtungen gehören.

X. Es gibt zwei Lagen für eine Planwelle, in welcher jede in ihr enthaltene Schwingungsrichtung eine stabile ist. Es sind dies jene Lagen, in welchen die Wellenebene das Ellipsoid gleicher Arbeit in Kreisen schneidet. Es gibt also zwei Richtungen, nach denen eine Planwelle mit beliebigen Schwingungen sich ohne Theilung fortpflanzt, sie heissen optische Axen und liegen in der Ebene der grössten und kleinsten Axe des Ellipsoides, ihre Winkel werden von diesen zwei Axen halbirt.

An diese für den allgemeinen Fall, dass die drei Axen des Ellipsoides gleicher Arbeit sämmtlich verschieden sind, geführten Betrachtungen, lässt sich nun noch die Behandlung der zwei speciellen Fälle anknüpfen, in welchen entweder zwei oder alle drei

Axen gleich werden. Sind zwei der Axen gleich, was durch einen symmetrischen Bau des Mediums um die dritte Axe bedingt wird, so schneidet nur mehr eine zu dieser Axe senkrechte Ebene das Ellipsoid in einem Kreise, diese ist daher auch die einzige optische Axe des Mediums. Dem Radius dieses Kreisschnittes ist aber eine Axe jeder vorkommenden Schnittellipse gleich, nämlich die zur optischen Axe senkrechte, die solche Schwingungen enthaltende Welle pflanzt sich daher nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit fort, es gibt in einem einaxigen Medium eine ordentliche Welle, während es eine solche in einem zweiaxigen Medium nicht gibt.

Ist endlich das Medium symmetrisch nach allen Richtungen, so geht das Ellipsoid in eine Kugelfläche gleicher Arbeit über, jede beliebige Richtung ist eine optische Axe, das Medium ist ein einfach brechendes.

Das Ellipsoid, aus dem sich die Grundgesetze der Doppelbrechung mit solcher Leichtigkeit ergeben, tritt nicht hier zum ersten Male auf. Es ist schon von Cauchy unter dem Namen des Polarisationsellipsoides in die Lichttheorie eingeführt, von Plücker und Anderen, zuletzt von v. Lang zur Ableitung der Gesetze der Doppelbrechung benützt worden. Doch ist die Benützung des Polarisationsellipsoides wesentlich anderer Art, als die des Ellipsoides gleicher Arbeit. Ersteres diente nur als geometrisches Hilfsmittel, durch welches die Gesetze der Doppelbrechung dargestellt werden können, das Ellipsoid der gleichen Arbeit dient aber zur Erklärung dieser Gesetze, zu ihrer Begründung durch mechanische Principien. Eben desshalb habe ich ihm den eigenen Namen gegeben, weil dieser Name seine Eigenschaften in einer Weise bezeichnet, dass die Gesetze der Doppelbrechung als unmittelbare Folgerungen daraus sich ergeben. Dass das Festhalten der mechanischen Bedeutung dieses Ellipsoides auch noch für die Entwickelung des weiteren Details der Theorie von grossem Vortheile ist, wird vielleicht die nachfolgende Ableitung einiger wichtiger Formeln darthun.

Wie die Lage der optischen Axen gegen die Elasticitätsaxen aus den Werthen der Hauptelasticitäten ermittelt werden kann, ist schon oben angegeben worden, ich halte es für überflüssig, die

entsprechenden Formelm aufzuschreiben. Ich will daher gleich übergehen zur Ableitung jener wichtigen Gleichung, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle in ihrer Abhängigkeit von der Fortpflanzungsrichtung gibt. Die Auffindung der letzteren Abhängigkeit ist eigentlich nur die Lösung einer geometrischen Aufgabe, nämlich der Aufgabe, die Axen der Ellipse, in welcher eine Ebene ein Ellipsoid central schneidet, darzustellen durch die Axen des Ellipsoides und die Richtungscosinus der Normale zur schneidenden Ebene. Ich will jedoch nicht auf eine fertige Lösung dieser geometrischen Aufgabe mich berufen, sondern die mechanische direct behandeln.

Die Richtung der Schwingungen in einer Planwelle sei gegeben durch die Cosinus f, g, h wie oben, die Richtung der Normale zu dieser Planwelle durch die Cosinus l, m, n. Die durch σ geweckte Elasticität zerlegen wir in die normale und parallele und in eine zu letzterer senkrechte, in die Wellenebene fallende laterale Componente. Die normale heisse N, sie gibt parallel zu den Axen die Componenten Nl, Nm, Nn. Die parallele Componente ist P und kann nach dem obigen, wenn sie einer stabilen Richtung zugehört, ersetzt werden durch das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v multiplicirt mit der Dichte. Nehmen wir letztere als Einheit, so sind die zu den Coordinatenaxen parallelen Componenten von P: $v^2 f$, $v^2 g$, $v^2 h$. Hat aber σ eine stabile Richtung, so gibt es keine laterale Componente, folglich sind die Componenten der Totalelasticität parallel den Axen nämlich $a^2 f$, $b^2 g$, $c^2 h$ gegeben durch die Gleichung

$$a^2 f = v^2 f + Nl$$
$$b^2 g = v^2 g + Nm$$
$$c^2 h = v^2 h + Nn.$$

Daraus folgen für f, g, h die Werthe

$$f = \frac{Nl}{a^2 - v^2}, \quad g = \frac{Nm}{b^2 - v^2}, \quad h = \frac{Nn}{c^2 - v^2} \tag{9}$$

multiplicirt man diese drei Gleichungen mit l, m, n und addirt sie, dividirt dann die Summe durch N, so bleibt

$$\frac{l^2}{a^2 - v^2} + \frac{m^2}{b^2 - v^2} + \frac{n^2}{c^2 - v^2} = o \tag{10}$$

und dies ist die gesuchte Relation.

Pflanzt sich das Licht in einem Medium von einem Punkte aus nach allen möglichen Richtungen fort, so heisst der geometrische Ort aller jener Punkte, bis zu welchen ein bestimmter Bewegungszustand in einer gegebenen Zeit übertragen worden ist, die Wellenfläche, wohl auch die Elementarwellenfläche des Mediums.

Die Radien vectoren dieser Wellenfläche sind die Strahlen. Man gewinnt die Gleichung dieser Fläche dadurch, dass man diese als die Umhüllungsfläche aller möglichen vom Ursprunge der Bewegung ausgegangenen Planwellen betrachtet. Nimmt man die Zeit, durch welche die Bewegung sich fortgepflanzt hat zur Einheit, so ist die Gleichung einer solchen Planwelle, unter x. y, z die laufenden Coordinaten verstanden

$$lx + my + nz = v \tag{11}$$

l, m, n bedeuten die Richtungscosinus der Normale zur Planwelle, v die entsprechende durch die Gleichung (10) bestimmte Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Die Gleichungen zweier benachbarter Planwellen sind dann, wenn l und m als die independenten Variablen betrachtet werden,

$$x + z\frac{dn}{dl} = \frac{dv}{dl} + \frac{dv}{dn}\cdot\frac{dn}{dl}$$

$$y + z\frac{dn}{dm} = \frac{dv}{dm} + \frac{dv}{dn}\cdot\frac{dn}{dm}.$$

Aus der Gleichung

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

folgen

$$\frac{dn}{dl} = -\frac{n}{l},\ \frac{dn}{dm} = -\frac{m}{n},$$

so dass man folgende drei Gleichungen aufsetzen kann:

$$x - \frac{dv}{dl} = \frac{l}{n}\left(z - \frac{dv}{dn}\right)$$

$$y - \frac{dv}{dm} = \frac{m}{n}\left(z - \frac{dv}{dn}\right) \tag{12}$$

$$z - \frac{dv}{dn} = \frac{n}{n}\left(z - \frac{dv}{dn}\right).$$

Aus der Gleichung (10) erhält man

$$\frac{dv}{dl} = -\frac{N^2}{v} \cdot \frac{l}{a^2 - v^2}$$

$$\frac{dv}{dm} = -\frac{N^2}{v} \cdot \frac{m}{b^2 - v^2} \qquad (13)$$

$$\frac{dv}{dn} = -\frac{N^2}{v} \cdot \frac{n}{c^2 - v^2}$$

worin N wie oben die Normalelasticität bedeutet und $\frac{1}{N^2}$ für

$$\frac{l^2}{(a^2 - v^2)^2} + \frac{m^2}{(b^2 - v^2)^2} + \frac{n^2}{(c^2 - v^2)^2}$$

gesetzt ist, welcher Werth für das reciproke Quadrat der Normalelasticität durch Quadrirung und Summirung der Gleichungen (9) gewonnen wird.

Multiplicirt man die Gleichungen (13) nach der Reihe mit l, m, n und addirt sie, so hat man wegen (10)

$$l \frac{dv}{dl} + m \frac{dv}{dm} + n \frac{dv}{dn} = o$$

und mit Hilfe dieser Gleichung geben die Werthe von x, y, z in (12), wenn sie mit l, m, n multiplicirt und dann addirt werden

$$lx + my + nz = v = \frac{1}{n}\left(z - \frac{dv}{dn}\right)$$

somit kann man statt der Gleichungen (12) die folgenden schreiben

$$x = lv + \frac{dv}{dl} = lv - \frac{N^2 l}{v(a^2 - v^2)} = lv - \frac{Nf}{v}$$

$$y = mv + \frac{dv}{dm} = mv - \frac{N^2 m}{v(b^2 - v^2)} = mv - \frac{Ng}{v} \qquad (14)$$

$$z = nv + \frac{dv}{dn} = nv - \frac{N^2 n}{v(c^2 - v^2)} = nv - \frac{Nh}{v}$$

worin die in der letzten Columne stehenden Werthe mit Hilfe der Gleichungen (9) gewonnen sind.

Multiplicirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit a^2f, b^2g, c^2h und addirt sie, so hat man

$$a^2fx + b^2gy + c^2hz = Nv - \frac{N}{v} \cdot v^2 = o \tag{15}$$

weil

$$N = a^2fl + b^2gm + c^2hn$$
$$v^2 = a^2f^2 + b^2g^2 + c^2h^2$$

ist. a^2f, b^2g, c^2h sind proportional den Winkelcosinus der Totalelasticität, x, y, z proportional den Winkelcosinus des Radius vectors, somit besagt die obige Gleichung: Der Radius vector der Wellenfläche steht senkrecht auf der Richtung der Totalelasticität, welche durch die Schwingungen geweckt wird, die sich längs des Radius vectors fortpflanzen.

Ferner folgt noch aus den Gleichungen (14), dass der Radius vector mit der Totalelasticität und der Schwingung in einer Ebene liegt. Seien f_1 g_1 h_1 die Richtungscosinus dieser Schwingung, f_2, g_2, h_2 die Richtungscosinus für die zweite stabile zur ersten senkrechte Schwingung, x_1, y_1, z_1, v_1, N_1 die der ersten, x_2, y_2, z_2, v_2, N_2 die der zweiten Richtung entsprechenden Werthe von x, y, z, v, N. Die Gleichungen (14) gelten dann, ob man diese darin vorkommenden Grössen mit dem Index 1 oder 2 versieht. Versieht man sie mit dem Index 1, multiplicirt sie der Reihe nach mit f_2, g_2, h_2, so folgt

$$x_1f_2 + y_1g_2 + z_1h_2 = v_1(lf_2 + mg_2 + nh_2) -$$
$$- \frac{N_1}{v_1}(f_1f_2 + g_1g_2 + h_1h_2) = o$$

womit der ausgesprochene Satz bewiesen ist.

Die Gleichungen (14) liefern auch noch den Werth des Radius vectors r, sie geben

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = v^2 + \frac{N^2}{v^2}$$

woraus man

$$\frac{N^2}{v} = (r^2 - v^2)v$$

erhält. Substituirt man diesen Werth von $\frac{N^2}{v}$ in die Gleichungen (14), so wird die erste

$$x = lv - \frac{lv(r^2 - v^2)}{a^2 - v^2} = lv\frac{a^2 - r^2}{a^2 - v^2} = \frac{fv}{N}(a^2 - r^2) \qquad (16)$$

und ähnlich verwandelt sich die zweite und dritte. Man kann also statt der Gleichungen (14) folgende setzen:

$$\frac{x}{a^2 - r^2} = \frac{v}{N}\cdot f,\ \frac{y}{b^2 - r^2} = \frac{v}{N}\cdot g,\ \frac{z}{c^2 - r^2} = \frac{v}{N}\cdot h.$$

Multiplicirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit a^2x, b^2y, c^2z und summirt sie, so erhält man wegen (15)

$$\frac{a^2x^2}{a^2 - r^2} + \frac{b^2y^2}{b^2 - r^2} + \frac{c^2z^2}{c^2 - r^2} = o \qquad (17)$$

die Gleichung der Wellenfläche.

Man kann die Gleichung dieser Fläche noch in einer anderen Form erhalten, wenn man aus (16)

$$\frac{x(a^2 - v^2)}{a^2 - r^2} = lv$$

und dem entsprechend auch die zwei folgenden Ausdrücke

$$\frac{y(b^2 - v^2)}{b^2 - r^2} = mv,\ \frac{z(c^2 - v^2)}{c^2 - r^2} = nv$$

nimmt, sie der Reihe nach mit x, y, z multiplicirt und dann summirt. Mit Rücksicht auf die Gleichung (11) und die früher gewonnene Gleichung der Wellenfläche (17) reducirt sich die Summe auf

$$\frac{x^2}{a^2 - r^2} + \frac{y^2}{b^2 - r^2} + \frac{z^2}{c^2 - r^2} + 1 = o$$

und dies ist die zweite Form der Gleichung der Wellenfläche.

Bemerkenswerth ist das in den vorhergehenden Entwicklungen zum Vorschein gekommene Resultat, dass die Normalelasticität, welche bei der Fortpflanzung von Planwellen gar keine Rolle spielt, bei der Fortpflanzung von Elementarwellen eine Bedeutung gewinnt, indem die Fortpflanzungsrichtung der Schwingungen von bestimmter Lage durch die Richtung der Totalelasticität, die sie wecken,

bestimmt ist. Die Geschwindigkeit mit der die Schwingung in dieser Richtung fortgepflanzt wird ist r, und zwar wurde gefunden

$$r^2 = v^2 + \frac{N^2}{v^2}.$$

Nun ist v^2 die der Schwingungsrichtung parallele Componente der Elasticität, bezeichnet man mit φ den spitzen Winkel, den sie mit der Richtung der Totalelasticität T bildet, so ist

$$v^2 = T\cos\varphi,\ N = T\sin\varphi$$

somit

$$r^2 = \frac{T}{\cos\varphi}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit längs des Radius vectors ist somit gleich der Quadratwurzel aus dem Quotienten der Totalelasticität und dem Cosinus des Winkels, den die Schwingungsrichtung mit der Richtung der Totalelasticität bildet. Dieses Resultat ist auffallend, in so ferne die die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bestimmende Elasticität grösser ist als die überhaupt entwickelte, wenn nämlich an dem Satze, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus einer Elasticität gleich sei, festgehalten wird auch für den Fall einer freien Fortpflanzung nach allen Seiten.

Nimmt man den Satz, dass der Strahl auf der Richtung der Totalelasticität senkrecht steht und mit dieser und der Schwingungsrichtung also auch mit der Wellennormale in einer Ebene liegt, als gegeben an, so kann man die obigen Gleichungen für x, y, z und r^2 somit auch die Gleichung der Wellenfläche daraus unmittelbar gewinnen.

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium zu Innsbruck.

---

1. Über die Einwirkung des Oxaläthers auf den Harnstoff.

(Zur Synthese der Parabansäure.)

Vom dem w. M. Prof. H. Hlasiwetz.

Nach den ausgezeichneten Untersuchungen Strecker's „über die Beziehungen zwischen Guanin, Xanthin, Caffeïn und Kreatinin" [1]) und Baeyer's „über die Harnsäuregruppe [2])", hat man Grund, die Parabansäure als Carbonyloxamid oder Oxalylcarbamid $\left.\begin{matrix} C_2O_2 \\ CO \\ H_2 \end{matrix}\right\} N_2$ zu betrachten, und diese Auffassung müsste, scheint es, leicht einen synthetischen Beweis zulassen.

Ist der Harnstoff wirklich, wie vielfach behauptet wird, und wie auch Baeyer annimmt $\left.\begin{matrix} CO \\ H_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\} N_2$, so wäre in ihm eine Substitution von H_2 durch das Radical der Oxalsäure nach dem Schema wahrscheinlich:

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} CO \\ H_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\} N_2}_{\text{Harnstoff.}} + \underbrace{\left.\begin{matrix} C_2O_2 \\ 2C_2H_5 \end{matrix}\right\} O_2}_{\text{Oxaläther.}} = \underbrace{\left.\begin{matrix} CO \\ C_2O_2 \\ H_2 \end{matrix}\right\} N_2}_{\text{Parabansäure.}} + \underbrace{2\left(\left.\begin{matrix} C_2H_5 \\ H \end{matrix}\right\} O\right)}_{\text{Alkohol.}}$$

Es schien nicht ohne Interesse, diese Annahme durch den Versuch zu prüfen, und Herr Graf A. Grabowski hat denselben auf meine Veranlassung mit folgendem Resultate ausgeführt.

---

1) Annal. d. Chemie 118, S. 151.

2) Annal. d. Chemie 127, S. 1 und 109. Bd 130. S. 129

Harnstoff und Oxaläther wurden in den Mengenverhältnissen, wie sie das Schema verlangt, in Glasröhren eingeschmolzen und auf 125° erhitzt.

Nach einer Stunde waren die Harnstoffkrystalle aufgelöst und die Röhre enthielt zwei flüssige Schichten, deren untere beim Erkalten wieder zu Krystallen erstarrte.

Beim Aufbrechen der Röhre entwich etwas Gas, das schwach nach Blausäure roch; die obere Schichte liess auf Zusatz von Wasser noch viel unzersetzten Oxaläther fallen. Die Röhre wurde darum nochmals zugeschmolzen und ihr mehrere Stunden hindurch 135—140° gegeben.

Ihr Inhalt bestand nun aus einer festen, bräunlich gefärbten Substanz, und einer lichtgelben, mit Wasser mischbaren Flüssigkeit, die beim Destilliren etwas Alkohol gab und aus der beim Erkalten gelblich gefärbte Krystalle anschossen. In dem gasförmigen Theil fand sich auch Kohlensäure.

Die ausgeschiedene feste Substanz erwies sich als etwas gefärbtes Oxamid. Sie gab mit Schwefelsäure erhitzt Kohlenoxydgas, mit Kali gekocht, Ammoniak und Oxalsäure, und enthielt im Mittel von zwei Bestimmungen 31·6 Pct. Stickstoff. (Die Rechnung verlangt 31·8 Pct.)

Die erhaltenen Krystalle (in deren Mutterlaugen sich etwas oxalsaures Ammoniak fand), wurden mit Thierkohle entfärbt und mehrmals umkrystallisirt.

Sie waren nadelförmig, in kaltem Wasser schwer, in heissem vollständig löslich, kaum löslich in kaltem, völlig in siedendem Alkohol.

Sie reagirten neutral, und ihre Lösung wurde von Metallsalzen nicht gefällt. Mit Kalilauge in einem Destillirapparat gekocht, entwickelte sich Ammoniak, und das Destillat mit Pottasche entwässert, gab bei nochmaliger Destillation Alkohol.

In einem Rohr erhitzt sublimirte der Körper weiss und wollig an. Auf Platinblech geschmolzen, entwich ein mit röthlichblauer Flamme brennender Dampf.

Die Analyse gab im Mittel dreier Bestimmungen C 36·4; H 6·4; N 21·4, und führt zur Formel des allophansauren Äthyls $C_4H_8N_2O_3$ (berechnet C 36·3; H 6·0; N 21·2); womit auch die Eigenschaften und das Verhalten des Körpers völlig übereinstimmen.

Die Reaction zwischen Harnstoff und Oxaläther findet daher ihren Ausdruck in der Gleichung:

$$\underbrace{2\mathrm{CH_4N_2O}}_{\text{Harnstoff.}} + \underbrace{\mathrm{C_6H_{10}O_4}}_{\text{Oxaläther.}} = \underbrace{\mathrm{C_2H_4N_2O_2}}_{\text{Oxamid.}} + \underbrace{\mathrm{C_4H_8N_2O_3}}_{\text{Allophans. Äthyl.}} + \underbrace{\mathrm{C_2H_6O}}_{\text{Alkohol.}}$$

und es wäre demnach zu versuchen, ob sich nicht die alte Gerhardt'sche Formel $(\mathrm{C_2O_2CN.H})\left.\begin{matrix}\mathrm{N}\\ \mathrm{H}\end{matrix}\right\}\mathrm{O}$, nach welcher die Parabansäure Cyanoxaminsäure wäre, leichter durch eine Synthese verificiren liesse.

2. Über das Catechu und das Catechin.

Von dem w. M. Prof. H. Hlasiwetz.

Rohes Catechu sowohl, wie auch das daraus dargestellte Catechin liefert, wenn man es in dem Verhältnisse von 1 : 3 mit Kalihydrat schmilzt, Protocatechusäure und Phloroglucin.

Herr J. Malin, welcher den Versuch ausgeführt hat, trennte die beiden Zersetzungsproducte nach dem Verfahren, welches beim Maclurin befolgt wurde. (Annal. d. Ch. 127, S. 353). Die Analyse derselben gab:

$C_7H_6O_4$ Protocatechusäure	gefunden	$C_6H_6O_3$ Phloroglucin	gefunden.
C 54·5	54·2	C 57·1	56·7
H 3·9	3·9	H 4·8	4·9.

(Die Präparate waren bei 100° getrocknet.

Die Protocatechusäure hatte dabei 10·8 Pct., das Phloroglucin 22·4 Pct. Wasser verloren. Die Rechnung verlangt für das erstere 10·5, für das zweite 22·3 Pct.)

Kraut und van Delden, denen man die letzte Untersuchung über das Catechin verdankt (Annal. d. Ch. 128, S. 285), fanden die Protocatechusäure gleichfalls, nicht aber auch das Phloroglucin.

Sie stellen nach zahlreichen neuen Analysen die Formel $C_{24}H_{12}O_{10}$ für das Catechin auf, und sagen am Schlusse ihrer Abhandlung:

„Das Catechin enthält den Atomencomplex des Brenzcatechins zweimal, oder, wie uns wahrscheinlich dünkt, den Atomencomplex des Brenzcatechins neben dem der Pyrogallussäure."

Hat nun auch das Phloroglucin dieselbe empirische Formel wie die Pyrogallussäure, so erklärt die Kraut und van Delden'sche Catechinformel doch nicht ungezwungen genug den, wie es scheint, sehr einfachen Zersetzungsvorgang.

Ausser einigen Bleisalzen sind Verbindungen des Catechins, die seiner Formel zur Controle dienen könnten, nicht bekannt, und so ist es wohl nicht unzulässig, auf Grund der vorhandenen Analysen eine neue vorzuschlagen, die wenigstens mit dem Zerfallen desselben im Einklang steht.

Der letztern Anforderung entspricht sehr gut die Formel $C_{38}H_{18}O_{16}$.

Das Schmelzen mit Kali, welches unter einer Entwicklung von Wasserstoff verlauft, und also ein Oxydationsvorgang ist, würde dann die Spaltung bewirken:

$$\underbrace{C_{38}H_{18}O_{16}}_{\text{Catechin.}} + 4\,O = \underbrace{C_{14}H_{6}O_{8}}_{\text{Protocatechusäure.}} + \underbrace{2(C_{12}H_{6}O_{6})}_{\text{Phloroglucin.}}$$

Die folgende Zusammenstellung lässt die Rechnung mit den Versuchen vergleichen.

$C_{38}H_{18}O_{16}$	Zwenger	Svauberg	Kraut und van Delden			Neubauer	
C — 61·3	61·36	61·66	61·05	61·10	60·80	61·18	61·33
H — 4·8	4·83	4·72	4·91	5·18	5·00	5·10	5·04

$C_{38}H_{18}O_{16} + HO$	Kraut und van Delden	
C — 59·9	60·00	60·53
H — 4·9	5·13	5·08

$C_{38}H_{18}O_{16} + 2HO$	Zwenger
C — 58·5	58·64
H — 5·1	5·06

$C_{38}H_{18}O_{16} + 3HO$	Hagen
C — 57·1	56·8
H — 5·2	5·2

$C_{38}H_{18}O_{16} + 5HO$	Delffs
C — 55·4	54·2
H — 5·4	5·4

$C_{38}H_{18}O_{16} + 6HO$	Kraut und van Delden	
C — 53·3	53·11	53·48
H — 5·6	5·84	5·65

$C_{38}H_{18}O_{16} + 7HO$	Neubauer	Kraut u. v. Delden[1]
C — 52·4	52·62	52·51
H — 5·7	6·09	5·99.

[1] Mittel zahlreicher Analysen.

Die höchsten für das Catechin von Neubauer, Svanberg und Zwenger gefundenen Zahlen lassen sich mit der Formel $C_{38}H_{18}O_{16}$ — HO vereinigen.

$C_{38}H_{17}O_{15}$		Neubauer		Swauberg	Zwenger
C — 62·5	—	62·54 —	62·44 —	62·53 —	62·38
H — 4·7	—	5·17 —	5·16 —	4·72 —	4·78.

Sie beziehen sich auf, bei 100° anhaltend getrocknete Substanzen, wozu Neubauer bemerkt (Annal. d. Ch. 96. 348): „Setzt man die Catechusäure über diesen Punkt hinaus (d. h. länger als hinreichend ist, dass die lufttrockene Substanz bei 100° eben keinen Gewichtsverlust mehr erfährt) einer Temperatur von 100° aus, so beginnt nach und nach Zersetzung. Die Masse wird gelb, zuletzt bräunlich, und damit steigt auch der Gewichtsverlust".

Der Gewichtsverlust, den lufttrockenes Catechin erleidet, ist von Neubauer, Kraut und v. Delden je nach der Dauer des Trocknens zu 14·5 bis 16 Ptc. gefunden worden.

Die Rechnung verlangt, wenn aus $C_{38}H_{18}O_{16}$ + 4HO die Substanz $C_{38}H_{17}O_{15}$ wird, 14·2 Pct.

An dieses wasserärmere Product schliesst sich, seiner Zusammensetzung nach, das Catechuretin an, welches man als $C_{38}H_{18}O_{16}$ — 4HO betrachten kann.

$C_{38}H_{14}O_{12}$		Kraut und v. Delden
C — 67·2	—	67·15
H — 4·1	—	4·64.

Das Bromcatechuretin wäre dann $C_{38}H_8Br_6O_{12}$ (gefundener Bromgehalt 60·3 Pct.; berechneter 59·1 Pct.).

Der Niederschlag, den Bleiessig in Catechinlösung hervorbringt und den Hagen untersucht hat, scheint zu sein:

$C_{38}H_{16}Pb_2O_{16} + {}_4PbO,HO$.				Hagen
C	— 21·5		—	22·0
H	— 1·8		—	1·8
PbO	— 62·9		—	62·1.

Neubauer hat den Niederschlag analysirt, der durch neutrales essigsaures Bleioxyd in Catechinlösung entsteht. Er sagt übrigens von demselben:

„Die Verbindung ist so wenig beständig, dass es nicht gelingt, dieselbe weiss zu erhalten. Nach dem Trocknen hatte sie eine braune Farbe, und es ist daher der Kohlenstoffgehalt der Analysen zu hoch ausgefallen" (Annal. 96, S. 350).

Die nächste, wenn auch mit den gefundenen Zahlen schlecht stimmende Formel dafür wäre $C_{28}H_{16}Pb_2O_{16} + {}_2PbO,HO$

	berechnet		gefunden
C	27·8	—	26·3
H	2·2	—	1·9
PbO	54·1	—	57·4.

Wahrscheinlich war ihr etwas von der basischeren Verbindung Hagen's beigemischt.

Kraut und v. Delden drücken, weil ihrer Formulirung nach das Catechuretin und die Piperinsäure Strecker's isomer erscheinen, die Vermuthung aus, die beiden Körper möchten eine ähnliche Constitution besitzen.

Die Piperinsäure gibt inzwischen, wie ich mich überzeugt habe, kein Phloroglucin.

Das Catechin ist nun schon die dritte Substanz, welche beim Schmelzen mit Kali Protocatechusäure und Phloroglucin liefert. Es schliesst sich demzufolge enge an das Maclurin (Moringerbsäure) und das Quercetin an.

3. Kino.

Da man in dieser Drogue Catechin gefunden hat, so musste man mit Wahrscheinlichkeit bei der Behandlung mit Kali auch Phloroglucin daraus erhalten. In der That war das der Fall, und zwar gibt unter allen mir bisher als Phloroglucin liefernd bekannten Materialien des Kino von diesem Körper die wohlfeilste Ausbeute.

100 Grm. Kino gaben 12 Grm. Phloroglucin.

Einige Eigenschaften der Transcendenten, welche aus der Integration homogener Functionen hervorgehen.

Von dem w. M. Dr. A. Winckler,
Professor in Graz.

(Vorgetragen in den Sitzungen vom 9. und 16. Juni 1864.)

Die beiden Sätze, von welchen im Folgenden die Rede ist, beziehen sich auf Integrale von Functionen, welche nicht näher als durch die Bedingung, in Hinsicht der Integrations-Veränderlichen die Eigenschaft der Homogenität zu besitzen, bestimmt sind.

Der erste Satz gibt die Eigenschaften eines $n$fachen Integrals an, welches unterhalb der Zeichen in ganz analoger Weise aus homogenen Functionen zusammengesetzt ist, wie das Integral der sogenannten Gammafunction aus der Integrations-Veränderlichen.

Der zweite Satz stellt zwischen den mehrfachen Integralen einer homogenen Function eine Relation dar, welche zu der bekannten von Euler entdeckten, charakteristischen Differentialgleichung der homogenen Functionen in naher Analogie steht.

Da diese Sätze in sehr allgemeiner Art für ganze Gattungen von Functionen gelten, so gelangt man zu ihnen fast ebenso leicht, als zu gewissen allgemeinen Regeln der Differentialrechnung; gleichwohl ist in denselben Manches enthalten, was in gegebenen Fällen sich weniger leicht erkennen lässt.

1.

Es seien

$$u=f(x_1,x_2,..x_n) \quad , \quad U=F(x_1,x_2,..x_n)$$

homogene Functionen der n unabhängigen Veränderlichen $x_1,x_2,..x_n$, und zwar u vom Grade r, U vom Grade s; ausserdem bleibe u für alle positiven Werthe der Veränderlichen positiv, und sei U so beschaffen, dass das Integral

$$\Pi(a)=\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\ldots\int_0^\infty e^{-u}.u^a.\,Udx_n$$

einen endlichen Werth erhält.

Eine der Eigenschaften dieses Integrals besteht nun darin, dass unabhängig von den Charakteristiken f und F der Ausdruck $\frac{d\log\Pi(a)}{da}$ in der Form einer blossen Quadratur dargestellt werden kann. Der Weg, zu dieser Darstellung zu gelangen, ist mit geringen Abweichungen derselbe, auf welchem man aus dem einfachen Integral für $\Gamma(a)$ einen Ausdruck für $\frac{d\log\Gamma(a)}{da}$ herleitet.

Wenn die Grösse a, wie ich hiermit voraussetze, in u und U nicht vorkommt, so erhält man durch Differentiation der Gleichung für $\Pi(a)$ die folgende:

$$\frac{d\Pi(a)}{da}=\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\,..\int_0^\infty e^{-u}.\,u^a.\,U.\log u.dx_n$$

Da aber, wie bekannt

$$\log u=\int_0^\infty \frac{dz}{z}(e^{-z}-e^{-uz})$$

so lässt sich schreiben:

$$\frac{d\Pi(a)}{da}=\int_0^\infty\frac{dz}{z}\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\ldots\int_0^\infty(e^{-z}-e^{-uz})\,e^{-u}.\,u^a.\,Udx_n$$

und man kann nun den Ausdruck unter dem ersten auf z sich beziehenden Integralzeichen in zwei Theile zerlegen, wovon der erste offenbar durch $e^{-z}\Pi(a)$ ausgedrückt werden kann, so dass die Gleichung in folgender Gestalt erscheint

$$\frac{d\Pi(a)}{da}=\int_0^\infty\frac{dz}{z}\left(e^{-z}\Pi(a)-\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\ldots\int_0^\infty e^{-(1+z)u}.\,u^aUdx_n\right).$$

Auch der zweite Theil, nämlich das $n$fache Integral in der Klammer, lässt sich, vermöge der bezüglich u und U gemachten Voraussetzungen, auf $\Pi(a)$ zurückführen. Nach jenen Voraussetzungen ist

$$(1+z)u=f_{[x_1\sqrt[r]{1+z},\ x_2\sqrt[r]{1+z},\ldots x_n\sqrt[r]{1+z}}$$

oder, wenn man

$$x_1 \sqrt[r]{1+z} = y_1; \quad x_2 \sqrt[r]{1+z} = y_2; \ldots x_n \sqrt[r]{1+z} = y_n$$

setzt und $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ als neue Veränderliche betrachtet:

$$(1+z)\, u = f(y_1, y_2, y_3, \ldots y_n)$$

woraus sofort

$$u^a = \frac{[f(y_1, y_2, \ldots y_n)]^a}{(1+z)^a}, \quad U = \frac{F(y_1, y_2, \ldots y_n)}{(1+z)^{\frac{s}{r}}}$$

folgt.

Bemerkt man ferner, dass

$$dx_1 = \frac{dy_1}{\sqrt[r]{1+z}}, \quad dx_2 = \frac{dy_2}{\sqrt[r]{1+z}}, \ldots dx_n = \frac{dy_n}{\sqrt[r]{1+z}}$$

so geht das bezeichnete $n$fache Integral über in

$$\int_0^\infty dy_1 \int_0^\infty dy_2 \ldots \int_9^\infty e^{-u} . u^a . U \frac{dy_n}{(1+z)^{a+\frac{n+s}{r}}} = \frac{\Pi(a)}{(1+z)^{a+\frac{n+s}{r}}}$$

wobei zur Abkürzung wieder

$$u = f(y_1, y_2, \ldots y_n), \quad U = F(y_1, y_2, \ldots y_n)$$

gesetzt worden ist. Somit hat man jetzt die Gleichung

$$\frac{d\Pi(a)}{da} = \int_0^\infty \frac{dz}{z} \left(e^{-z}\Pi(a) - \frac{\Pi(a)}{(1+z)^{a+\frac{n+s}{r}}} \right)$$

oder endlich

$$\frac{d \log \Pi(a)}{da} = \int_0^\infty \frac{dz}{z} \left(e^{-z} - \frac{1}{(1+z)^{a+\frac{n+s}{r}}} \right)$$

womit die im Eingange dieses Artikels ausgesprochene Behauptung begründet ist.

2.

Aus der zuletzt gefundenen Gleichung lassen sich einige beachtungswerthe Folgerungen ziehen. —

Setzt man, wie üblich

$$\Gamma(b)=\int_0^\infty e^{-x}.x^{b-1}dx$$

so findet bekanntlich die Gleichung statt

$$\frac{d\log\Gamma(b)}{db}=\int_0^\infty\frac{dz}{z}\left(e^{-z}-\frac{1}{(1+z)^b}\right)$$

und man hat also

$$\frac{d\log\Pi(a)}{da}=\frac{d\log\Gamma\left(a+\frac{n+s}{r}\right)}{da}$$

woraus sich, wenn man integrirt, die Gleichung

$$\Pi(a)=\text{Const}.\Gamma\left(a+\frac{n+s}{r}\right)$$

ergibt. — Zur näheren Bestimmung der Constante setze man $a=0$; dann erfolgt

$$\Pi(a)=\frac{\Gamma\left(a+\frac{n+s}{r}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+s}{r}\right)}.\Pi(o)$$

und es ist hierdurch der folgende Satz bewiesen:

Bezeichnet $u=f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ eine homogene Function vom Grade r, und $U=F(x_1, x_2, \ldots x_n)$ eine solche vom Grade s, bleibt ferner u für alle positiven Werthe der Veränderlichen positiv, so findet die Gleichung statt

$$\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\ldots\int_0^\infty e^{-u}.u^a.Udx_n=$$

$$\frac{\Gamma\left(a+\frac{n+s}{r}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+s}{r}\right)}.\int_0^\infty dx_1\int_0^\infty dx_2\ldots\int_0^\infty e^{-u}.Udx_n$$

Um eines besonderen Falles zu erwähnen, will ich annehmen, es sei

$$r=1,\quad s=\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n-n$$

und entsprechend

$$u = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \quad , \quad U = x_1^{\alpha_1 - 1} x_2^{\alpha_2 - 1} \ldots x_n^{\alpha_n - 1}$$

dann hat man

$$\int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \ldots \int_0^\infty e^{-(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)} [x_1 + x_2 + \ldots x_n]^a$$

$$\times x_1^{\alpha_1 - 1} x_2^{\alpha_2 - 1} \ldots x_n^{\alpha_n - 1} dx_n$$

$$= \frac{\Gamma(a + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n)} \Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2) \ldots \Gamma(\alpha_n)$$

3.

Aus der vorhin erhaltenen Relation

$$\Pi(a) = \text{Const.}\,\Gamma\left(a + \frac{n+s}{r}\right)$$

folgt

$$\Pi(b) = \text{Const.}\,\Gamma\left(b + \frac{n+s}{r}\right)$$

Die Function Π hat also die weitere Eigenschaft, dass

$$\Pi(a)\,\Gamma\left(b + \frac{n+s}{r}\right) = \Pi(b)\,\Gamma\left(a + \frac{n+s}{r}\right)$$

Setzt man hierin $b = a + 1$ und bemerkt, dass

$$\Gamma\left(a + 1 + \frac{n+s}{r}\right) = \left(a + \frac{n+s}{r}\right) \Gamma\left(a + \frac{n+s}{r}\right)$$

so folgt

$$\Pi(a+1) = \left(a + \frac{n+s}{r}\right) \Pi(a)$$

woraus sofort, wenn p eine positive ganze Zahl bezeichnet, die Gleichung

$$\Pi(a+p) = \left(a + \frac{n+s}{r}\right)\left(a + \frac{n+s}{r} + 1\right) \ldots \left(a + \frac{n+s}{r} + p - 1\right) \Pi(a)$$

abgeleitet werden kann.

Aus derselben Relation, welche zu diesem Resultate führte, ergibt sich ferner, wenn $a=1-\frac{n+s}{r}$ gesetzt wird:

$$\frac{\Pi(a)}{\Pi\left(1-\frac{n+s}{r}\right)}=\Gamma\left(a+\frac{n+s}{r}\right)$$

Für $a=\frac{1}{2}-\frac{n+s}{r}$ erhält man hieraus, weil $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$ ist, die Gleichung

$$\frac{\Pi\left(\frac{1}{2}-\frac{n+s}{r}\right)}{\Pi\left(1-\frac{n+s}{r}\right)}=\sqrt{\pi}$$

Setzt man zur Abkürzung

$$a+\frac{n+s}{r}=\alpha\quad,\quad b+\frac{n+s}{r}=\beta$$

so findet man nach dem Vorhergehenden

$$\Pi(a)\,\Gamma(\beta)=\Pi(b)\,\Gamma(\alpha)$$

Bezeichnet nun p eine positive ganze Zahl und setzt man hierin der Ordnung nach

$$a+\frac{1}{p},\ a+\frac{2}{p},\ldots\ldots a+\frac{p-1}{p}\ \text{für } a$$

sodann

$$b+\frac{1}{p},\ b+\frac{2}{p},\ldots\ldots b+\frac{p-1}{p}\ \text{für } b,$$

multiplicirt hierauf die sich ergebenden p Gleichungen, so findet man

$$\begin{aligned}&\Pi(a)\,\Pi\left(a+\frac{1}{p}\right)\Pi\left(a+\frac{2}{p}\right)\ldots\Pi\left(a+\frac{p-1}{p}\right)\\ \times\,&\Gamma(\beta)\,\Gamma\left(\beta+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\beta+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\beta+\frac{p-1}{p}\right)\\ =\,&\Pi(b)\,\Pi\left(b+\frac{1}{p}\right)\Pi\left(b+\frac{2}{p}\right)\ldots\Pi\left(b+\frac{p-1}{p}\right)\\ \times\,&\Gamma(\alpha)\,\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\alpha+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\alpha+\frac{p-1}{p}\right).\end{aligned}$$

Da nun, wie bekannt

$$\Gamma(c)\Gamma\left(c+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(c+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(c+\frac{p-1}{p}\right)=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)}.p^{\frac{1}{2}-cp}\Gamma(cp)$$

so gelangt man, wie leicht zu sehen, zu dem folgenden Resultat. Es ist:

$$\Pi(a)\Pi\left(a+\frac{1}{p}\right)\Pi\left(a+\frac{2}{p}\right)\ldots\Pi\left(a+\frac{p-1}{p}\right).p^{ap}.\Gamma\left(bp+\frac{n+s}{r}p\right)$$

$$=\Pi(b)\Pi\left(b+\frac{1}{p}\right)\Pi\left(b+\frac{2}{p}\right)\ldots\Pi\left(b+\frac{p-1}{r}\right).p^{bp}.\Gamma\left(ap+\frac{n+s}{r}p\right)$$

Diese und die in den vorhergehenden Artikeln enthaltenen Relationen sind es, welche ich hier bezüglich des mit Π bezeichneten Integrals nachweisen wollte.

4.

Das vorhin zur Anwendung gebrachte (Euler'sche) Theorem der Gammafunctionen betreffend, möge gelegentlich die folgende Bemerkung Platz finden.

Bezeichnet ausser p auch noch m eine positive ganze Zahl, so ergeben sich aus jenem Theorem die folgenden $m+1$ Gleichungen

$$\Gamma(a)\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(a+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(a+\frac{p-1}{p}\right)$$
$$=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)}.p^{\frac{1}{2}-ap}.\Gamma(ap)$$

$$\Gamma\left(\frac{a}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{p-1}{p}\right)$$
$$=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)}.p^{\frac{1}{2}-a}.\Gamma(a)$$

$$\Gamma\left(\frac{a}{p^2}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{p-1}{p}\right)$$
$$=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)}.p^{\frac{1}{2}-\frac{a}{p}}.\Gamma\left(\frac{a}{p}\right)$$

. . . .

$$\Gamma\left(\frac{a}{p^m}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{p-1}{p}\right)$$
$$=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)}.p^{\frac{1}{2}-\frac{a}{p^{m-1}}}.\Gamma\left(\frac{a}{p^{m-1}}\right)$$

Werden nun alle diese Gleichungen multiplicirt, so gelangt man, nach Ausführung einiger nahe liegenden Reductionen, zu der folgenden Productengleichung

$$
\begin{aligned}
&\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{1}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{1}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{1}{p}\right)\\
\times&\Gamma\left(a+\frac{2}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{2}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{2}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{2}{p}\right)\\
\times&\Gamma\left(a+\frac{3}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{3}{p}\right)\ \Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{3}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{3}{p}\right)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\times&\Gamma\left(a+\frac{p-1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p}+\frac{p-1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{a}{p^2}+\frac{p-1}{p}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{p^m}+\frac{p-1}{p}\right)\\
&=(2\pi)^{\frac{1}{2}(p-1)(m+1)}\,.\,p^{\frac{1}{2}(m+1)-\left(p^2-\frac{1}{p^{m-1}}\right)\frac{a}{p-1}}\,.\,\frac{\Gamma(ap)}{\Gamma\left(\frac{a}{p^m}\right)}
\end{aligned}
$$

Meines Wissens ist bis jetzt nur der einfachste Fall dieser allgemeinen Formel bekannt, aber auf durchaus verschiedenem Wege gefunden worden, nämlich der Fall für $p=2$, welchem die Gleichung

$$
\Gamma\left(a+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{2}\right)\ldots\Gamma\left(\frac{a}{2^m}+\frac{1}{2}\right)
$$

$$
=\pi^{\frac{1}{2}(m+1)}\,.\,2^{m+1-4\left(1-\frac{1}{2^{m+1}}\right)a}\,.\,\frac{\Gamma(2a)}{\Gamma\left(\frac{a}{2^m}\right)}\,.
$$

entspricht.

Es versteht sich von selbst, dass aus der allgemeinen Formel eine andere abgeleitet werden kann, worin die Argumente der Function Γ nach positiven statt nach negativen Potenzen von p fortschreiten; man braucht zu dem Ende nur ap^m an die Stelle von a zu setzen. Für $p=2$ ergibt sich dann die folgende Gleichung

$$
\Gamma\left(a+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(2a+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(4a+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(8a+\frac{1}{2}\right)\ldots\Gamma\left(2^m a+\frac{1}{2}\right)
$$

$$
=\pi^{\frac{1}{2}(m+1)}\,.\,2^{m+1-(2^{m+1}-1)\,.\,2a}\,.\,\frac{\Gamma(2^{m+1}.a)}{\Gamma(a)}
$$

u. s. w.

5.

Der zweite Satz, von welchem im Eingange die Rede war, ist der folgende:

Bezeichnet $u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ eine homogene Function des m. Grades von den n positiven unabhängigen Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots x_n$; ist ferner $F(u)$ eine endlich bleibende Function von u von der Beschaffenheit, dass die Producte $x_1 F(u)$, $x_2 F(u)$, ... $x_n F(u)$ beziehungsweise für $x_1 = 0$, $x_2 = 0, \ldots x_n = 0$ verschwinden, so findet die Gleichung statt:

$$\begin{aligned}
& x_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n + x_2 \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n \\
+ \; & x_3 \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n + x_4 \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n \\
+ \; & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
+ \; & x_{n-1} \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n + x_n \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_{n-1}} F(u)\, dx_{n-1} \\
= & \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} \left(n F(u) + mu \frac{dF(u)}{du} \right) dx_n \quad .
\end{aligned}$$

Die Richtigkeit dieses Satzes lässt sich auf folgende Art nachweisen.

6.

Differentiirt man die Summe der Integrale linker Hand in der vorstehenden Gleichung, welche der Kürze wegen mit X bezeichnet werden möge, partiell nach x_1, so ergibt sich unmittelbar

$$\begin{aligned}
\frac{dX}{dx_1} = & \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} \left(F(u) + x_1 \frac{dF(u)}{du} \cdot \frac{du}{dx_1} \right) dx_n \\
+ \; & x_3 \int_0^{x_3} dx_3 \int_0^{x_4} dx_4 \ldots \int_0^{x_{n-1}} dx_{n-1} \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n \\
+ \; & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
+ \; & x_{n-1} \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_{n-2}} dx_{n-2} \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n \\
+ \; & x_n \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_{n-2}} dx_{n-2} \int_0^{x_{n-1}} F(u)\, dx_{n-1}
\end{aligned}$$

Das erste Integral auf der rechten Seite, welches der Form nach von den übrigen Integralen abweicht, lässt eine Umgestaltung zu. Da nämlich u eine homogene Function m. Grades ist, so findet die Gleichung

$$x_1\frac{du}{dx_1}=mu-x_2\frac{du}{dx_2}-x_3\frac{du}{dx_3}-\ldots-x_n\frac{du}{dx_n}\;.$$

statt, vermöge welcher sich jenes Integral in der Form

$$\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}\left(F(u)+mu\frac{dF(u)}{du}-x_2\frac{dF(u)}{du}\frac{du}{dx_2}-\ldots\right.$$
$$\left.-\ldots-x_n\frac{dF(u)}{du}\frac{du}{dx_n}\right)dx_n$$

schreiben lässt. Die Integrale der Posten mit dem negativen Vorzeichen unterwerfe man der Ordnung nach, bezüglich $x_2, x_3, \ldots x_n$ der theilweisen Integration; für den ersten jener Posten

$$\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}x_2\frac{dF(u)}{du}\cdot\frac{du}{dx_2}\cdot dx_n$$

findet man alsdann, weil $x_2F(u)$ für $x_2=0$ verschwindet, den Ausdruck

$$x_2\int_0^{x_3}dx_3\int_0^{x_4}dx_4\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n-\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n$$

und ähnliche Ausdrücke ergeben sich für die übrigen Posten.

Der erste Bestandtheil der Formel für $\frac{dX}{dx_1}$ nimmt hiernach die folgende Gestalt an

$$\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}\left(F(u)+mu\frac{dF(u)}{du}\right)dx_n$$
$$-x_2\int_0^{x_3}dx_3\int_0^{x_4}dx_4\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n\quad+\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n$$
$$-x_3\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_4}dx_4\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n\quad+\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$-x_n\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_{n-1}}F(u)\,dx_{n-1}\quad+\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}dx_3\ldots\int_0^{x_n}F(u)\,dx_n$$

Die übrigen Glieder von $\frac{dX}{dx_1}$, nämlich die mit $x_2, x_3, \ldots x_n$ multiplicirten Integrale sind ganz dieselben, welche in dem so eben angeführten Ausdruck mit dem negativen Vorzeichen vorkommen. Substituirt man daher diesen Ausdruck in jenen für $\frac{dX}{dx_1}$, so heben sich diese Glieder auf, und man erhält, weil die sonst noch vorhandenen n—1 Integrale einander gleich sind, im Ganzen:

$$\int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int^{x_n} \left(F(u) + mu \frac{dF(u)}{du}\right) dx_n$$

$$+ (n-1) \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} F(u)\, dx_n$$

oder also, es findet die Gleichung statt

$$\frac{dX}{dx_1} = \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} \left(nF(u) + mu \frac{dF(u)}{du}\right) dx_n$$

Auf ganz gleiche Weise ergibt sich auch

$$\frac{dX}{dx_2} = \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} \left(nF(u) + mu \frac{dF(u)}{du}\right) dx_n$$

. . . .

$$\frac{dX}{dx_n} = \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_{n-1}} \left(nF(u) + mu \frac{dF(u)}{du}\right) dx_{n-1}$$

Jedes dieser Ergebnisse führt zu der Gleichung

$$X = \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} \left(nF(u) + mu \frac{dF(u)}{du}\right) dx_n$$

womit der im vorigen Artikel ausgesprochene Satz bewiesen ist.

Einen andern, etwas kürzern Weg hierzu zu gelangen, bietet eine Gleichung an, welche ich bei einer frühern Veranlassung (Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe, Jahrg. 1856, Bd. XXI,

S. 394) entwickelt habe, und welche sich sehr leicht aus der Gleichung

$$x_1 \frac{du}{dx_1} + x_2 \frac{du}{dx_2} + \ldots + x_n \frac{du}{dx_n} = mu$$

ergibt. Multiplicirt man nämlich diese Gleichung mit $\frac{dF(u)}{du}$ und bemerkt, dass das Glied

$$x_1 \frac{dF(u)}{du} \cdot \frac{du}{dx_1} = \frac{d \,.\, x_1 F(u)}{dx_1} - F(u)$$

ist und dass, wenn man alle übrigen Glieder in solcher Weise umgestaltet und dann substituirt, die Gleichung

$$\frac{d \,.\, x_1 F(u)}{dx_1} + \frac{d \,.\, x_2 F(u)}{dx_2} + \ldots + \frac{d \,.\, x_n F(u)}{dx_n} = nF(u) + mu \frac{dF(u)}{du}$$

zum Vorschein kommt, so führt diese, zu beiden Seiten nach allen n Veränderlichen zwischen den Grenzen 0 und x_1, 0 und x_2.... 0 und x_n integrirt, unter der Voraussetzung, dass die Producte

$$x_1 F(u), \quad x_2 F(u), \; . \; . \; . \; x_n F(u)$$

resp. für $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, ... $x_n = 0$ verschwinden, unmittelbar zu der Gleichung des Art. 5.

Der ganzen Erörterung liegt, wie man sieht, die sich übrigens von selbst verstehende Voraussetzung zu Grunde, es sei ausser den für $F(u)$ angegebenen Bedingungen, diese Function auch noch so beschaffen, dass ihre mehrfachen Integrale insgesammt endliche und bestimmte Werthe haben. Wäre letzteres nicht der Fall, so würde der Satz zwar nicht auf Widersprüche führen, aber unbrauchbar sein. Diese Bemerkung gilt in gleicher Weise auch von allen folgenden Sätzen.

7.

Ist $F(u)$ den bezeichneten Voraussetzungen entsprechend gegeben, so kann die Anwendung des Satzes unmittelbar geschehen. Ist dagegen $F(u)$ nicht direct, sondern etwa durch die Gleichung

$$nF(u)+mu\,\frac{dF(u)}{du}=\varphi(u)$$

gegeben, worin $\varphi(u)$ eine bekannte Function von u bezeichnet, so erhält man $F(u)$ durch Integration der linearen Differentialgleichung

$$\frac{dF(u)}{du}+\frac{n}{mu}\,F(u)=\frac{\varphi u}{mu}$$

nämlich

$$F(u)=\frac{u^{-\frac{n}{m}}}{m}\,.\int u^{\frac{n}{m}-1}\varphi(u)\,du+u^{-\frac{n}{m}}.\ \text{Const.}$$

Das zweite von $\varphi(u)$ nicht abhängige Glied dieses Ausdrucks ist ein stets vorhandener Bestandtheil von $F(u)$ und da es eine willkürliche Constante enthält, so zerfällt die Gleichung des Art. 5, wie man auch $\varphi(u)$ wählen mag, in zwei gesondert bestehende Gleichungen, wovon die eine auf

$$F(u)=u^{-\frac{n}{m}}\int u^{\frac{n}{m}-1}\varphi(u)\,du$$

und die andere auf

$$F(u)=u^{-\frac{n}{m}}$$

sich bezieht. Die letztere, welche auch als der Annahme $\varphi(u)=0$ entsprechend betrachtet werden kann, nimmt daher schon aus diesem Grunde, hauptsächlich aber desshalb eine besondere Erörterung in Anspruch, weil sie zugleich dem Falle entspricht, in welchem die partiellen Differentialquotienten $\frac{dX}{dx_1}, \frac{dX}{dx_2}, \ldots \frac{dX_n}{dx_n}$ nicht nur einander gleich werden, sondern auch identisch verschwinden. (Art. 6.)

Nun ergibt sich allerdings aus den Gleichungen

$$\frac{dX}{dx_1}=0,\ \frac{dX}{dx_2}=0, \ldots \frac{dX}{dx_n}=0$$

dass die Summe der n Integrale, welche X darstellt, eine von $x_1, x_2, \ldots x_n$ völlig unabhängige Grösse ist, aber man kann diese Grösse nicht mehr aus den Werthen der Differentialquotienten von X finden, wie solches im vorigen Artikel geschehen ist, und man muss den constanten Werth von X nunmehr auf anderem Wege zu erhalten suchen.

Vor Allem ist nun zu bemerken, dass, weil u eine beliebige homogene Function m. Grades vorstellt, unter

$$F(u) = u^{-\frac{n}{m}}$$

nothwendig eine homogene Function $(-n)$. Grades zu verstehen ist, welche als solche beliebig gewählt werden kann.

Diese Function $(-n)$. Grades möge nun durch $f(x_1, x_2 \ldots x_n)$ bezeichnet werden.

8.

Dies vorausgesetzt lassen sich zur Bestimmung von X zwei verschiedene Wege einschlagen. Man kann nämlich diesen Werth sowohl durch nähere Betrachtung der $n-1$fachen Integrale, welche die linke Seite der Gleichung des Art. 5 bilden, als auch des $n$fachen Integrals, welches die rechte Seite derselben ausmacht, direct ableiten.

Fasst man zunächst die rechte Seite in das Auge, setzt also

$$X = \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} \left(n\,F(u) + mu\frac{dF(u)}{du}\right) dx_n$$

so tritt darin sogleich eine dem vorliegenden Falle entsprechende Vereinfachung ein. Es ist nämlich $F(u) = u$ zu setzen, wobei vorläufig, unter dem Vorbehalte, dass später $m = -n$ gesetzt werde,

$$u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$$

eine homogene Function m. Grades vorstellen soll. Man erhält dann

$$X = (m+n) \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_n$$

Scheinbar verschwindet dieser Ausdruck, wenn $m = -n$ gesetzt wird, in der That ist dies aber nicht der Fall. Der Grund liegt darin, dass, obgleich, wie durchgehends vorausgesetzt wird, jedes der Producte

$$x_1 u, \quad x_2 u, \quad x_3 u, \quad \ldots \quad x_n u$$

und eben so auch

$$x_1 x_2 x_3 \;.\;.\;.\; x_n u$$

verschwindet, wenn einzeln $x_1 = 0$, dann $x_2 = 0$ . . . und $x_n = 0$ gesetzt wird, dies doch im Allgemeinen nicht mehr der Fall ist, wenn gleichzeitig $x_1 = x_2 = .. = x_n = 0$ wird: sobald nämlich u auf den $(-n)$. Grad herabsinkt.

Vermöge der Gleichung

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = x_1^m f\left(\frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, \ldots \frac{x_n}{x_1}\right)$$

hat man nun

$$X = (m+n) \int_0^{x_1} x_1^m \, dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \;..\int_0^{x_n} f\left(1, \frac{x_2}{x_1}, \ldots \frac{x_n}{x_1}\right) dx_n$$

oder, wenn

$$x_2 = x_1 z_2, \quad x_3 = x_1 z_3, \;.\;.\;.\;.\; x_n = x_1 z_n$$

gesetzt wird

$$X = (m+n) \int_0^{x_1} x_1^{m+n-1} \, dx_1 \int_0^{\frac{x_2}{x_1}} dz_2 \int_0^{\frac{x_3}{x_1}} dz_3 \ldots \int_0^{\frac{x_n}{x_1}} f(1, z_2, z_3, \ldots z_n) \, dz_n$$

Das auf die Veränderlichen z sich beziehende $n-1$fache Integral behält in Folge der Voraussetzungen für alle Werthe der x und insbesondere auch für $x_1 = 0$ einen endlichen Werth; es sei für einen Augenblick

$$\psi(x_1) = \int_0^{\frac{x_2}{x_1}} dz_2 \int_0^{\frac{x_3}{x_1}} dz_3 \ldots \int_0^{\frac{x_n}{x_1}} f(1, z_2, z_3, \ldots z_n) \, dz_n$$

also

$$X = (m+n) \int_0^{x_1} x_1^{m+n-1} \,.\, \psi(x_1) \, dx_1$$

Da der eine Factor des Differentialausdruckes zwischen den Grenzen 0 und x_1 sein Vorzeichen nicht ändert, so kann man nach einem bekannten Satze das Integral in der Form

$$X = (m+n) \psi(\lambda x_1) \left(\frac{x_1^{m+n}}{m+n} + \text{Const.}\right)_0^{x_1}$$

darstellen, wo λ einen nicht näher bekannten positiven ächten Bruch bezeichnet. — In etwas einfacherer Form kann man nun aber auch schreiben

$$X = \psi(\lambda x_1)\left[x_1^{m+n} + \text{Const.}\right]_0^{x_1} = x_1^{m+n} \,.\, \psi(\lambda x_1)$$

woraus für $m = -n$ sich ergibt

$$X = \psi(\lambda x_1)$$

Eine kleine Abänderung dieser Betrachtung, welche λ unbestimmt liess, führt nicht nur zur völligen Bestimmung von X, sondern lässt zugleich den merkwürdigen Umstand erkennen, dass der gesammte Werth des Integrals, welches X darstellt, dem unendlich kleinen, der untern Grenze $x_1 = 0$ entsprechenden Intervalle angehört. In der That hat man, wenn ε eine sehr kleine positive Grösse bezeichnet

$$X = (m+n)\int_0^{\varepsilon} x_1^{m+n-1}\,\psi(x_1)\,dx_1 + (m+n)\int_{\varepsilon}^{x_1} x_1^{m+n-1}\,\psi(x_1)\,dx_1$$

oder also, wenn μ eine zweite zwischen 0 und $+1$ liegende Zahl bezeichnet

$$X = \psi(\lambda\varepsilon)\left[x_1^{m+n} + \text{Const.}\right]_0^{\varepsilon} + \psi\left[\varepsilon + \mu(x_1 - \varepsilon)\right]\left[x_1^{m+n} + \text{Const.}\right]_{\varepsilon}^{x_1}$$

oder auch

$$X = \varepsilon^{m+n}\psi(\lambda\varepsilon) + \left(x_1^{m+n} - \varepsilon^{m+n}\right)\psi\left[\varepsilon + \mu(x_1 - \varepsilon)\right]$$

Setzt man nun wieder $m+n=0$ und lässt dann ε in Null übergehen, so verschwindet der zweite Theil von X vollständig und es bleibt ausschliesslich der dem unendlich kleinen Intervall 0 bis ε entsprechende erste Theil übrig, nämlich

$$X = \psi(0)$$

Es ist also

$$X = \int_0^{\infty} dz_2 \int_0^{\infty} dz_3 \ldots \int_0^{\infty} f(1, z_2, z_3, \ldots z_n)\,dz_n$$

der gesuchte, von den Veränderlichen x unabhängige Werth.

9.

Es wurde vorhin bemerkt, dass dieser Werth auch aus der Summe der n Integrale abgeleitet werden könne, welche die linke Seite der Gleichung des Art. 5 bilden. Man muss jedoch hierbei, wie sich sogleich zeigen wird, von der Bemerkung Gebrauch machen, dass X von $x_1, x_2, \dots x_n$ durchaus unabhängig ist (Art. 7.) — Bezeichnet wieder $f(x_1, x_2, \dots x_n)$ eine homogene Function $(-n)$. Grades, so ist

$$f(x_1, x_2, \dots x_n) = \frac{1}{x_1^n} f\left(1, \frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, \dots \frac{x_n}{x_1}\right)$$

für $F(u)$ in jene Integrale zu substituiren. Wird daher

$$x_2 = x_1 z_2 \;, \quad x_3 = x_1 z_3 \;, \dots \; x_n = x_1 z_n$$
$$dx_2 = x_1 dz_2, \quad dx_3 = x_1 dz_3, \dots dx_n = x_1 dz_n$$

gesetzt, so geht das erste Glied von X, nämlich

$$x_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \dots \int_0^{x_n} f(x_1, x_2, \dots x_n)\, dx_n$$

über in

$$\int_0^{\frac{x_2}{x_1}} dz_2 \int_0^{\frac{x_3}{x_1}} dz_3 \dots \int_0^{\frac{x_n}{x_1}} f(1, z_2, z_3, \dots z_n)\, dz_n$$

und in ganz ähnlicher Weise lassen sich die übrigen Glieder von X transformiren, so dass man erhält

$$X = \int_0^{\frac{x_2}{x_1}} dz_2 \int_0^{\frac{x_3}{x_1}} dz_3 \dots \int_0^{\frac{x_n}{x_1}} f(1, z_2, z_3, \dots z_n)\, dz_n$$
$$+ \int_0^{\frac{x_1}{x_2}} dz_1 \int_0^{\frac{x_3}{x_2}} dz_3 \dots \int_0^{\frac{x_n}{x_2}} f(z_1, 1, z_3, \dots z_n)\, dz_n$$
$$+ \int_0^{\frac{x_1}{x_3}} dz_1 \int_0^{\frac{x_2}{x_3}} dz_2 \dots \int_0^{\frac{x_n}{x_3}} f(z_1, z_2, 1, z_4, \dots z_n)\, dz_n$$
$$+ \dots \dots \dots \dots \dots$$
$$+ \int_0^{\frac{x_1}{x_n}} dz_1 \int_0^{\frac{x_2}{x_n}} dz_2 \dots \int_0^{\frac{x_{n-1}}{x_n}} f(z_1, z_2, z_3, \dots z_{n-1}, 1)\, dz_{n-1}$$

Da nun X von den x durchaus unabhängig ist, so kann man, um X in einer passenden Form darzustellen, für die x beliebige Werthe annehmen.

Setzt man zu dem Ende $x_1 = 0$, so fallen die Veränderlichen $x_2, x_3, \ldots x_n$ von selbst aus der Rechnung und man findet

$$X = \int_0^\infty dz_2 \int_0^\infty dz_3 \ldots \int_0^\infty f(1, z_2, z_3, \ldots z_n)\, dz_n$$

Hätte man irgend eine andere Veränderliche $x_\nu = 0$ gesetzt, so wären in gleicher Weise $x_1, x_2, \ldots x_{\nu-1}, x_{\nu+1}, \ldots x_n$ aus der Rechnung verschwunden, und man hätte erhalten

$$X = \int_0^\infty dz_1 \int_0^\infty dz_2 \ldots \int_0^\infty dz_{\nu-1} \int_0^\infty dz_{\nu+1} \ldots \int_0^\infty f(z_1, z_2, \ldots z_{\nu-1}, 1, z_{\nu+1}, \ldots z_n)\, dz_n$$

Dass übrigens die $n-1$ verschiedenen Formen, unter welchen hiernach X dargestellt werden kann, in der That nur einen und denselben Werth geben, lässt sich sehr leicht direct auf folgende Art nachweisen. Da nämlich

$$f(1, z_2, z_3, \ldots z_n) = \rho^n f(\rho, \rho z_2, \rho z_3, \ldots \rho z_n)$$

worin für ρ jeder beliebige Werth gesetzt werden kann, so ist

$$\int_0^\infty dz_2 \int_0^\infty dz_3 \; . \; . \; . \; . \int_0^\infty f(1, z_2, z_3 \ldots z_n)\, dz_n =$$

$$\int_0^\infty dz_2 \int_0^\infty dz_3 \ldots \int_0^\infty dz_\nu \ldots \int_0^\infty \rho^n f(\rho, \rho z_2, \ldots \rho z_\nu, \ldots \rho z_n) dz_n$$

Das letztere Integral lässt sich nun successive durch Einführung neuer Veränderlichen transformiren. Unter der Annahme

$$\rho = \frac{1}{z_\nu}$$

führe man zuerst an Stelle von z_n die neue Veränderliche s_n ein, welche durch die Gleichungen

$$s_n = \frac{z_n}{z_\nu} \quad , \quad dz_n = z_\nu\, ds_n$$

bestimmt ist, und wodurch das Integral in

$$\int_0 dz_2 \int_0^\infty dz_3 \ldots \int_0^\infty dz_\nu \ldots \int_0^\infty \frac{1}{z_\nu^{n-1}} f\left(\frac{1}{z_\nu}, \frac{z_2}{z_\nu}, \ldots \frac{z_{\nu-1}}{z_\nu}, 1, \frac{z_{\nu+1}}{z_\nu}, \ldots s_n\right) ds_n$$

übergeht. In gleicher Weise führe man an Stelle von $z_{n-1}, z_{n-2}, \ldots z_{\nu+1}, z_{\nu-1}, \ldots z_2$ die neuen Veränderlichen $s_{n-1}, s_{n-2}, \ldots s_{\nu+1}, s_{\nu-1}, \ldots s_2$ ein, deren Anzahl $n-3$ ist, und welche mit den ersteren durch die Gleichungen

$$s_{n-1} = \frac{z_{n-1}}{z_\nu}, \; s_{n-2} = \frac{z_{n-2}}{z_\nu}, \ldots s_{\mu+1} = \frac{z_{\nu+1}}{z_\nu}, \; s_{\mu-1} = \frac{z_{\nu-1}}{z_\nu}, \ldots s_2 = \frac{z_2}{z_\nu}$$

verbunden sind. Von den alten Veränderlichen bleibt dann nur noch z_ν in der Formel, welche nunmehr die folgende Gestalt annimmt

$$X = \int_0^\infty ds_2 \int_0^\infty ds_3 \ldots \int_0^\infty dz_\nu \ldots \int_0^\infty \frac{1}{z_\nu^2} f\left(\frac{1}{z_\nu}, s_2, s_3, \ldots s_{\nu-1}, 1, s_{\nu+1}, \ldots s_n\right) ds_n$$

Führt man endlich auch für z_ν eine neue Veränderliche s_1 vermöge der Gleichungen

$$s_1 = \frac{1}{z_\nu} \quad , \quad dz_\nu = -z_\nu^2 ds_1$$

ein und macht die Integration nach s_1 zur ersten, so wird man haben

$$X = \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \ldots \int_0^\infty ds_{\nu-1} \int_0^\infty ds_{\nu+1} \ldots \int_0^\infty f(s_1, s_2, \ldots s_{\nu-1}, 1, s_{\nu+1}, \ldots s_n)\, ds_n$$

womit nun die oben aufgestellte Behauptung begründet ist.

10.

Die Ergebnisse des vorigen Artikels lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Bezeichnet $u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ eine endlich bleibende homogene Function des $(-n)$. Grades der n unabhängigen Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots x_n$, von der Beschaffenheit, dass die Producte $x_1 u, x_2 u, \ldots x_n u$ resp. für $x_1 = 0, x_2 = 0, \ldots x_n = 0$ verschwinden, so findet die Gleichung Statt

$$x_1\int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n + x_2 \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ x_{n-1}\int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n + x_n \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_{n-1}} u dx_{n-1}$$

$$= \int_0^\infty dz_1 \int_0^\infty dz_2 \ldots \int_0^\infty dz_{\nu-1} \int_0^\infty dz_{\nu+1} \ldots \int_0^\infty f(z_1, z_2, \ldots z_{\nu-1}, 1, z_{\nu+1}, \ldots z_n)\, dz_n$$

Darin wird, wie man sieht, das $n-1$ fache Integral rechter Hand immer richtig erhalten, wenn man irgend eine der n Veränderlichen $z_1, z_2, z_3, \ldots z_n$ gleich der Einheit setzt und das ihr entsprechende Integralzeichen weglässt.

Bezüglich des Ausdrucks linker Hand ist zu bemerken, dass derselbe, nach Art. 9, auch in einer für gewisse Fälle bequemeren Form dargestellt werden kann, worin die Grössen x nur in den Grenzen der Integrale und zwar nur in ihren Quotienten zu je zweien vorkommen.

11.

Alle bis jetzt in Betracht gezogenen Integrale haben 0 zur unteren Grenze; es ist aber nicht ohne Interesse und nach dem Vorausgegangenen auch nicht schwer, zu untersuchen, wie sich — ebenfalls für eine homogene Function des $(-n)$. Grades — der vorhergehende Satz gestaltet, wenn in Bezug auf eine der Veränderlichen x, z. B. in Bezug auf x_1 die untere Grenze ∞ statt 0 ist.

Vorausgesetzt wird hierbei das Product $x_1 u$ verschwinde für $x_1 = \infty$, und jedes der Producte $x_2 u$, $x_3 u$, $\ldots x_n u$ gehe resp. für $x_2 = 0$, $x_3 = 0, \ldots x_n = 0$ in Null über; dann bestehen auch hier wieder die Gleichungen

$$\frac{dX}{dx_1} = 0, \; \frac{dX}{dx_2} = 0, \ldots, \frac{dX}{dx_n} = 0$$

und man kann nun den hiernach von den Veränderlichen x unabhängigen Werth von X ebenfalls auf zwei verschiedenen Wegen,

nämlich durch nähere Untersuchung der linken und der rechten Seite der Gleichung des Art. 5 erhalten.

Betrachtet man zunächst wieder die rechte Seite jener Gleichung und bezeichnet man, unter der Voraussetzung, dass später $m = -n$ werde, mit

$$u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$$

eine homogene Function m. Grades, so ergibt sich ebenso wie im Art. 8 die Gleichung

$$X = (m+n) \int_\infty^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} f(x_1, x_2, \ldots x_n)\, dx_n$$

und auch

$$X = (m+n) \int_\infty^{x_1} x_1^m\, dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} f\left(1, \frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, \ldots \frac{x_n}{x_1}\right) dx_n$$

In Folge der gemachten Voraussetzungen ist das $n-1$ faches Integral

$$\vartheta(x_1) = \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} f\left(1, \frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_1}, \ldots \frac{x_n}{x_1}\right) dx_n$$

seine endliche Grösse, auch wenn darin $x_1 = \infty$ gesetzt wird; aus der Gleichung

$$X = (m+n) \int_\infty^{x_1} x_1^m\, \vartheta(x_1)\, dx_1$$

lässt sich daher, wenn λ eine zwischen 1 und ∞ liegende positive Zahl bedeutet, die folgende

$$X = (m+n)\, \vartheta(\lambda x_1) \int_\infty^{x_1} x_1^m\, dx_1 = (m+n)\, \vartheta(\lambda x_1) \left(\frac{x_1^{m+1}}{m+1} + \text{Const.}\right)_\infty^{x_1}$$

bilden, aus welcher sofort, wenn $m < -1$ ist, sich

$$X = \vartheta(\lambda x_1) \cdot \frac{m+n}{m+1} \cdot x_1^{m+1}$$

ergibt. Da aber der Voraussetzung gemäss $m = -n$ ist, so folgt endlich

$$X = 0$$

Zu demselben Resultate führt die Betrachtung der linken Seite der Gleichung des Art. 5. Da nämlich, wie oben bemerkt wurde, X von den Grössen $x_1, x_2, \ldots x_n$ unabhängig ist, und da, wie nach Art. 9 leicht zu sehen ist, X in die Form

$$X = \int_0^{\frac{x_2}{x_1}} dz_2 \int_0^{\frac{x_3}{x_1}} dz_3 \ldots \int_0^{\frac{x_n}{x_1}} f(1, z_2, z_3, \ldots z_n)\, dz_n$$

$$+ \int_\infty^{\frac{x_1}{x_2}} dz_1 \int_0^{\frac{x_3}{x_2}} dz_3 \ldots \int_0^{\frac{x_n}{x_2}} f(z_1, 1, z_3, \ldots z_n)\, dz_n$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \int_\infty^{\frac{x_1}{x_n}} dz_1 \int_0^{\frac{x_2}{x_n}} dz_2 \ldots \int_0^{\frac{x_{n-1}}{x_n}} f(z_1, z_2, \ldots z_{n-1}, 1)\, dz_{n-1}$$

sich bringen lässt, so kann man für x_1 irgend einen passenden Werth annehmen. Setzt $x_1 = \infty$, so verschwinden die sämmtlichen Integrale und man hat wie vorhin

$$X = 0$$

Dieses Resultat hätte sich übrigens auch durch die einfache Erwägung ergeben, dass der in Art. 8 abgeleitete constante Werth von X nur darum von Null verschieden ist, weil er als sogenanntes singuläres Integral den unteren Grenzen des Integrals, welche insgesammt Null sind, seine Entstehung verdankt. So wie nun eine dieser Grenzen von Null verschieden ist, wie im vorliegenden Falle, so hört auch das singuläre Integral zu existiren auf.

12.

Man kann die Ergebnisse des vorigen Artikels wie folgt zusammenfassen:

Bezeichnet $u = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ eine endlich bleibende homogene Function des $(-n)$. Grades der n unabhängigen Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots x_n$ von der

Beschaffenheit, dass die Producte $x_1 u$, $x_2 u$, $x_3 u$, ... $x_n u$ resp. für $x_1 = \infty$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, ... $x_n = 0$ verschwinden, so ist

$$x_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n + x_2 \int_\infty^{x_1} dx_1 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ x_{n-1} \int_\infty^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} u dx_n + x_n \int_\infty^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_{n-1}} u dx_{n-1} = 0$$

Einige ähnliche Folgerungen, welche sich aus dem Vorhergehenden noch ziehen liessen, brauchen nicht näher bezeichnet zu werden.

Ohne nähere Ausführung möge nur der beiden Fälle, in welchen $m = n$ und $m = 0$ ist, Erwähnung geschehen.

Ist der Grad m der Function u positiv und so gross als die Zahl n der Veränderlichen, so nimmt die am Schlusse des Art. 6 angeführte Gleichung die einfachere Gestalt an

$$\frac{d.x_1 F(u)}{dx_1} + \frac{d.x_2 F(u)}{dx_2} + \ldots + \frac{d.x_n F(u)}{dx_n} = n.\frac{d.uF(u)}{du}$$

Ist dagegen die Function u vom Grade 0, so erhält man noch einfacher

$$\frac{d.x_1 F(u)}{dx_1} + \frac{d.x_2 F(u)}{dx_2} + \ldots + \frac{d.x_n F(u)}{dx_n} = nF(u)$$

und die Gleichung des Art. 5, aus welcher alles Bisherige abgeleitet wurde, erscheint gewissermassen in der Form eines Satzes über die Addition transcendenter Functionen.

13.

Die vorhin begründeten Sätze bilden bezüglich der homogenen Functionen in der Integralrechnung, wie man sieht, das Analogon zu dem bekannten Theorem, welches Euler für jene Gattung von Functionen in der Differentialrechnung gefunden hat. Sie scheinen aber bequemere Anhaltspuncte als das letztere für die Vergleichung

der transcendenten Functionen darzubieten. Die Betrachtung einiger speciellen Fälle möge dies zeigen.

Um zunächst die Gleichung des Art. 10 anzuwenden, nehme ich an, es sei $n=2$, so dass man erhält

$$x_1\int_0^{x_2} f(x_1, x_2)\,dx_2 + x_2\int_0^{x_1} f(x_1, x_2)\,dx_1$$

$$=\int_0^{\frac{x_2}{x_1}} f(1, z_2)\,dz_2 + \int_0^{\frac{x_1}{x_2}} f(z_1, 1)\,dz_1 = \int_0^{\infty} f(1, z)\,dz = \int_0^{\infty} f(z, 1)\,dz$$

Bezeichnen a_1 und a_2 zwei positive Constanten und setzt man

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{\left(a_1 x_1^{\frac{1}{m}} + a_2 x_2^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}}$$

so ergibt sich, wie leicht zu sehen, die Gleichung

$$x_1\int_0^{x_2} \frac{dx_2}{\left(a_1 x_1^{\frac{1}{m}} + a_2 x_2^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}} + x_2\int_0^{x_1} \frac{dx_1}{\left(a_1 x_1^{\frac{1}{m}} + a_2 x_2^{\frac{1}{m}}\right)^{2m}}$$

$$= \frac{m}{(a_1 a_2)^m}\,\frac{\Gamma(m)\,\Gamma(m)}{\Gamma(2m)}$$

welche sehr leicht auf andere Weise erhalten werden kann.

Wird darin $a_1 = a_2$, $m = \frac{1}{2}$ gesetzt, so ergibt sich, weil $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ ist:

$$\operatorname{arctg}\frac{x_2}{x_1} + \operatorname{arctg}\frac{x_1}{x_2} = \frac{\pi}{2}$$

Nimmt man ferner an, es sei

$$f(x_1, x_2) = \frac{\cos\left(a\frac{x_1}{x_2}\right)}{x_1^2 + x_2^2},$$

und berücksichtigt, dass

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(at)}{1+t^2}\,dt = \frac{\pi}{2}\,e^{-a}$$

so findet man die Relation

$$x_1\int_0^{x_2}\frac{\cos\left(a\frac{x_1}{x_2}\right)}{x_1^2+x_2^2}dx_2+x_2\int_0^{x_1}\frac{\cos\left(a\frac{x_2}{x_1}\right)}{x_1^2+x_2^2}dx_1=\frac{\pi}{2}e^{-a}$$

welche ebenfalls sehr leicht auf anderem Wege gefunden werden kann.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass alle diese Gleichungen mittelst einer kleinen Rechnung auch aus dem Satze des vorigen Artikels gefunden werden können.

14.

In der Gleichung des Art. 10 werde $n=3$ gesetzt. Man findet

$$x_1\int_0^{x_2}dx_2\int_0^{x_3}f(x_1,x_2,x_3)\,dx_3+x_2\int_0^{x_1}dx_1\int_0^{x_3}f(x_1,x_2,x_3)\,dx_3$$

$$+x_3\int_0^{x_1}dx_1\int_0^{x_2}f(x_1,x_2,x_3)\,dx_2=\int_0^{\infty}dz_1\int_0^{\infty}f(z_1,z_2,1)\,dz_2=\ldots$$

Für einen besonderen Fall setze man hierin

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_3^{-3}\,e^{-\frac{x_1^2+x_2^2}{x_3^2}}$$

Was zunächst die nach x_3 auszuführende Integration betrifft, so ergibt sich unmittelbar

$$\int_0^{x_3}f(x_1,x_2,x_3)\,dx_3=\frac{e^{-\frac{x_1^2+x_2^2}{x_3^2}}}{2(x_1^2+x_2^2)}$$

und da ferner

$$\int_0^{\infty}dz_1\int_0^{\infty}f(z_1,z_2,1)\,dz_2=\frac{\pi}{4}$$

so findet man, wenn ohne der Allgemeinheit zu schaden, $x_3 = 1$ gesetzt wird, die Gleichung

$$x_1 e^{-x_1^2}\int_0^{x_2}\frac{e^{-x_2^2}dx_2}{x_1^2+x_2^2}+x_2 e^{-x_2^2}\int_0^{x_1}\frac{e^{-x_1^2}dx_1}{x_1^2+x_2^2}$$

$$+2\int_0^{x_1}e^{-x_1^2}dx_1\int_0^{x_2}e^{-x_2^2}dx_2=\frac{\pi}{2}$$

oder nach einer offenbar zulässigen Änderung der Bezeichnung

$$ae^{-a^2}\int_0^b\frac{e^{-x^2}dx}{a^2+x^2}+\ be^{-b^2}\int_0^a\frac{e^{-x^2}dx}{b^2+x^2}$$

$$+\ 2\int_0^a e^{-x^2}dx\int_0^b e^{-x^2}dx=\frac{\pi}{2}$$

Für $b=a$ folgt hieraus

$$\int_0^a\frac{e^{-x^2}dx}{a^2+x^2}=\frac{e^{a^2}}{a}\left(\frac{\pi}{4}-\left(\int_0^a e^{-x^2}dx\right)^2\right)$$

ein Resultat, welches ich a. a. O. (Journal von Crelle, Bd. 45) mit Hilfe geometrischer Betrachtungen nachgewiesen habe.

Wird $b=\infty$ gesetzt, so ergibt sich die ebenfalls bekannte Gleichung

$$\int_0^\infty\frac{e^{-x^2}dx}{a^2+x^2}=\frac{\sqrt{\pi}}{a}e^{a^2}\int_a^\infty e^{-x^2}dx$$

Für ein zweites Beispiel nehme ich an, es sei

$$f(x_1, x_2, x_3)=\frac{1}{(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)}$$

Man findet dann zunächst

$$\begin{aligned}
& x_1 \int_0^{x_2} \frac{dx_2}{x_1+x_2} \int_0^{x_3} \frac{dx_3}{(x_2+x_3)(x_3+x_1)} \\
& + x_2 \int_0^{x_3} \frac{dx_3}{x_2+x_3} \int_0^{x_1} \frac{dx_1}{(x_1+x_2)(x_3+x_1)} \\
& + x_3 \int_0^{x_1} \frac{dx_1}{x_3+x_1} \int_0^{x_2} \frac{dx_2}{(x_1+x_2)(x_2+x_3)} \\
& = \int_0^{\infty} \frac{dx_1}{1+x_1} \int_0^{\infty} \frac{dx_2}{(1+x_2)(x_1+x_2)}
\end{aligned}$$

oder wenn man, in erlaubter Weise, die Bezeichnung der Bequemlichkeit wegen ändert

$$\begin{aligned}
& a\int_0^{b} \frac{dx}{a+x} \int_0^{c} \frac{dy}{(x+y)(a+y)} + b\int_0^{c} \frac{dx}{b+x} \int_0^{a} \frac{dy}{(x+y)(b+y)} \\
& + c\int_0^{a} \frac{dx}{c+x} \int_0^{b} \frac{dy}{(x+y)(c+y)} = \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(x+y)(1+y)}
\end{aligned}$$

Führt man die auf y sich beziehenden Integrationen aus und bemerkt, dass rechter Hand

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{x^2-1}\,dx = 2\int_0^{1} \frac{\log x}{x^2-1}\,dx = \frac{\pi^2}{4}$$

zum Vorschein kommt, so erhält man alsbald die Gleichung

$$\begin{aligned}
& a\int_0^{b} \frac{dx}{a^2-x^2} \log \frac{1+\frac{c}{x}}{1+\frac{c}{a}} + b\int_0^{c} \frac{dx}{b^2-x^2} \log \frac{1+\frac{a}{x}}{1+\frac{a}{b}} \\
& \qquad + c\int_0^{a} \frac{dx}{c^2-x^2} \log \frac{1+\frac{b}{x}}{1+\frac{b}{c}} = \frac{\pi^2}{4}
\end{aligned}$$

Durch eine nahe liegende Transformation findet man hieraus

$$\int_{\frac{a}{b}}^{\infty}\frac{dx}{x^2-1}\log\frac{1+\frac{c}{a}x}{1+\frac{c}{a}}+\int_{\frac{b}{c}}^{\infty}\frac{dx}{x^2-1}\log\frac{1+\frac{a}{b}x}{1+\frac{a}{b}}$$

$$+\int_{\frac{c}{a}}^{\infty}\frac{dx}{x^2-1}\log\frac{1+\frac{b}{c}x}{1+\frac{b}{c}}=\frac{\pi^2}{4}$$

oder also, wenn man

$$\int_{\alpha}^{\infty}\frac{dx}{x^2-1}\log\frac{1+\beta x}{1+\beta}=\varphi(\alpha,\beta)$$

setzt:

$$\varphi\left(\frac{a}{b},\frac{c}{a}\right)+\varphi\left(\frac{b}{c},\frac{a}{b}\right)+\varphi\left(\frac{c}{a},\frac{b}{c}\right)=\frac{\pi^2}{4}$$

Für $a=b=c$ ergibt sich auch noch die Formel

$$\int_0^1\frac{dx}{1-x^2}\log\frac{1+x}{2x}=\frac{\pi^2}{12}$$

15.

Wenn in der Gleichung des Art. 10

$$n=4 \text{ und } f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\frac{1}{(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_4)(x_4+x_1)}$$

gesetzt wird, so erscheint sie in folgender Gestalt

$$x_1\int_0^{x_3} dx_3 \int_0^{x_2}\frac{dx_2}{(x_1+x_2)(x_3+x_2)}\int_0^{x_4}\frac{dx_4}{(x_3+x_4)(x_1+x_4)}$$
$$+x_2\int_0^{x_4} dx_4 \int_0^{x_3}\frac{dx_3}{(x_2+x_3)(x_4+x_3)}\int_0^{x_1}\frac{dx_1}{(x_2+x_1)(x_4+x_1)}$$
$$+x_3\int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_4}\frac{dx_4}{(x_3+x_4)(x_1+x_4)}\int_0^{x_2}\frac{dx_2}{(x_1+x_2)(x_3+x_2)}$$
$$+x_4\int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_1}\frac{dx_1}{(x_2+x_1)(x_4+x_1)}\int_0^{x_3}\frac{dx_3}{(x_2+x_3)(x_4+x_3)}$$
$$=\int_0^{\infty} dx_2 \int_0^{\infty}\frac{dx_1}{(1+x_1)(x_2+x_1)}\int_0^{\infty}\frac{dx_3}{(1+x_3)(x_2+x_3)}$$

Die Aufeinanderfolge der Integrationen ist hierbei so geordnet, dass sich deren jedesmal zwei unmittelbar ausführen lassen. Durch diese Ausführuug erhält man

$$x_1\int_0^{x_3}\frac{dx_3}{(x_1-x_3)^2}\log\frac{1+\frac{x_2}{x_3}}{1+\frac{x_2}{x_1}}\log\frac{1+\frac{x_4}{x_3}}{1+\frac{x_4}{x_1}}$$
$$+x_2\int_0^{x_4}\frac{dx_4}{(x_2-x_4)^2}\log\frac{1+\frac{x_3}{x_4}}{1+\frac{x_3}{x_2}}\log\frac{1+\frac{x_1}{x_4}}{1+\frac{x_1}{x_2}}$$
$$+x_3\int_0^{x_1}\frac{dx_1}{(x_3-x_1)^2}\log\frac{1+\frac{x_4}{x_1}}{1+\frac{x_4}{x_3}}\log\frac{1+\frac{x_2}{x_1}}{1+\frac{x_2}{x_3}}$$
$$+x_4\int_0^{x_2}\frac{dx_2}{(x_4-x_2)^2}\log\frac{1+\frac{x_1}{x_2}}{1+\frac{x_1}{x_4}}\log\frac{1+\frac{x_3}{x_2}}{1+\frac{x_3}{x_4}}$$
$$=\int_0^{\infty}\left(\frac{\log x}{1-x}\right)^2 dx$$

Was nun zunächst das letztere Integral betrifft, so ist dasselbe, wenigstens zwischen den Grenzen 0 und 1 genommen, zwar bekannt, man kann aber seinen Werth aus der bekannten Formel

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x}\,dx = -\frac{\pi^2}{6}$$

leicht auf folgende Art ableiten. Setzt man nämlich $\frac{1}{x^2}$ für x, so folgt

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{1-x^2}\frac{dx}{x} = -\frac{\pi^2}{48}$$

woraus durch theilweise Integration

$$\int_1^\infty \left(\frac{\log x}{1-x^2}\right)^2 x dx = \frac{\pi^2}{48}$$

oder auch

$$\int_0^\infty \left(\frac{\log x}{1-x}\right)^2 dx = \frac{\pi^2}{6}$$

Da aber hieraus wieder

$$\int_0^1 \left(\frac{\log x}{1-x}\right)^2 dx = \frac{\pi^2}{6}$$

folgt, so entsteht durch Addition der beiden letzteren Gleichungen die folgende

$$\int_0^\infty \left(\frac{\log x}{1-x}\right)^2 dx = \frac{\pi^2}{3}$$

wodurch das in Rede stehende Integral gefunden ist.

Wenn man nun, dies vorausgesetzt, der bequemeren Schreibweise wegen, die Bezeichnung ändert, so wird man nach einigen leichten Transformationen zu der Gleichung gelangen

$$\int_{\frac{\alpha}{\gamma}}^\infty \frac{dx}{(1-x)^2}\log\frac{1+\frac{\beta}{\alpha}x}{1+\frac{\beta}{\alpha}}\log\frac{1+\frac{\delta}{\alpha}x}{1+\frac{\delta}{\alpha}}$$
$$+\int_{\frac{\beta}{\delta}}^\infty \frac{dx}{(1-x)^2}\log\frac{1+\frac{\gamma}{\beta}x}{1+\frac{\gamma}{\beta}}\log\frac{1+\frac{\alpha}{\beta}x}{1+\frac{\alpha}{\beta}}$$
$$+\int_{\frac{\gamma}{\alpha}}^\infty \frac{dx}{(1-x)^2}\log\frac{1+\frac{\delta}{\gamma}x}{1+\frac{\delta}{\gamma}}\log\frac{1+\frac{\beta}{\gamma}x}{1+\frac{\beta}{\gamma}}$$
$$+\int_{\frac{\delta}{\beta}}^\infty \frac{dx}{(1-x)^2}\log\frac{1+\frac{\alpha}{\delta}x}{1+\frac{\alpha}{\delta}}\log\frac{1+\frac{\gamma}{\delta}x}{1+\frac{\gamma}{\delta}}$$
$$=\frac{\pi^2}{3}$$

Setzt man also

$$\int_r^\infty \frac{dx}{(1-x)^2}\log\frac{1+px}{1+p}\log\frac{1+qx}{1+q}=\varphi(r.p,q)$$

so ist

$$\varphi\left(\frac{\alpha}{\gamma},\frac{\beta}{\alpha},\frac{\delta}{\alpha}\right)+\varphi\left(\frac{\beta}{\delta},\frac{\gamma}{\beta},\frac{\alpha}{\beta}\right)$$
$$+\varphi\left(\frac{\gamma}{\alpha},\frac{\delta}{\gamma},\frac{\beta}{\gamma}\right)+\varphi\left(\frac{\delta}{\beta},\frac{\alpha}{\delta},\frac{\gamma}{\delta}\right)=\frac{\pi^2}{3}$$

Für $\alpha=\beta=\gamma=\delta$ erhält man noch

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^2}\left(\log\frac{1+x}{2x}\right)^2=\frac{\pi^2}{12}$$

Übrigens stimmt diese Gleichung vollkommen mit derjenigen überein, welche aus der oben entwickelten

$$\int_0^1\left(\frac{\log x}{1-x}\right)^2 dx=\frac{\pi^2}{6}$$

erhalten wird, wenn man darin $\frac{2x}{1+x}$ an die Stelle von x setzt.

16.

Wird mit U eine Function $(-n)$. Grades der Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots x_n$ bezeichnet, welche die Eigenschaft hat, dass jedes der Producte $x_1 U$, $x_2 U, \ldots x_n U$ verschwindet, wenn darin beziehungsweise $x_1=0$, $x_2=0, \ldots x_n=0$ gesetzt wird; setzt man ferner zur Abkürzung

$$t=\frac{a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n}{b_1x_1+b_2x_2+\ldots+b_nx_n}$$

und ist $f(t)$ eine Function von t von der Beschaffenheit, dass der Ausdruck $Uf(t)$ allen Anforderungen entspricht, welche im Art. 10 bezüglich der unter dem Integralzeichen stehenden Function u gestellt sind; so können die $n-1$ fachen Integrale, aus welchen die Gleichung des Art. 10 zusammengesetzt ist, in vielen Fällen ohne nähere Specialisirung der Function $f(t)$ auf einfachere Integrale, oft sogar auf blosse Quadraturen zurückgeführt werden und gelangt

man zu einer Relation zwischen bestimmten Integralen, welche fortbesteht, wie man auch die Function $f(t)$, selbst in transcendenter Form, wählen möge.

Die bisher betrachteten speciellen Fälle beruhen fast insgesammt auf diesem Gesichtspuncte und es ist darum nicht schwer die Zahl derselben, sowie gleichzeitig die Anwendungen der früheren allgemeineren Sätze zu vermehren.

Ist beispielsweise $n=3$ und wird $U=F(x_1, x_2, x_3)$ gesetzt, so liefert die Gleichung des Art. 10 eine Relation zwischen Doppelintegralen nämlich

$$x_1\int_0^{x_3} dx_2 \int_0^{x_2} f(t)\,U\,dx_3 + x_2\int_0^{x_3} dx_3 \int_0^{x_1} f(t)\,U\,dx_1 + x_3\int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} f(t)\,U\,dx_2$$
$$=\int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} f\left(\frac{a_1x_1+a_2x_2+a_3}{b_1x_1+b_2x_2+b_3}\right) F(x_1, x_2, 1)\,dx_2$$

Insoferne es sich nun um die Reduction des einen oder andern dieser doppelten Integrale mit constanten Grenzen handelt, so kann diese, wie ich in der Abhandlung: „Über die Reduction doppelter Integrale auf Quadraturen" (Crelle, Journal, Bd. 45, S. 159) mit Hilfe geometrischer Betrachtungen und in einer späteren Arbeit: „Allgemeine Transformation der bestimmten Doppelintegrale" (Denkschriften der mathem.-naturw. Classe, Bd. 20) auf rein analytischem Wege gezeigt habe, auch dann geschehen, wenn die Function f nicht anders als durch ihr Argument t gegeben ist.

Auf diese Resultate, welche hier ihre unmittelbare Anwendung finden, aber sehr weitläufige Formeln liefern, ausführlich zurückzukommen, kann hier der Ort nicht sein. Ich glaube auch die nähere Ausführung derjenigen speciellen Fälle, welche den Annahmen $a_3=0$, $b_1=0$, $b_2=0$ u. s. w. entsprechen und in welchen allerdings erhebliche Abkürzungen eintreten, bei dieser Gelegenheit umgehen zu müssen.

17.

Der Satz des Art. 5, von welchem ursprünglich ausgegangen wurde, bezieht sich auf die Annahme, es komme in der Function unter dem Integralzeichen nur ein Ausdruck u vor, welcher in

homogener Weise die Variabeln enthält. Jener Satz ist nun aber einer Erweiterung fähig — ohne darum complicirter zu werden — wenn vorausgesetzt wird, die Function unter dem Integralzeichen sei, insoweit die Veränderlichen in ihr vorkommen, eine Function mehrerer homogener Functionen $u, v, w \ldots$ von verschiedenem, beziehungsweise von dem $p, q, r \ldots$ Grade. Diese Function werde durch $F(u, v, w, \ldots)$, oder einfacher durch F bezeichnet.

Wenn man unter dieser Voraussetzung die Gleichungen

$$x_1 \frac{du}{dx_1} + x_2 \frac{du}{dx_2} + \ldots + x_n \frac{du}{dx_n} = pu$$

$$x_1 \frac{dv}{dx_1} + x_2 \frac{dv}{dx_2} + \ldots + x_n \frac{dv}{dx_n} = qv$$

$$x_1 \frac{dw}{dx_1} + x_2 \frac{dw}{dx_2} + \ldots + x_n \frac{dw}{dx_n} = rw$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

der Ordnung nach mit $\frac{dF}{du}, \frac{dF}{dv}, \frac{dF}{dw}, \ldots$ multiplicirt, dann insgesammt addirt und bemerkt, dass

$$x_1 \left(\frac{dF}{du} \cdot \frac{du}{dx_1} + \frac{dF}{dv} \cdot \frac{dv}{dx_1} + \frac{dF}{dw} \cdot \frac{dw}{dx_1} + \ldots\right) = \frac{d . x_1 F}{dx_1} - F$$

$$x_2 \left(\frac{dF}{du} \cdot \frac{du}{dx_2} + \frac{dF}{dv} \cdot \frac{dv}{dx_2} + \frac{dF}{dw} \cdot \frac{dw}{dx_2} + \ldots\right) = \frac{d . x_2 F}{dx_2} - F$$

$$x_3 \left(\frac{dF}{du} \cdot \frac{du}{dx_3} + \frac{dF}{dv} \cdot \frac{dv}{dx_3} + \frac{dF}{dw} \cdot \frac{dw}{dx_3} + \ldots\right) = \frac{d . x_3 F}{dx_3} - F$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

ist, so gelangt man unmittelbar zu der Gleichung

$$\frac{d . x_1 F}{dx_1} + \frac{d . x_2 F}{dx_2} + \frac{d . x_3 F}{dx_3} + \ldots + \frac{d . x_n F}{dx_n} =$$
$$nF + pu \frac{dF}{du} + qv \frac{dF}{du} + rw \frac{dF}{dw} + \ldots$$

welche, wie es scheint, die dem Auftreten homogener Functionen entsprechende Relation in umfassendster Weise darstellt.

Integrirt man diese Gleichung auf beiden Seiten zwischen den Grenzen 0 und x_1, 0 und x_2 . . . 0 und x_n und setzt voraus, es sei $F(u, v, w \ldots)$ von der Beschaffenheit, dass die Producte

$$x_1 F(u, v, w \ldots), \quad x_2 F(u, v, w \ldots), \quad \ldots x_n F(u, v, w \ldots)$$

beziehungsweise für $x_1 = 0$, $x_2 = 0, \ldots x_n = 0$ verschwinden, so ergibt sich die Gleichung

$$\begin{aligned}
& x_1 \int_0^{x_2} dx_2 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} F(u, v, w, \ldots)\, dx_n \\
& + x_2 \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_3} dx_3 \ldots \int_0^{x_n} F(u, v, w, \ldots)\, dx_n \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& + x_{n-1} \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} F(u, v, w, \ldots)\, dx_n \\
& + x_n \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_{n-1}} F(u, v, w, \ldots)\, dx_{n-1} \\
= & \int_0^{x_1} dx_1 \int_0^{x_2} dx_2 \ldots \int_0^{x_n} \left(nF + pu \frac{dF}{du} + qv \frac{dF}{dv} + rw \frac{dF}{dw} + \ldots \right) dx_n
\end{aligned}$$

Wenn der Ausdruck unter dem letzten Integral verschwindet oder also identisch

$$nF(u, v, w \ldots) + pu \frac{dF}{du} + qv \frac{dF}{dv} + rw \frac{dF}{dw} + \ldots = 0$$

wird, so kann dies, wie die Integration dieser Differentialgleichung zeigt, nur dadurch der Fall sein, dass F irgend eine homogene Function $(-n)$ Grades von den n Veränderlichen ist, ein Fall, der mit dem im Art. 10 betrachteten zusammenfällt.

Die jedem Fachmanne bekannten, bei der raschen Entwickelung der Wissenschaft von Jahr zu Jahr sich steigernden Unzukömmlichkeiten, welche mit der cumulativen Herausgabe von Abhandlungen verbunden sind, die sich auf sämmtliche naturwissenschaftliche Fächer beziehen, haben die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften bestimmt, ihre Sitzungsberichte in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen zu lassen.

Die **erste Abtheilung** enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die **zweite Abtheilung** die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Von jeder dieser Abtheilungen erscheint jeden Monat mit Ausnahme von August und September ein Heft, welches drei Sitzungen umfasst. Der Jahrgang enthält somit zehn Hefte.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine vollständige Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen voran, selbst wenn diese nicht zur Aufnahme in die Schriften der Akademie bestimmt werden.

Der Preis des Jahrganges beträgt für eine Abtheilung 12 Gulden ö. W.

Von allen grösseren Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und sind durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn zu beziehen.



REGISTER

ZU DEN BÄNDEN

43 BIS 50

DER SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

V.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

REGISTER

ZU DEN BÄNDEN

43 BIS 50

DER SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

V.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

1866, Sept. 24.
Jane Fund.

Vorbemerkungen.

Mit dem XLIII. Bande (Jahrgang 1861) der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften beginnt insoferne eine neue Reihe dieser Publication, als dieselben von da ab in zwei gesonderten Abtheilungen erscheinen. Die erste Abtheilung enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Anatomie, Geologie und Paläontologie; die zweite Abtheilung die aus der Mathematik, Physik, Chemie, Phisiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

Das vorliegende fünfte Register bezieht sich auf die Bände XLIII—L beider Abtheilungen, d. i. auf acht Bände der ersten und eben so viele der zweiten Abtheilung; es enthält, gleich den vorhergehenden, die Namen der Autoren und die sachlichen Schlagwörter, wie solche in den Überschriften der Abhandlungen im Ganzen oder in jenen der einzelnen Abschnitte und sonstigen Unterabtheilungen vorkommen, und zwar in einer und derselben alphabetischen Folge.

Bei den Namen der Autoren wurden die Titel der betreffenden Abhandlungen nebst jenen der einzelnen Abschnitte derselben, wo solche vorhanden sind, vollständig angeführt und die Seitenzahl ihres Anfanges und Endes beigefügt. Neben der Zahl des Bandes ist die betreffende Abtheilung mit „I. Abth.“ oder „II. Abth.“ angegeben.

Da die in beiden Abtheilungen der Sitzungsberichte enthaltenen Übersichten der Sitzungen nicht nur die in diesen vorgelegten wissenschaftlichen Abhandlungen, sondern auch specielle Anzeigen von übermittelten Druckwerken und eingelangten Zuschriften, so wie geschäftliche Mittheilungen enthalten, welche in dem öffentlichen Theile der Sitzung gemacht worden sind, so mussten der Vollständigkeit wegen auch letztere registrirt werden. Diese sind gleich denjenigen vorgelegten Abhandlungen, welche in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt wurden, mit * bezeichnet.

Da von Abhandlungen, welche für die Denkschriften bestimmt sind, in der Regel ein kurzer Auszug in den Sitzungsberichten erscheint, so wurde dies durch den Beisatz „Auszug. **D**." nebst Angabe des Bandes, der Abtheilung und Seitenzahl der Denkschriften angezeigt, z. B. (Auszug. **D**. XXIV. II. Abthlg. 105—178.) Wo ein solcher Auszug in den Sitzungsberichten nicht erschien, wurde dies ausdrücklich bemerkt. Bei der Aufzählung der Abhandlungen eines und desselben Autors wurde die chronologische Ordnung beobachtet mit der Beschränkung jedoch, dass Fortsetzungen derselben Abhandlung unmittelbar auf einander folgen.

Bei Fortsetzungen wurde zugleich die letzte in den Bänden I—XLII enthaltene Abtheilung sammt Band und Seitenzahl citirt.

Vom Jahre 1858 bis einschliessig 1860, d. i. vom XXVIII. bis incl. XLII. Bande wurden die Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften in Heften für jede Sitzung ausgegeben, von denen nach Massgabe ihrer Stärke mehrere einen Band bildeten; vom Jahre 1861, d. i. vom XLIII. Bande an, hat diese Anordnung aufgehört und wird, — mit Ausnahme der Monate August und September, in welchen der akademischen Ferien wegen keine Sitzungen stattfinden und daher keine Sitzungsberichte erscheinen, — für jeden Monat ein Heft von jeder Abtheilung derselben ausgegeben, wovon je fünf einen Band mit besonderem Titel und Inhalte bilden, so das der Jahrgang aus je zwei Bänden beider Abtheilungen besteht.

Von allen grösseren Abhandlungen erscheinen Separatabdrücke im Buchandel.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht der Bände XLIII—L der Sitzungsberichte:

Band	Abtheilung	Jahrgang	Hefte	Monate	Seitenzahl	Tafeln
XLIII.	I.	1861.	1—5.	Jänner — Mai.	495.	19 Tafeln, 3 Karten, 1 Durchschnitt und 1 Profiltafel.
„	II.	„	„	„	719.	11 Tafeln.
XLIV.	I.	„	6—10.	Juni, Juli, Oct. — Dec.	659.	29 Tafeln, 1 Übersichtstabelle, 1 Terrainkarte und 1 Schichtentableau.
„	II.	„	„	„ „ „ „ „	762.	11 Tafeln.
XLV.	I.	1862.	1—5.	Jänner — Mai.	517.	30 Tafeln.
„	II.	„	„	„ „ „	800.	15 Tafeln und 1 Karte.
XLVI.	I.	„	6—10.	Juni, Juli, Oct. — Dec.	481.	32 Tafeln.
„	II.	„	„	„ „ „ „ „	584.	15 Tafeln.
XLVII.	I.	1863.	1—5.	Jänner — Mai.	354.	13 Tafeln und 1 Karte.
„	II.	„	„	„ „ „	463.	9 Tafeln.
XLVIII.	I.	„	6—10.	Juni, Juli, Oct. — Dec.	467.	24 Tafeln, 1 Plan und 1 Übersichtstabelle.
„	II.	„	„	„ „ „ „ „	735.	20 Tafeln und 3 Holzschnitte.
XLIX.	I.	1864.	1—5.	Jänner — Mai.	492.	27 Tafeln.
„	II.	„	„	„ „ „	501.	11 Tafeln und 1 Holzschnitt.
L.	I.	„	6—10. } *)	Juni, Juli, Oct. — Dec.	721.	49 Tafeln.
„	II.	„	„ }	„ „ „ „ „	564.	9 Tafeln.

*) Die Bezeichnung der Hefte mit „1—5“ auf dem Titelblatte ist ein Druckfehler.

A.



REGISTER

ZU DEN BÄNDEN

43 BIS 50

DER SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

V.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI. AKADEMIE

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLI
DER WISSENSCHAFTEN.

1865.



(2)

REGISTER

ZU DEN BÄNDEN

43 BIS 50

DER SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

V.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1865.

B.

---

[1]) Ist als selbständiges Werk unter der Presse.

[2]) Wird im 51. Bande erscheinen.

---

1) Wird im LI. Bande erscheinen.

1) In Folge eines Druckfehlers ist die Seite 69 mit „96" bezeichnet.
2) Wird im LI. Bande erscheinen.

Boué, Ami: Über die Karst- und Trichter-Plastik im Allgemeinen. XLIII. I. Abth. 267, 283—293.
*— Schreiben des Herrn de la Roquette in Paris mit dem Ersuchen um Mittheilung von Briefen wissenschaftlichen Inhalts oder deren Copien von Alex. v. Humboldt. XLIII. I. Abth. 295; XLIII. II. Abth. 565.
*— Über Lejean's ethnographische Karte der Türkei. XLIII. I. Abth. 375; XLIII. II. Ath. 597.
*— Über Krystallformen des Eises der Donau. XLIII. I. Abth. 465; XLIII. II. Abth. 711.
*— Abwehr eines ungerechtfertigten Angriffs des Herrn Andreas Wagner gegen die Grundsätze der jetzigen Geologie und Geognosie. XLIV. I. Abth. 4, 17; XLIV. II. Abth. 4, 55.
— Kleine Mittheilungen. XLIV. I. Abth. 203—204.
a) Über einen merkwürdigen Blitzschlag. 201 und 203.
b) Über Eisbildung. 203—204.
— Über tertiäre Dolomit-Breccien, über Höhlen im Leitha-Conglomerate Vöslau's und über Seen und Teiche in geologischer Beziehung. XLIV. I. Abth. 579, 618—628.
*— Geologische Karte der Insel Cypern von Albert Gaudry und Amadée Damour. XLIV. I. Abth. 629; XLIV. II. Abth. 719.
— Nachtrag zu meinem Kataloge der Nordlichter. XLV. II. Abth. 443, 445—446.
— Die Karte der Herzegowina, des südlichen Bosniens und Montenegro's, von Herrn de Beaumont. XLV. II. Abth. 627, 647—659.
— Über ein heftiges Gewitter zu Vöslau am 6. Juni 1862. XLVI. II. Abth. 32, 39—41.
— Entdeckung einiger Leithakalk-Petrefacten in den obersten Schichten der Kalkdolomit-Breccien Gainfahrns. XLVI. II Abth. 32, 41—42.
*— Über Herrn d'Avezac's geschichtlichen Versuch über die säculare magnetische Declination. XLVI. I. Abth. 170; XLVI. II. Abth. 255.
*— Über die „Beiträge zur Kartographie des Fürstenthums Serbien", von Herrn F. Kanitz. XLVII. I. Abth. 77; XLVII. II. Abth. 77.
*— Über die zweite Preisaustheilung an die Mitglieder des *Congrès scientifique de France*. XLVII. I. Abth. 271; XLVII. Abth. 313.
— Über die mikroskopische Untersuchung der Gebirgsarten mit Hilfe ihrer mechanischen Zerreibung, partiellen Schleifung und Ätzung. XLVII. II. Abth. 313, 457—459.
— Über Solfataren und Krater erloschener Vulcane. XLVIII. I. Abth. 195, 361—380.
Anhang: Über erzführende grüne Porphyre. 370—375.
Über die jetzige Art, geogenetische Theorie für Gesteinsbildung aufzustellen. 375—380.
— Der albanesische Drin und die Geologie Albaniens, besonders seines tertiären Beckens. XLIX. I. Abth. 176, 179—193.
*— *Carte routiere* durch die ganze europäische Türkei von Dr. Barth und die Karte Serbiens von Major v. Scheda. XLIX. I. Abth. 195; XLIX. II. Abth. 155.

[1]) Wird im LI. Bande, I. Abth. erscheinen.
[2]) Wird im LI. Bande, I. Abth. erscheinen.

---

[1] Wurde als selbständige Schrift veröffentlicht. Wien, 1864; 8°.

D.

---

[1]) Wird im 51. Bande erscheinen.

[1]) Mit dem Ig. L. Lieben'schen Preise gekrönte Abhandlung.

Druckschriften-Verzeichniss. XLV. I. Abth. 467—469; XLV. II. Abth. 545—546.

— — XLV. I. Abth. 476—477; XLV. II. Abth. 557—558.
— — „ „ „ 480; „ „ „ 628.
— — „ „ „ 515; „ „ „ 664.
— — „ „ „ 516—517; „ „ „ 720.
— — XLVI. „ „ 3—4; XLVI. „ „ 3—4.
— — „ „ „ 101—103: „ „ „ 32—34.
— — „ „ „ 109—110; „ „ „ 44—45.
— — „ „ „ 118—119; „ „ „ 136—137.
— — „ „ „ 170—172; „ „ „ 255—257.
— — „ „ „ 193; „ „ „ 285.
— — „ „ „ 306—307; „ „ „ 300—301.
— — „ „ „ 349—352; „ „ „ 320—323.
— — „ „ „ 396—398; „ „ „ 339—341.
— — „ „ „ 411—314; „ „ „ 363—366.
— — „ „ „ 449—451; „ „ „ 390—392.
— — „ „ „ 467—468; „ „ „ 400—401.
— — „ „ „ 469—471; „ „ „ 521—523.
— — „ „ „ 472—474; „ „ „ 572—574.
— — „ „ „ 475—476; „ „ „ 583—584.
— — XLVII. „ „ 3—5; XLVII. „ „ 3—5.
— — „ „ „ 11—12; „ „ „ 57—58.
— — „ „ „ 77—78: „ „ „ 77—78.
— — „ „ „ 87—88; „ „ „ 99—100.
— — „ „ „ 99—101; „ „ „ 116—118.
— — „ „ „ 126—127; „ „ „ 120—121.
— — „ „ „ 143—145; „ „ „ 143—145.
— — „ „ „ 205—206; „ „ „ 244—245.
— — „ „ „ 225; „ „ „ 282.
— — „ „ „ 272—274; „ „ „ 314—316.
— — „ „ „ 291—293; „ „ „ 346—348.
— — „ „ „ 302; „ „ „ 355.
— — „ „ „ 303—305; „ „ „ 391—393.
— — „ „ „ 337—339; „ „ „ 429—431.
— — XLVIII. „ „ 3—5; XLVIII. „ „ 3—5.
— — „ „ „ 8—9; „ „ „ 40—41.
— — „ „ „ 25—26; „ „ „ 57—58.
— — „ „ „ 32—33; „ „ „ 60—61.
— — „ „ „ 103; „ „ „ 109.
— — „ „ „ 115—117; „ „ „ 215—217.
— — „ „ „ 123—125; „ „ „ 233—235.
— — „ „ „ 152—155; „ „ „ 311—314.
— — „ „ „ 159—161; „ „ „ 349—351.
— „ „ „ 195—199; „ „ „ 365—369.
— — „ „ „ 381—383; „ „ „ 561—563.

E.

F.

G.

H.

[1]) Wird im LI. Bande erscheinen.

[2]) Wurde von der kais Akademie d. Wiss. als selbständige Schrift veröffentlicht. Wien, 1864; 8°.

I—J.

K.

[1]) Wird im LI. Bande erscheinen.

[1]) In Folge eines Druckfehlers ist die Seite 69 mit „96" bezeichnet.

1) Ist als selbständiges Werk unter der Presse.

---

[1]) Wird im LI. Bande, erscheinen.

[1]) Mit dem Ig. L. Lieben'schen Preise gekrönte Abhandlung.

[1]) Wurde auf Kosten der Akademie als selbständiges Werk veröffentlicht. Wien 1863. 8°.

M.

[1]) Die Beschreibung derselben wird im LI. Baude erscheinen.

N.

O.

P.

---

[1]) Wird im LI. Bande erscheinen.

Q.

R.

---

[1] Mit dem Ig. L. Lieben'schen Preise gekrönte Abhandlung.

S.

---

[1] Wurde mit Unterstützung der Akademie als selbständiges Werk herausgegeben. Wien, 1863; 8°.

Sitzung	vom	5.	Decemb.	1861.	XLIV.	I.	Abth.	579;	XLIV.	II.	Abth.	613.
—	„	12.	„	„	„	„	„	629;	„	„	„	719.
—	„	3.	Jänner	1862.	XLV.	I.	Abth.	3;	XLV.	II.	Abth.	3.
—	„	9.	„	„	„	„	„	69;	„	„	„	63.
—	„	16.	„	„	„	„	„	95;	„	„	„	89.
—	„	30.	„	„	„	„	„	117;	„	„	„	147.
—	„	6.	Februar	„	„	„	„	131;	„	„	„	153.
—	„	13.	„	„	„	„	„	189;	„	„	„	227.
—	„	27.	„	„	„	„	„	319;	„	„	„	283.
—	„	13.	März	„	„	„	„	321;	„	„	„	353.
—	„	20.	„	„	„	„	„	379;	„	„	„	443.
—	„	3.	April	„	„	„	„	427;	„	„	„	447.
—	„	10.	„	„	„	„	„	467;	„	„	„	545.
—	„	24.	„	„	„	„	„	475;	„	„	„	557.
—	„	8.	Mai	„	„	„	„	479;	„	„	„	627.
—	„	15.	„	„	„	„	„	512;	„	„	„	661.
—	„	22.	„	„	„	„	„	516;	„	„	„	719.
—	„	5.	Juni	„	XLVI.	„	„	3;	XLVI.	„	„	3.
—	„	20.	„	„	„	„	„	101;	„	„	„	32.
—	„	26.	„	„	„	„	„	108;	„	„	„	43.
—	„	10.	Juli	„	„	„	„	117;	„	„	„	135.
—	„	17.	„	„	„	„	„	170;	„	„	„	255.
—	„	24.	„	„	„	„	„	192;	„	„	„	284.
—	„	9.	October	„	„	„	„	305;	„	„	„	299.
—	„	16.	„	„	„	„	„	349;	„	„	„	320.
—	„	23.	„	„	„	„	„	396;	„	„	„	339.
—	„	6.	November	„	„	„	„	411;	„	„	„	363.
—	„	13.	„	„	„	„	„	449;	„	„	„	390.
—	„	20.	„	„	„	„	„	467;	„	„	„	400.
—	„	4.	December	„	„	„	„	469;	„	„	„	521.
—	„	11.	„	„	„	„	„	472;	„	„	„	572.
—	„	18.	„	„	„	„	„	475;	„	„	„	583.
—	„	8.	Jänner	1863.	XLVII.	„	„	3;	XLVII.	„	„	3.
—	„	15.	„	„	„	„	„	11;	„	„	„	57.
—	„	22.	„	„	„	„	„	77;	„	„	„	77.
—	„	5.	Februar	„	„	„	„	87;	„	„	„	99.
—	„	12.	„	„	„	„	„	99;	„	„	„	116.
—	„	27.	„	„	„	„	„	126;	„	„	„	120.
—	„	12.	März.	„	„	„	„	143;	„	„	„	143.
—	„	19.	„	„	„	„	„	205;	„	„	„	244.
—	„	27.	„	„	„	„	„	225;	„	„	„	282.
—	„	16.	April	„	„	„	„	271;	„	„	„	313.
—	„	23.	„	„	„	„	„	291;	„	„	„	346.
—	„	30.	„		„	„	„	302;	„	„	„	355.
—	„	15.	Mai		„	„	„	303;	„	„	„	391.

Sitzung	vom	21.	Mai	1863.	XLVII.	I.	Abth.	337;	XLVII.	II.	Abth.	429.
—	„	11.	Juni	„	XLVIII.	I.	Abth.	3;	XLVIII.	II.	Abth.	3.
—	„	18.	„	„	„	„	„	8;	„	„	„	40.
—	„	25.	„	„	„	„	„	25;	„	„	„	57.
—	„	9.	Juli	„	„	„	„	31;	„	„	„	59.
—	„	16.	„	„	„	„	„	102;	„	„	„	108.
—	„	23.	„	„	„	„	„	115;	„	„	„	215.
—	„	8.	October	„	„	„	„	123;	„	„	„	233.
—	„	15.	„	„	„	„	„	152;	„	„	„	311.
—	„	22.	„	„	„	„	„	159;	„	„	„	349.
—	„	5.	November	„	„	„	„	195;	„	„	„	365.
—	„	12.	„	„	„	„	„	381;	„	„	„	561.
—	„	19.	„	„	„	„	„	416;	„	„	„	574.
—	„	3.	December	„	„	„	„	427;	„	„	„	577.
—	„	10.	„	„	„	„	„	430;	„	„	„	593.
—	„	17.	„	„	„	„	„	441;	„	„	„	649.
—	„	8.	Jänner	1864.	XLIX.	„	„	3;	XLIX.	„	„	3.
—	„	14.	„	„	„	„	„	136;	„	„	„	95.
—	„	21.	„	„	„	„	„	176;	„	„	„	112.
—	„	4.	Februar	„	„	„	„	195;	„	„	„	155.
—	„	18.	„	„	„	„	„	198:	„	„	„	201.
—	„	25.	„	„	„	„	„	247;	„	„	„	208.
—	„	10.	März	„	„	„	„	273;	„	„	„	269.
—	„	17.	„	„	„	„	„	287;	„	„	„	330.
—	„	31.	„	„	„	„	„	298;	„	„	„	332.
—	„	14.	April	„	„	„	„	327;	„	„	„	369.
—	„	21.	„	„	„	„	„	437;	„	„	„	419.
—	„	28.	„	„	„	„	„	460;	„	„	„	460.
—	„	12.	Mai	„	„	„	„	463;	„	„	„	477.
—	„	9.	Juni	„	L.	„	„	3;	L.	„	„	3.
—	„	16.	„	„	„	„	„	36;	„	„	„	85.
—	„	23.	„	„	„	„	„	97;	„	„	„	125.
—	„	7.	Juli	„	„	„	„	103,	„	„	„	127.
—	„	14.	„	„	„	„	„	169;	„	„	„	168.
—	„	21.	„	„	„	„	„	194;	„	„	„	235.
—	„	6.	October	„	„	„	„	225;	„	„	„	285.
—	„	13.	„	„	„	„	„	315:	„	„	„	363.
—	„	20.	„	„	„	„	„	327;	„	„	„	367.
—	„	3.	November	„	„	„	„	329;	„	„	„	377.
—	„	10.	„	„	„	„	„	366;	„	„	„	428.
—	„	17.	„	„	„	„	„	376;	„	„	„	439.
—	„	1.	December	„	„	„	„	497;	„	„	„	455.
—	„	9.	„	„	„	„	„	521;	„	„	„	497.
—	„	15.	„	„	„	„	„	564;	„	„	„	503.

---

[1] Dieser Abhandlung wurde in der feierlichen Sitzung 1865 der Ig. L. Lieben'sche Preis zuerkannt.

[2] Feierliche Sitzung 1863.

[1]) Die betreffende, ursprünglich für die Denkschriften bestimmte Abhandlung wurde in denselben nicht veröffentlicht

T.

---

1) Die Beschreibung derselben wird im LI. Bande erscheinen.

U.

V.

[1]) In Folge eines Druckfehlers ist die Seite 69 mit „96" bezeichnet.

W.

X—Y.

Z.



